M. Albert Daniel Merckleins,

Mathematischer

Anfangs-Gründe

Dritter Theil,

Darinnen
Die

Trigonometria Plana

So gründlich als möglich und vor Anfänger tauglich also ist abgehandelt,
Daß

Die gehörige Definitiones, Hypotheses,

Axiomata und Theoremata voraus gesetzt, alsdann Problematicè jedes nach möglichster Deutlichkeit durchgangen und überall, wo es sich thun lassen, der Proportional-Circul alsogleich mit applicirt,
Dann

In einem Anhang
Die

Verfertigung des Proportional-

Circuls selbst nach denen sechs Haupt-Linien aufrichtig gelehret worden.

Franckfurt und Leipzig,
Verlegts Carl Friedrich Jungnicol, Buchdr.
und Buchhändler in Erfurt, 1734.

Dem
Reichs-ohnmittelbahren, Hochwohl-
gebohrnen Herren,

HERREN
Hannibal Friederich,
Freyherren
von Creylsheim,
Herren auf Rügland, Rosenberg,
Mohrstein, Sommersdorff, Thann,
Altenschönbach, Walsdorff, Neu-
hauß und Hornberg, ꝛc.

Ihro Römisch-Kayserlichen Majestät
würcklichen Rath, auch Ihro Hochfürstl.
Durchl. zu Brandenburg-Onolzbach
Obristen zu Fuß, und des Freyen
Reichs Ritter-Orts an der Alt-
mühl hoch-erbetenen

Ritter-Hauptmann,

Meinem gnädigen Herren.

Dann auch,

Denen

Reichs = Frey = Hochwohlge=
bohrnen Herren, Herren,

Ihro Röm. Kayserl. Majestät
respectivè würcklichen Räthen,
und

Des Heil. Römischen Reichs
ohnmittelbahr = Freyen Ritterschafft
Landes zu Francken hochlöblichen
Orts an der Altmühl hoch=erbe=
tenen Räthen und Aus=
schuß.

Meinen gnädigen gnädigen
Herren.

Reichs-Frey-Hochwohl-gebohrne Herren, Gnädige Gnädige Herren.

DJe Mathematischen Wissenschafften haben schon lange die Grösse ihrer recht ausserordentlichen Hoheit in denen Gemüthern derer allereedelsten, welche Gebuhrt und Tugend von dem übrigen Hauffen derer nur so natürlich dahin lebenden Menschen unterscheidet, dermassen kennbahr gemacht, daß nunmehro dieß ein unumgänglicher Theil der adelichen Kinder-Zucht ist, die nöthigsten Stücke derselben zu erlernen. Es ist weder meines Thuns, noch auch hier möglich und nöthig, die Wichtigkeit der Mathematic, sammt allen ihren preiß-würdigen Nutzbarkeiten, heraus zu streichen. Die tieffsinnigsten Schlüsse, welche sie aus unumstößlichen Grund-Sätzen

auf das richtigste ziehet; die unwiedertreiblichen Warheiten, als die reinesten Wollüste der Seelen, die sie denen Sterblichen mittheilet, zeigen an und vor sich selbst genug, daß der Glantz dieser Wissenschafften grösser, als er könne betrachtet werden; und weme bekannt ist, daß keine Lebens-Art unter allen Professionen, die nicht entweder eine Tochter der Mathematischen Wissenschafften, oder welche nicht durch solche zu mehrerer Perfection und Glückseeligkeit sich geschwungen; der wird mit mir gar gerne gestehen, daß nicht so wohl von deren Nutzbarkeit viel Worte zu machen, als vielmehr zu bekennen sey, daß solcher Nutzen unaussprechlich.

Es würde lächerlich herauskommen, wenn ich beweisen wolte, daß junge Edelleute müsten **rechnen** können; da Sie die wichtigsten Einnahmen und Ausgaben ihrer Güther, auf die Unentbehrlichkeit dieser Kunst

schon

schon selbsten Achtung geben lernen. Es würde unnöthig seyn zu behaupten, daß einem Cavallier wohl anstünde, die Geometrie wenigstens nach denen nöthigsten Materien bekannt zu haben; da mehr als zu klar am Tage liegt, wie viel Land und Geld offt erspahret, oder erlanget, und wie viel Streit vielmahlen vermeydet werden könnte, wenn die Herren Besitzere ihrer Güther in Geometricis etwas bewandert, ihren verpflichteten Feld-Messern in die Charte zu sehen vermöchten. Daß die zu unsern Zeiten sehr hoch gestiegene Kriegs-Bau-Kunst mit unter diejenigen Zierrathen gehöre, die einen heutigen Cavallier mit Ruhm und Vortheil distinguiren, ist so wahr, als unlaugbar ist, daß die Tugend der gröste Adel sey. Ich stehe selbst bey mir im Zweiffel, ob ich sagen soll, es sey nützlicher, oder rühmlicher, wenn ein Cavallier nach der heutigen Civil-Baukunst in Erbauung wichtiger

Palläste, oder auch geringerer Gebäude, die dauerhaffte Bequemlichkeit, nebst der galanten Zierlichkeit, mit menagirten Kosten angeben, und derer Baumeister ihre Grund-Risse unterscheiden kan. Am sichersten wird es seyn, wenn ich beydes zusammen fasse, und es eine nutzbare Zierde und zierliche Nutzbarkeit nenne, wo Edle Herren Kennere dieser Bau-kunst sind. Ich geschweige der vortheilhafftigen Mechanic, deren Cavalliers in ihren Oeconomischen Dingen so wenig entbehren können, als vernünftig es ist, daß ein begüterter mehr Haußhaltungs-Sorge habe, für dem, welchen die Natur durch Armuth dieser Mühe überhoben hat. Ich übergehe die herrliche Optische Ergötzlichkeiten, die anmuthige Gnomonische Zeit-Vertreibungen, die unschätzbahre Geographische Lustbarkeiten, mit denen übrigen Scienzien, die alle unter dem einzigen Worte Matheſi nun-

nunmehro begriffen sind; und sage nur so viel: Wo es auch einem Cavallier nicht möglich, alle Theile derselben zu erlernen, so werden gleichwohlen durch die wichtigsten, als die Arithmetic, Geometrie und Trigonometrie, die edlen Gemüther dergestalt ausgeheitert, daß die zu was grössers gebohrne Seelen desto hellere Spuhren, in andern Scienzien sich selbsten zu helffen, überkommen.

Diese Sonnen-klare Wahrheiten reizen mich nun an, Ew. Hoch-Freyherrl. *Excell. Excell.* und Gnaden, Gnaden, gegenwärtigen dritten Theil meiner *Mathematischen* Anfangs-Gründe in Unterthänigkeit zu überreichen. Nicht, als wenn ich mich damit unterstehen wollte, solchen grossen Kennern durch meine Anfangs-Buchstaben diese Warheiten erst warhafftig zu machen, sondern bloß meine eyfrige Begierde zu zeigen, wie willig ich sey, mit so viel andern dahin zu arbeiten, daß unseres hohen Reichs-Adels jungen Herrschafften diese Scienzien immer leichter im Vortrag, behender im Ergreiffen und lustiger im Erlernen möchten gemachet

chet werden. Es ist die Trigonometrie, so schwehr sie auch Anfangs scheinet, dennoch ein solch nöthig- und Himmlisches Studium, daß vermittelst dessen fast unmöglich-scheinende Dinge können möglich, ich meyne unzugängliche Wege gangbar, das ist, ausmeßlich werden. Und wie der Proportional-Circul das allerfürtrefflichste Instrument, auf welchem junge Cavalliers mit ungezehlter Lust die meisten Problemata solviren können: also habe auch hier solchen dergestalt mit eingemenget, daß kein zartes Gemüth vor der Trigonometrie mehr einen Grauen bekommen kan. Ich lebe der Hoffnung, meine gute Intention werde nicht ohne Frucht seyn, und offerire mich gantz, nach denen von GOtt in mich gelegten Kräfften, zum Dienst junger Herrschafften in Mathematischen Anleitungen, um zu erkennen zu geben, mit was für tieffer Veneration ich sey,

Reichs- Frey- Hochwohlgeb. Herren,
Gnädige, Gnädige Herren,

Ew. Hoch-Freyherrl. *Excell. Excell.*
und Gnaden, Gnaden,

Rügland, den 12. April.
1734.

unterthäniger Diener,
M. Albert Dan. Mercklein.

Vorrede.

Geneigter Leser.

WEr die Thür der Trigonometrischen Schule darff man mit allen Recht die Worte des Platonis schreiben: ἀδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Es finden sich in dieser Scienz, wo man auch nur bey denen ersten Anfangs-Gründen mit denen Schülern stehen bleibet, solche Subtilitäten und tieff-gehende Wahrheiten, daß viele, die auch so zu reden in dem ersten Auditorio, der Arithmetic, und in dem zweyten, der Geometrie Anfangs Buchstaben allbereit gehöret haben, dennoch durch solche fast abgeschrecket werden, den Fuß weiter in die dritte Stube der Trigonometrischen Wissenschafft hinein zu setzen. Wann nun aber ein Anfänger gar ohne Arithmetic und Geometrie also gleich zur Trigonometrie zu schreiten

sich unterstehen wolte, der würde freylich nicht ohne Schande mit allen Recht nach des Platonis Worten: ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, abgewiesen werden.

Es wird dieses ein jeglicher selbst aus der Erfahrung bestens approbiren, wenn er auch den ersten Theil meiner Mathematischen Anfangs-Gründe, von der Arithmetic, und den zweyten Theil von der Geometrie völlig verstehet, und nunmehro præparirt diesen dritten Theil der Trigonometrie vor die Hände nimmt. Ich habe mich zwar der Deutlichkeit so äusserst beflissen, daß ich fast nicht wüste ob schwere Dinge leichter könten aufgesetzet werden, und dennoch versichere ich jeden, wo er nicht mit grosser Gedult, und ohnermüdeten Fleiß von Anfang bis zum Ende diesen dritten Theil ordentlich durchwandert, allenthalben auf einem Neben-Papier die Rechnung nachmachet und alle Figuren selbst aufreisset, daß es schwer fallen wird, alles also gleich zu verstehen. Soll ich dem geneigten Leser den völligen Innhalt dieses Dritten Theils in einem kurtzen Abriß zu überschauen vor Augen legen, so

wird

wird nur hieraus die Wahrheit derer Platoniſchen Worte ſattſam erhellen.

In dem

I. Capite ſind die gehörigen nöthigſten Definitiones und Hypotheſes der Trigonometriæ planæ vorausgeſetzt. Im

II. Capite ſtehen die wichtigſten Axiomata und Theoremata, ſamt derer letzteren ihren Demonſtrationibus. Im

III. Capite iſt die Verfertigung des Canonis derer natürlichen Sinuum Tangentium und Secantium hoffentlich ſo klar gezeiget worden, daß ein jeder, wo er ſich NB. die Mühe nehmen will, gar bald einen deutlichen Begriff davon bekommen wird. Im

IV. Capite findet man die Verfertigung des Canonis derer künſtlichen Sinuum Tangentium und Secantium, das iſt, derer Logarithmorum Sinuum Tangentium, &c. Im

V. Capite wird der Gebrauch des Canonis ſelbſten, ſowohl mit bloſſen Sinubus Tangentibus und Secantibus als auch mit deren Logarithmis gelehret. Im

VI. Capite lernet man die Ausrechnung derer gerad-linigten Triangul, nach denen

nen voraus-gesetzten und erklärten Capiteln; Im

VII. Capite sind enthalten die herrlichen Nutzen dieser Trigonometrischen Rechnung in Messung allerhand unzugänglicher Linien an Weiten, Höhen und Tieffen, und allenthalben ist der Proportional-Circul, so viel es sich vor Anfängere hat schicken wollen, mit vielen Nutzen und Vergnügen untermischet appliciret worden. Benjamin Ursinus und andere setzen zwar auch die Trigonometriam Sphæricam zugleich mit hin zu der Trigonometria plana, weilen aber niemand ohne vorhero erlernte Scientiam Sphæricam solche verstehen kan, diese beyde aber vielmehr zur Astronomie gehören, so habe diese billig bis an seinen gehörigen Ort verspahren, und die Anfängere unterdessen nur zur Trigonometria plana; anführen wollen. In dieser dörfften mir nun einige es vor einen Fehler anschreiben wollen, daß ich in Ausrechnung derer blossen Sinuum Tangentium und Secantium zu weitläufftig gewesen wäre, da doch alles Logarithmicè geschwin-

schwinder gieng, und auch heut zu Tage allein gebräuchlich sey. Allein ich gebe zur Antwort: Ein anders ist die Praxis, ein anders die Theoria. In der Theoria muß man einem Anfänger hinlänglich zeigen, was die Sinus Tangentes und Secantes seyen, wie dieselben berechnet werden, und auf was Art die Logarithmi hernach aus solchen entsprungen, sonst würde wenig Licht in der Trigonometrie einem Anfänger angezündet werden. In der Praxi alsdann nimmt man freylich bloß die Logarithmos Sinuum und Tangentium, und bedienet sich deren Vortheil als der geschwindesten Rechnung. Es würde sich auch keiner mit einer Gemüths-Ruhe des Vortheils derer Logarithmorum in der Trigonometrie bedienen, wenn er nur so blindhin ohne Verstand die Logarithmos gebrauchen solte, ohne den Grund zu wissen, was vorhero ein Sinus Tangens & Secans sey, und wie diese seyen berechnet worden. Und gesetzt, es würden durch eine Dinten-Macket einige Sinus oder Tangentes, &c. in einem Canone unleßbar, so hätte ich auch kein ander Exemplar zur

Hand, das meinige zu corrigiren, wie gut ist es, wenn man die Sinus selbsten zu berechnen und die Correction darnach anzustellen weiß? Man bauet heut zu Tage auch keine Vestung mehr, an welcher die Flanquen perpendiculariter auf denen Cortinen stehen, und gleichwohl muß solches denen Anfängern am ersten in einer Directiv Fortification gezeiget werden. Eben so wäre es mühsam, wenn man mit bloßen Sinubus &c. rechnen wolte, da man nunmehro die Logarithmos hat, und gleichwohl muß denen Anfängern die Sinus Tangentes, &c. zu berechnen, gewiesen werden. Ich hoffe auch nicht daß jemand mir dieses ungleich auslegen werde, daß in dem Capite IV. von der Verfertigung des Canonis artificialis, in denen Problematibus die Logarithmos, wie wir sie haben, zu berechnen kürtzlich gewiesen, hingegen in denen Scholiis des Benjamin Ursini Methode nach dem Nepero darzu gesetzt, da der Logarithmus Sinus totius ein o ist, und welchen wir jetzo vor den Logarithmum für 1 annehmen, als wodurch denn nunmehro unsere Logarithmi von

denen

denen Neperischen unterschieden sind: Es ist dieses darum geschehen, um von beyden einigen Unterricht zu geben. Ich habe auch hier und dar eine Figur in denen Kupffer-Blättern mehr als einmal gesetzt, weil ich weiß wie schwer zuerst die Trigonometrie denen Anfängern falle, und wie gerne sie sich verstossen an solchen Figuren, in welchen mehr als diejenigen Linien zusehen, die zu einer Operation gehören, und wie viel leichter sie es begreiffen, wenn lieber eine Figur 2-3- mal von neuem gesetzt, und nur allemal so viel daran gezeiget wird, als die vorhabende Materie erfordert. So sind auch die fürnehmsten Druckfehler des ersten und zweyten Theils mit angehängt, welche der geneigte Leser dem Authori und Herrn Verleger zu gut halten wird, weilen dieser mit allzuvielen Arbeiten in seiner Buchdruckerey überhäufft, ich aber zuweit entfernet bin. Endlich so ist in einem Anhang die allbereit in dem zweyten Theil versprochene Verfertigung eines Proportional-Circuls, so wohl nach seinen material- als formalen Stücken, hoffentlich

so deutlich beschrieben, und sind allenthalben die Proben, ob jede Linie richtig aufgetragen, so ausführlich hinzugethan worden, daß ich glaube, nach meinen Præceptis seye gantz leicht sich selbsten dieß unschätzbare allen Preiß übersteigende Instrument nach seiner gehörigen Perfection auszuarbeiten. Wobey jedoch zum Beschluß dieß melde, daß, wenn jemand von meiner eigenen Hand aufgetragene Proportional-Circul verlanget, ich auch erbiethig bin um civilen Preiß dergleichen alle Proben halten müssende Proportional-Circul zu verfertigen, um in allen Stücken kund zu thun, wie bereitwilligst zu allen Diensten ich seye.

Der

Der
III. Theil
Derer
Mathematischen
Anfangs-Gründe,
Von der
Trigonometria Plana,
Oder,
Derer gerad-linigten
Dreyangel Ausmessung.

CAPUT I.

Von denen fürnehmsten Definitionibus und Hypothesibus.

Definitio I.

DJe *Trigonometria* ist eine Wissenschafft, welche lehret zu drey gegebenen Stücken eines Trianguls die drey übrigen Stücke zu finden.

Scholion I.

Ein jeglicher Triangul hat sechs Stücke, nemlich 3 Winckel und drey Linien: Wenn nun 3 Stücke von diesen sechsen gegeben werden, oder schon bekannt sind, ex. gr. Zwey Seiten und ein Winckel, oder zwey Winckel und eine Seiten, oder alle drey Seiten, so lehret die Trigonometrie die übrigen drey unbekannten Stücke darzu zu finden.

Scholion II.

Da nun die Triangul entweder aus geraden Linien, oder aus krummen und zwar Circul-Linien einer Sphæræ bestehen, so theilet sich mithin selbsten die Trigonometrie in zwey Theile, in die Trigonometriam derer gerad-linigten Triangul, und in die Trigonometriam derer krumm-linigten Triangul.

Definitio II.

Trigonometria plana ist diejenige Wissenschafft, welche zeiget an einem gerad-linigten

ren Triangul zu dreyen gegebenen Stücken die übrigen drey unbekannten Stücke zu finden.

Definitio III.

Trigonometria Sphærica ist diejenige Wissenschafft, welche lehret zu dreyen Stücken eines krumm-linigten Trianguls, die andern drey unbekannten Stücke zu finden.

Scholion I.

Die Trigonometria Sphærica kan auf einem Globo oder Sphæra armillari am besten gewiesen werden, denn ein Triangulum Sphæricum ist ein jeder Triangul, der auf einer Sphæra beschrieben wird. Weilen nun diese Trigonometria hauptsächlich zur Astronomie, Geographie und Gnomonic gehört, mithin die Scientia Sphærica zum voraus muß bekannt seyn, diese aber hier noch nicht kan gewiesen werden; als verbleibe ich in diesem Theil billig bey der Trigonometria plana.

Scholion II.

Will man die Trigonometriam planam recht verstehen lernen, so müssen die *Species* Triangulorum samt ihren Nahmen allforderist bekannt seyn. Ohnerachtet nun dieses alles schon in dem Parte II. Sect. II. von der Geometrie ausführlich ist verhandelt worden, wohin ich auch den Leser verweise; So wird es gleichwohlen nicht schaden, wenn solches hier nur sciagraphicè wiederholet wird, um eines Theils solches denen Anfängern desto besser in das Gedächtniß zu bringen, andern Theils auch den Ausschuß zu zeigen, was hauptsächlich aus der Sectione II. Partis II. hieher gehöre. Denn ein Anfänger ist nicht allemahl so geschickt, daß er behend wisse, was eigentlich aus der angeführten Sectione II. Partis II. hieher sich schicke. Es dienet demnach dem Gedächtniß zur Hülffe folgendes Schema von denen Trianguln sich fürzustellen, so wird, wie man in folgenden erst immer

mer besser wahrnehmen kan, die gantze Sache leichter werden.

Triangula considerantur vel
- *respectu Laterum*, & sic sunt vel
  1) *æquilatera*, vel
  2) *æquicrura*, vel
  3) *Scalena*.
- *respectu angulorum*, & sic sunt vel
  1. *rectangula*, vel
  2) *obliquangula*, & hæc sunt vel
     - *obtusangula* vel
     - *acutangula*,

Scholion III.

Alles das, was von denen Trianguln in der Sectione. I. und II. Part. II. stehet, und hier zu wiederhohlen ist, das will ich nun als Hypotheses, und in dem folgendem Capitel als Axiomata anführen.

Hypothesis I.

Tab. I. fig. 1. In einem *Triangulo rectangulo* heisset diejenige Linie, auf welcher die andere *perpendiculariter* stehet, die *Basis a. b.* die andere, welche Winckelrecht auf ihr ruhet, *b. c.* heisset *Cathetus*, oder *perpendicularis*, und die qveer-übergespannete Seite *a c.* nennet man *hypothenusam*, oder *subtensam*, das ist die Sennlinie.

Hypothesis II.

Alle andere *Triangula* haben nach ihren

Sei-

Seiten keine gewisse Nahmen, sondern diejenige Seite, auf welche ich den Triangul setzen will, wird die *Basis* genennet, und die übrigen zwey Seiten heissen *Crura.*

Scholion I.

Wenn es lauter recht-winckliche Triangul gäbe, so könte allemahl durch die multiplicationem quadratam & extractionem Radicis quadrati die dritte unbekannte Seite gefunden werden, weilen Cap. II. Sect. II. Partis II. demonstriret worden, daß das Quadratum hypothenusæ gleich sey dem Quadrato Basios und Quadrato Catheti zusammen genommen; Alleine da die meisten Triangula sind obliquangula, mithin entweder obtusangula, oder acutangula, so haben die grossen Mathematici einen andern Weg erfunden, durch welchen demnach die unbekannten Seiten an denen Triangeln können gefunden werden. Dem ersten Ansehen nach solte man meynen, weil die Veränderung derer Winckel auch eine Veränderung derer Seiten machete, so solten auch die Winckel zu denen Seiten sich also verhalten, daß man durch die blossen bekannten Winckel, die unbekannten Seiten derer Triangul finden könte. Weilen aber in denen gerad-linigten Trianguln die Seiten gerade Linien sind, die Winckel aber nach Circul-Bögen gemessen worden; so hat sich zwischen beyden keine völlige proportion wollen finden lassen, daß man hätte sagen können: Wie sich verhalten die Winckel eines Trianguls gegen einander; so verhalten sich auch die Seiten desselben Trianguls gegen einander. Indem nun dieses nicht angehet, so hat man endlich **das Verhältnüß derer Winckel gegen die Seiten in einem Triangul** auf folgende Art gefunden: Man ist auf die Sinus verfallen, vermittelst welcher, gleich als denen Vicariis derer Winckel, man alles finden kan, was in einem Triangul begehret wird, wie nun mit mehrern gezeigt werden soll:

Scho-

Scholion II.

Ehe wir aber definiren was ein Sinus sey, ist nöthig zu wissen, was bey denen Circul-Bögen in der Trigonometrie zu betrachten vorkommet, dahero erstlich noch etliche andere Definitiones voraus zu setzen sind.

Definitio IV.

Ein Arcus ist ein Bogen-Stück, welches unter einem halben Circul ist, dieß kan entweder just so groß seyn, daß es einen *Quadranten* ausmachet, oder es ist der *Arcus* grösser oder kleiner als ein *Quadrant*. So ist ex gr. d a. ein Arcus, der accurat einen Quadranten machet; d c ist kleiner als ein Quadrant, c b ist grösser als ein Quadrant, wie dieß Parte II. Sect. I. Cap. I. Defin. XLIII. gelehret worden.

Tab. I. Fig. 5.

Definitio V.

Ein Complementum Arcus ist derjenige Uberschuß des Bogens, welcher noch darzu gehöret, wenn aus dem *arcu* ein *Quadrant* werden soll: Oder das *Complementum arcus* ist derjenige Uberschuß des Bogens, der grösser ist als ein *Quadrant*, welcher noch darzu gehöret, daß aus dem *Arcu* ein halber Circul werde. Ex. gr. a c ist das Complementum arcus d c. daß beyde zusammen einen Quadranten ausmachen: Item a c. ist das complementum arcus b. c. der grösser ist als ein Quadrant, wodurch beyde einen halben Circul erfüllen.

Tab. I. Fig. 5.

Corollarium.

Hieraus siehet man, daß zwey Arcus, welche zusammen

eis

einen halben Circul ausmachen, das *Complementum* gemeinschafftlich haben. Ex. gr. ac ist sowohl das Complementum arcus d. c. zu einem Quadranten, als auch das Complementum arcus b. c. zu einem halben Circul.

Scholion.

Man mercke dieß ja wohl, denn dieses giebt in künfftigen Stücken gar viel Licht.

Definitio VI.

Complementum Anguli ist der Unterschied, wie viel ein gegebener Winckel gröſſer oder kleiner ist, als ein rechter Wirckel von 90. Graden.

Ex. gr. des spitzigen Winckels d x c. sein Complementum ist der Winckel c x a. so viel fehlet nemlich dem Winckel d x c. daß er nicht ein rechter Winckel ist, der 90. Grad hält. Item des stumpffen Winckels c x b. sein Complementum ist eben der Winckel c x a. so viel fehlet nemlich, bis es ein halber Circul wird, der 2 rechte Winckel in sich hält. Das ist, wenn der Angulus Complementi a x c. von dem Quadranten a x d. subtrahiret wird, so zeiget der Rest c x d. an, um wie viel der stumpffe c x b gröſſer sey, als ein rechter Winckel a x d. = b x d. Tab. I. Fig. 5.

Corollarium.

Hieraus siehet man abermalen deutlich, daß zwey Winckel, die zusammen einen halben Circul oder 180. Grad ausmachen, auch einerley Complementum Anguli gemeinschafftlich haben.

Scholion I.

Es wird dieß alles, ohnerachtet es an und vor sich selbsten leicht ist, dennoch in denen folgenden Capituln nach und nach noch immer deutlicher werden. Unterdessen ist es genug, wenn

wenn ein Anfänger nur so viel sich zum voraus wohl einpräget, ohne welches man sonst ins künfftige nicht wird fortkommen können.

Scholion II.

Nunmehro wollen wir auf die Definitiones derer Sinuum Tangentium und Secantium, nach ihren Unterschied, gehen, als auf deren guten Begriff alles ankommet, und ohnerachtet diese Nahmen erstlich scheinen toll zu lauten und einen fast von der Trigonometrie abschrecken solten, so wird gleichwohlen es niemand gereuen, der nur ein wenig Gedult anfänglich hiebey anwenden mag. Immassen die darauf folgende Fürtrefflichkeiten alle anfänglich scheinende Schwürigkeiten reichlich belohnen.

Definitio VII.

Ein *Sinus* ist eine solche Linie, die von dem einem Ende eines Winckels, wo der Circul-Bogen anfängt, auf die andere Seite des Winckels, als den *Semidiametrum* des Bogens, *perpendiculariter* herunter gezogen wird.

Scholion I.

Wer sich dieses recht einbildet, der hat einen grossen Theil Lichts von der Trigonometria plana alsdann schon bekommen: Ex. gr. Es seyen die Triangula A und B beyde spitzwincklichte: Wenn ich den Winckel x. durch einen Circul-Bogen b c. messe, und lasse von b eine perpendicularem b a. herunter fallen, so heisset diese Linie b a. der *Sinus* des Winckels x. Oder ich messete den Winckel y. in dem Triangul B. durch den Bogen b c. und ließ von unten hinauf die *Perpendicularem* b a. von dem einem Ende des Bogens auf den Semidiametrum y c. als das andere Latus des Winckels fallen, so wäre b a. der *Sinus* des Winckels y. Tab. I. Fig. 2.

Scholion II.

Damit man sich die *Sinus* desto besser vorstellen lerne, und durch die unterschiedliche *Situation* derer Trianguln sich nicht verwirre, so rathe ich einem Anfänger, er ziehe sich vielerley Triangul nach unterschiedlicher Lage, und lasse bald von diesem

sem Winckel aufwärts, bald von jenem unterwärts, bald lincks, bald rechts, den Sinum fallen, so wird diese Variatio geübt machen. Ich will exercitii gratia nur den einigen Triangul C. annoch beysetzen, da des Winckels a. sein Sinus e f. von oben herunter, des Winckels b. sein Sinus g h. von der rechten zu der lincken, und des Winckels c. sein Sinus entweder von unten hinauf i k. oder von oben herunter l m. allezeit *NB. perpendiculariter* gezogen stehet, woraus, wie ich hoffe, die Sinus deutlich zu verstehen seyn werden: Denn es ist eins, wenn ich einen Winckel messe mit einem Circul-Bogen, ob ich ex. gr. von l. als dem einem Ende des Bogens, den Sinum l m, oder von i. dem andern Ende des Bogens, den Sinum k. ziehe, es ist einer so groß als der andere. Tab. I. Fig. 4.

Sholion III.

Aus der Geometrie ist bekannt, daß eine Chorda, oder subtensa, zu Teutsch eine Senne, nichts anders sey, als diejenige gerade Linie, welche von einem Ende eines Circul-Bogens bis zu dessen andern Ende queer übergezogen wird, nicht anders als wie die Senne an einer Arm Brust. Nachdem nun ein solcher Circul-Bogen klein oder groß ist, nachdem ist auch die Chorda klein oder groß. Die Chorda maxima ist der *Diameter* eines Circuls: Die Chordâ oder subtensa arcus dati, ist allemahl diejenige gerade Linie, welche von dem gegebenen Bogen queer-über gezogen wird. Die subtensa arcus complementi ist diejenige gerade Linie, welche von einem Ende zu dem andern an demjenigen Bogen gezogen wird, welcher das complementum des gegebenen Bogens entweder zu einem Quadranten, oder zu einem halben Circul ist. Ex. gr. a. b. ist die subtensa maxima, als der Diameter selbsten, a. c. ist die subtensa arcus dati, wenn nur allein der Bogen a. c. gegeben wäre; c. d. ist die subtensa arcus complementi, das ist desjenigen Bogens c. d. welcher zu a. c. gehöret, bis es ein Quadrant wird. Hingegen c. b. ist die subtensa arcus complementi, wenn zu a c. der Rest c d b. kommen sollte, daß ein halber Circul daraus würde. Hieraus wird sich nun noch besser verstehen lernen was ein Sinus sey, nemlich nichts anders, als eine halbe Senne; Dann wann Tab. I. Fig. 5.

Tab. I. Fig. 6. ich zum Exempel an dem Triangul o. den Winckel x. messe, mit einem Bogen m. n. und ziehe aus m. den sinum m p. verlängere hernach den Bogen bis auf g. und verlängere auch den sinum, so wird m. g. die Chorda des Bogens m n g. seyn, welche just noch einmahl so groß ist als der sinus m p. Demnach ist der *sinus m p.* die Helffte der *Chordæ m g.* Diese Betrachtung hat ungemein viel Nutzen in dem folgenden, und wird dahero in dem zweyten Capitul als ein Axioma angenommen werden.

Scholion IV.

Nun wissen wir was ein Sinus sey, allein es ist auch nöthig zu wissen, wie vielerley dieser Sinus seyen? Gegenwärtige Tabelle wird die Sache am leichtesten erklären, und die darauf folgende Definitiones sollen eines jeglichen Sinus Nahmen noch deutlicher beschreiben.

- *Sinus* est
  - vel
  - *Sinus rectus*, hic est vel
    - *Sinus rectus totus*,
      - vel
    - *Sinus rectus arcus*,
      - vel
    - *Sinus rectus complementi arcus.*
  - *Sinus versus*, hic est vel
    - *Sinus versus arcus*, qui
      - vel
      - *minor toto.*
      - *major toto.*
    - *Sinus versus Complementi*

Defi-

Definitio VIII.

Sinus totus ist ein jeglicher Semidiameter eines Circuls. Ex. gr. a. x. ist der Sinus totus des Quadrantens a x e, wenn 2 Semidiametri einen rechten Winckel machen. Tab. I. Fig. 5.

Scholion.

Weilen ein Sinus allemal die halbe Chorda, und der Diameter a b. die Chorda maxima ist, so ist dessen Helffte, als der Semidiameter, auch der gröste Sinus, und zwar gemeinschafftlich zweyen Quadranten, die einen halben Circul ausmachen. In der Geometrie wird diese Linie a x. der Radius, item der Semidiameter, in der Trigonometrie aber Sinus totus genennet.

Definitio IX.

Sinus rectus eines arcus, welcher kleiner ist als ein Quadrant, ist derjenige Sinus, welcher Definitione IV. beschrieben worden, oder hier kürtzer zu sagen: Ein Sinus rectus Arcus ist die halbe Chorda des doppelten Bogens.

Corollarium.

Hieraus folget, daß zwey Arcus, die einen halben Circul miteinander ausmachen, allezeit einerley Sinum miteinander gemeinschafftlich haben.

Hypothesis III.

Wenn in der *Trigonometria plana* von einem *Sinu* geredet wird, ohne Beynahmen, ob es ein *Sinus rectus* oder *versus* seyn soll, so wird allemal der *Sinus rectus* verstanden.

Definitio X.

Sinus rectus complementi, oder *Cosinus*, ist derjenige Sinus rectus, desjenigen Circul-Bogens, welcher eines andern Bogens complementum ist. Ex. gr. es sey gegeben der Bogen a b. so ist b c. der Sinus rectus, und b d. ist der Sinus rectus complementi arcus, nemlich zu dem übrigen Bogen b e. damit a e. ein Quadrant ware.

Tab. I. Fig. 7.

Definitio XI.

Sinus versus Arcus ist dasjenige Stück des Semidiametri, welches zwischen dem Sinu recto und dem andern Ende des Bogens drinnen lieget. Ex. gr. a c ist der Sinus versus arcus, wenn b c der Sinus rectus ist: Wäre aber b d. der Sinus rectus, mithin b c. der Sinus complementi arcus, so ist d e. der Sinus versus arcus. NB. Es ziehlet der Sinus versus arcus allezeit gegen das Centrum, weil er allemal ein Stuck eines Semidiametri ist, heisset auch sonsten *Sagitta*.

Tab. I. Fig. 7.

Scholion.

Der Sinus versus a c. zu dem Bogen a b. ist kleiner, als der Sinus totus, hingegen der Sinus versus c f. zu dem Bogen b e f. ist grösser, als der Sinus totus, und wenn ein Anfänger sich nur die Mühe giebt die Figur recht anzusehen, so wird er die so schwer scheinende Dinge bald begreiffen.

Tab. I. Fig. 7.

Definitio XII.

Sinus versus complementi ist derjenige Sinus versus, welcher zwischen dem Sinu recto

cto complementi und dem arcu comple-
menti eingeschlossen stehet, als ein Stück
eines Semidiametri; ex. gr. d e ist der Si- Tab. I.
nus versus complementi, weil d b. der Sinus Fig. 7.
rectus complementi ist; Wäre aber der Bogen b e.
supponirt zu erst gegeben, so wäre c a. der Sinus ver-
sus complementi, denn also wäre d b. der Sinus re-
ctus, d. e. der Sinus versus, b c. der Sinus rectus com-
plementi oder Cosinus, und e a der Sinus versus
complementî.

Corollarium.

Aus denen bisherigen *Definitionibus* folgen nun diese wohl zu merckende Stücke:

I. Daß kein stumpffer Winckel kan einen *Sinum* haben: Denn ich kan von keiner Seiten eines solchen Winckels eine Perpendicularem auf die andere Seiten fallen lassen worinnen doch der *Sinus* bestehet; Einfolglich haben zwey anguli deinceps positi; oder die einen halben Circul ausmachen, einen *Sinum* miteinander gemeinschafftlich.

Ex. gr. die zwey Winckel a x b. und b x c. machen Tab. I.
einen halben Circul aus: der *Sinus* b d. ist gemein- Fig. 8.
schafftlich vor beyde Winckel, und folglich wenn ich den stumpffen Winckel b x c hätte, und solte damit etwas Trigonometrice finden, so nehme ich den *Sinum* b d. als den *Sinum complementi* des Bogens b a. der noch zu b c. gehöret, bis ein halber Circul daraus wird. Es ist dieses sehr wohl zu mercken, weil es in folgenden Arbeiten einen grossen Nutzen giebt.

II. Zwey *Arcus*, welche einen halben Circul ausmachen, haben einerley *Sinum versum complementi* unter sich gemeinschafftlich. Ex. gr. d. e. ist der gemeinschaffliche *Sinus versus complementi* derer zwey Bögen a b. und b e f. welche einen halben Circul formiren.

Tab. I. Fig. 7. III Zwey *Arcus*, die zusammen eines halben Circuls groß sind, haben unterschiedliche *Sinus versos arcuum*: Ex. gr. Derer zwey Bögen a b. und b e f. ihre Sinus versi sind die unterschiedlichen Linien c a und f e,

Tab. I. Fig. 7. IV. Der *Sinus rectus Arcus* machet mit dem *Sinu verso complementi* zusammen genommen einen *Sinum totum* aus: Oder der *Sinus versus arcus* machet mit dem *Sinu recto complementi* zusammen genommen einen *Sinum totum* aus.

Ex. gr. der Sinus rectus arcus b c = x d. und der Sinus versus complementi d e. machen einen Sinum totum x e aus. Item der Sinus versus arcus a e. und der Sinus rectus complementi arcus d b c. = x c. machen einen Sinum totum x a aus.

V. Wenn man demnach einen von beyden weiß, *ex. gr.* den *Sinum rectum arcus*, so kan ich auch den *Sinum versum complementi* gleich finden, wenn ich nur jenen von dem *Sinu toto subtrahire*, so bleibt im Rest der *Sinus versus complementi, & vice versa*. *Item* wenn ich den *Sinum versum arcus* weiß, so kan ich den *Sinum rectum complementi* finden, wenn ich jenen von dem *Sinu toto subtrahire*, so giebt der Rest den *Sinum rectum complementi, & vice versa*.

Hypothesis IV.

Man nimmt den Radium eines jeden Circuls, er mag groß oder klein seyn, vor eine Unität an, und rechnet alsdann nach denen Decimal-Brüchen, darein diese Unität ist getheilet worden, die Grösse derer Sinuum Tangentium und Secantium aus.

Scholion.

Es ist Definitione VI. gesaget worden, daß ein *Sinus* die Helffte einer *Chordæ* seye; Nun haben die Sa-

race-

racener so viel man weiß, zu erst wahrgenommen, daß in denen halben Chordis, welche allezeit die Sinus sind, eben diejenige Ratio und Verhältnüß bleibe, welche in denen gantzen Chordis angenommen werde, und sind diese dahero darauf verfallen, sich derer halben Chordarum zu bedienen, und mit hinweg werffung derer alten Ptolemæischen Redens-Arten, neue Termino: zu gebrauchen. Hierauf hat *Johannes de Regiomonte*, den Vortheil dieser Rechnung mit halben Chordis einsehend, die gantze Sache in eine bessere Ordnung gebracht: Denn an statt daß er den Radium oder Semidiametrum eines jeglichen Circuls, nach Art des *Ptolemæi* in seinem Almagesto, in 60. Theile hätte theilen sollen, so hat er, zwar einiger, ob gleich verbesserter maassen, bey derer Alten ihrer Sexagenaria zu bleiben, den Radium in 60000000. zergliedert; Alleine bald darauf, da er wahrgenommen, welch ein compendium es sey, wenn der Radius vor eine Unität angenommen werde, hat er das liebe Alterthum lieber gar verlassen, als durch Unwege suchen wollen, was mit leichterer Mühe geraden Wegs kan gefunden werden, und hat den Radium für 10000000. angenommen.

Eben dieß hat dem fürtrefflichen *Johanni Regiomontano* noch ein gröſſer Compendium an die Hand gegeben: Er sahe daß es sehr vortheilhafftig seyn würde, wenn man nicht nur den Radium a c. für 10000000. annähme, sondern auch wenn man des Sinus c. h. als einer halben Chordæ, seine Rationem oder Verhältnüß nach diesen 10000000. ausrechnete, wieviel nemlich derer Theiligen der Sinus c. h. hätte. Item wie viel der Sinus complementi zu einem Quadranten c f = a h. an solchen zehen tausend mal tausend theiligen betrüge, in welche der Radius a c. getheilet worden. Dahero hat er eine Tabulam, die er fœcundam nennet, darnach aufgesetzt. Alleine auch also war dennoch die Lehre der Triangul noch nicht gäntzlich absolviret: Denn weilen in denen Trianguln auf ihre Latera, und nicht auf die Chordas gesehen wird, so fehlete noch, daß, gleichwie c h. und c f. = a h, nach der proportione Radii a c. der vor 10000000. angenommen, ausgerechnet worden, eben also auch die hypothenusa oder Subtendens angulum rectum, nach denen Theiligen des Radii a c. von 10000000. ausgerechnet würde, wieviel nemlich die hypothenusa solcher Theiligen hätte, a o:

Tab. I. Fig. 9.

Dieß hat nachgehends *Georgius Joachimus Rhericus*, Professor Matheseos zu Wittenberg, auszuarbeiten angefangen, und *Valentinus Otto*, der grosse Mathematicus des Churfürstens von der Pfaltz Friderici IV. in dem Opere Palatino de Triangulis, vollendet. Ohnerachtet nun diesen ein grosses Lob gebühret, so hat gleichwohlen bald hernach das gantze Werck noch ein besseres Ansehen gewonnen, da der Canon Triangulorum in drey Theile getheilet worden, in die Tabulas Sinuum Tangentium und Secantium, als wordurch vielmehr Beqvemlichkeit diesem Werck zugewachsen. Wer mehr davon nachlesen will, kan vieles in des *Benjamin Ursini* Trigonometria Lib. II. Cap. I. p. m. 126. seqq. finden und in dem Capite de Constructione Tabulæ Sinuum Tangentium und Secantium will ich selbst noch weitläufftiger seyn; dermahlen melde nur so viel, daß man heut zu tage die Secantes nicht mehr nöthig hat, indeme alle Trigonometrische Problemata ohne dieselben können aufgelöset werden.

Definitio XIII.

Tangens ist eine Linie, welche von dem einem Ende des Circul-Bogens, wormit der Winckel gemessen worden, *parallel* mit dem *Sinu*, und also *perpendiculariter* fortgehet, und so lange *indeterminirt* bleibet, bis er von dem *continuirten Semidiametro* durchschnitten wird.

Ex. gr. Ich hätte den Winckel x a c. den messete ich mit dem Bogen x c; aus c ließ ich den, Sinum e t. herunter fallen: Wenn ich nun aus x. als dem andern Ende des Bogens, eine parallelam cum Sinu x o. ziehe und den Semidiameter a c. continuire, so entstehet der Tangens x o. Tab. I. fig. 9.

Scholion I.

Allezeit diejenige Linie, welche ausserhalb dem Bogen, mit welchen der Winckel gemessen wird, perpendiculariter aufgerichtet stehet, und mit dem Sinu parallel lauffet, wird

der

der *Tangens arcus* genennet; den Terminum, wie lang ein solcher Tangens seyn soll, giebt der Secans, welcher aus dem Semidiametro continuata entstehet. Man sehe nur die Figur recht an: So lange der Winckel x a c offenstehet, ohne den Bogen x c, so kan kein Sinus gezogen werden; So bald mit beliebiger Circul-öffnung der Winckel gemessen, so gleich lässet sich auch der Sinus c f aus c ziehen. So gleich als der Sinus gezogen, so gleich kan auch aus dem andern Ende des Bogens x eine perpendicularis parallela cum Sinu c f aufgerichtet werden, welche den Tangenten giebt, und wenn alsdann der Semidiameter a c continuiret wird, so durchschneidet er den Tangenten in o. und determiniret also den Tagenten nach seiner Grösse, dahero auch dieser Semidiameter continuata alsdann Secans heisset.

Scholion II.

Ein *Tangens complementi arcus* ist von einem Tangente arcus weiter gar nichts unterschieden, als nur darinnen, daß derjenige Tangens unter beyden an zweyen Winckeln, die einen Quadranten ausmachen, aufgerichtet, der Tangens complementi genennet wird, welcher an dem angulo complementi stehet: Ex gr. ich habe die zwey Winckel a b c. und c b d. der erste wäre der gegebene Winckel; so ist c b d. das Complementum meines Winckels a b c. Und wenn ich aus c. den Sinum c. e. ziehe, so ist c f. der Sinus complementi. Richte ich aus a eine perpendicularem auf, und continuire den Semidiameter b c. so determiniret sich der Tangens arcus a g. Wenn ich aus d. eine perpendicularem ziehe, und continuire den Semidiameter b c. biß in h. so erscheinet der Tangens complementi arcus d h. Wäre der Winckel c b d. am ersten gegeben, so hieß der Winckel a b c. der angulus complementi, und e c. wäre der Sinus complementi und a g. der Tangens complementi, da hingegen c f. der Sinus arcus, und d h. der Tangens arcus seyn würde. Tab. I. Fig. 10.

Hypothesis V.

Wenn in der *Trigonometrie* schlechterdings von einem *Tangenten* die Rede ist,

so

so wird allezeit der *Tangens arcus* verstanden.

Definitio XIV.

Secans ist der *continuirte Semidiameter*, welcher den *Tangenten* durchschneidet. Ex. Tab. I. gr. b g. ist der Secans des Winckels a b c. fig. 10. gleichwie b h. der Secans des Winckels c b d. ist.

Scholion.

Es ist der Secans auch zweyerley, wie der Tangens, nemlich *Secans arcus*, und *Secans complementi arcus*, nachdeme nemlich ein Winckel von zweyen, die einen Quadranten ausmachen, vor den gegebenen Winckel gehalten wird. Ex. gr. es wäre a b c. der angegebene Winckel, so ist c b d. der angulus complementi, mithin ist b g. der Secans arcus, und b h. der Secans complementi arcus. Wäre aber c b d. der angegebene Winckel und a b c. der angulus complementi, so würde b h. der Secans arcus und b g. der Secans complementi arcus seyn.

Hypothesis VI.

Wenn von einem *Secante* schlechterdings die Rede ist, so verstehet man den *Secantem arcus*, und muß der *Secans complementi arcus* allezeit besonders bennenet werden.

Corollarium.

Aus diesem allen folgen nun diese puncta, welche wohl zu mercken sind:

I. Daß an einem rechten Winckel von 90. Graden der *Sinus* dessen *a b.* der *Radius* oder *Semidiameter* selbsten sey, welcher auch dahero der *Sinus totus* genennet wird.

II. Daß

II. Daß ein rechter Winckel keinen *Tangenten* und *Secanten* haben könne: Denn ein Secans ist nichts anders als ein Semidiameter, welcher coutinuiret wird, bis durch solchen der Tangent durchschnitten wird. Nun aber gehet in einem 90-gradigten Winckel der Semidiameter perpendiculariter fort, und lauffet also parallel mit dem Tangenten, wenn man einen ziehen wolte, die parallel-Linien aber kommen niemahl zusammen, wenn sie in infinitum fort lieffen, mithin kan in solchen Fall der Semidiameter keinen Tangenten determiniren, noch sich selbst das Maaß eines Secanten geben, demnach hat ein rechter Winckel keinen Secanten und Tangenten.

Tab. I. fig. 11. Man besehe nur die 11. Figur. b a c ist ein rechter Winckel, b a ist der Sinus totus und Semidiameter; wenn man nun auch aus c. eine perpendicularem aufrichten wolte, um daraus einen Tangenten zu machen, so ist es doch nimmermehr möglich, denn der Semidiameter b a. welcher in seiner continuation, den Tangenten aus der Linie c x determiniren solte, kommt, in infinitum fortgehend, nicht zusammen mit c x. weil beyde parallel gehen. Ergo kan c x keinen Tangenten und b a keinen Secanten geben, und also hat ein 90-gradigter Winckel weiter nichts als den *Sinum totum*.

III. Die stumpffen Winckel haben nicht nur keine *Sinus*, nach dem *Corollario Definitionis IX.* sondern auch keine *Tangenten* und *Secanten*. Nur allein die spitzigen Winckel bis auf den 90. Grad, haben *Sinus Tangentes* und *Secantes*. Daß ein stumpffer Winckel weiter keinen Sinum habe, als denjenigen nur gemeinschafftlich, welchen der angulus deinceps positus, der das complementum zum halben Circul ist, besitzet, dieses ist in dem Corollario Definitionis IX. allbereit gezeiget worden. Da nun ein stumpffer Winckel keinen Sinum hat, so kan er auch keinen Tangenten und Secanten haben, man würde ein Viel-Eck und kein Drey-Eck bekommen, wenn an einem stumpffen Winckel ein Tangens und Secans müste irrig gezogen werden. Die spitzigen Winckel aber haben Sinus

und

und einfolglich auch Secantes, und Tangentes und zwar also: Daß gleichwie die Sinus derer spitzigen Winckel immer grösser werden, je grösser und näher die Winckel zu 90. graden werden; Also im Gegentheil die Sinus immer kleiner werden, je mehr sie von 90. graden und dem Sinu toto an graden abnehmen, und da ein stumpffer Winckel dadurch entstehet, per consequens der Sinus Complementi arcus angenommen werden muß.

Schölion I.

Diese wichtige Sache, daran alles gelegen, wenn man die Trigonometrie recht verstehen will, kan nicht besser der Jugend vorgemahlet werden, als in der Fig. 12. Tab. I. Es seyen x y, x d, x b, x c, x e. lauter radii oder Semidiametri, darunter ist x y. der Sinus totus, oder der Sinus des rechten Winckels und Viertels-Circul d y. Ferner sind b i, c i, e i, a o, a o, a o, ao, lauter Sinus oder Eck-Maaß derer Bögen d b, d c, d e, item m a. m a, m a, m a, deren immer einer grösser ist als der andere, je näher er nemlich bey dem Sinu toto stehet. Ferner sind d k. item m n, m p, m q, m r, lauter Tangentes, oder Streiff-Linien derer Bögen d b. item m a, m a, m a, Endlich so sind x k, x n, x p, x q, x r lauter Secantes, welche die Tangenten jeder Bögen durchschneiden und deren Höhe determiniren. Auf solche weise wird ein Anfänger sich am besten diese Stücke einbilden können.

Tab. I. Fig. 12. Ex. gr. es wäre der Winckel b x d. gegeben, so ist b. i. der Sinus, d k. der Tangens und x k. der Secans: Oder es wäre der Winckel m x n. gegeben, so ist a o. der Sinus, m n. der Tangens und x n. der Secans: Oder man hätte den Winckel m x r. so ist a o (nemlich das nächste a o bey y x) der Sinus, m r. der Tangens und x r. der Secans, und so mit allen Winckeln von 1. Grad bis auf den 90ten und wo die minuten und secunden auch angenommen werden, so gehet dieses also an, von der ersten secunden bis auf die 60te, welche die erste minuten ausmachet, und von der ersten minuten bis auf die 60te welche den ersten Grad ausmachet, und so fort.

Scho-

Scholion II.

Alles das, was in diesem Cap. I. Trigonometriæ ist abgehandelt worden, ist in der Figura 13. Tab. I. dem Gedächtniß zur Hülffe zu kommen, beysammen anzutreffen, da allenthalben bey jeder Linie die Nahmen geschrieben stehen, und also die Trigonometrischen Termini bey einander erkläret anzutreffen sind.

1) x b ist der Sinus totus.
2) f h der Sinus rectus arcus.
3) f g der Sinus rectus complementi, oder Cosinus.
4) d g der Sinus versus arcus.
5) c h der Sinus versus complementi.
6) d o der Tangens arcus.
7) x o der Secans arcus
8) c l der Tangens complementi arcus, oder Cotangens.
8) x l der Secans complementi arcus, oder Cosecans.
10) m s die Subtensa arcus, wie Q. F. deren Helffte allezeit der Sinus ist.

Hypothesis. VII.

Was von denen *Sinubus Tangentibus* und *Secantibus* in Ansehung ihrer *arcuum* oder Bögen gesaget wird, das ist eben auch von ihnen zu verstehen in Ansehen derer Winckel, welche solche *Arcus* schliessen.

Scholion.

Daß es nun aber wahr sey, daß sich derer Triangul ihre Seiten gegen einander also verhalten, wie sich die Sinus eines solchen Trianguls in ihren überstehenden Seiten verhalten, das wird in folgenden Capitul klahr und offt bewiesen werden.

CAPUT II.

Von denen Axiomatibus und Theorematibus

Axioma I.

WEnn ich weiß daß an zweyen Trianguln alle drey Seiten einander gleich, so sind auch die 3. Winckel einander gleich, und die gantzen *Triangula* sind einander gleich.

Scholion.

Dieß und alle folgende Axiomata sind deutlich genug Sectione I. und II. Partis II. unter dem Titul als Theoremata demonstriret worden, dahero werden sie hier billig nun als Axiomata, die keiner Demonstration weiter mehr bedürftig, und die gleichwohlen um der Ordnung und Deutlichkeit halber repetirt werden müssen, angeführet.

Axioma II.

Wenn in einem Triangul zwey Seiten und ein Winckel gleich sind eines andern Trianguls zwey Seiten und einem Winckel *homologicè* so sind die gantzen Triangul einander gleich.

Axioma III.

Wenn an zweyen Trianguln zwey Winckel und eine Seiten einander *homologicè* gleich sind, so muß alles übrige an beyden Trianguln auch einander *homologicè* gleich seyn.

Axio-

Axioma IV.

Wenn an denen gegebenen Trianguln *b. d. f h.* **die** gegebenen Seiten in Proportione **alle kleiner oder grösser wären, als die Seiten an denen Trianguln** *a. c. e. g.* **so würden jene** *Triangula b. d. f. h.* **mit diesen** *Triangulis a. c. e. g* **nach** *Proportion* **einander gleich seyn.**

Tab, I. Fig. 3.

Exempli gratia.

Bildet euch ein, es seyen die gegebenen Seiten in denen Triangulis a. c. e. g. nach einem grössern Maaßstab, hingegen die homologischen Seiten derer Triangulorum b. d. f. h. nach einem kleinern Maaßstab angenommen, jedoch an eben so viel Maassen des kleinern Maaßstabs der Anzahl nach, als jene Maaß an dem grössern Maaßstab hatten; so werden nothwendig die übrigen Seiten eben so groß nach dem kleinern Maaßstab seyn in denen Triangulis b. d. f. h. als groß auch die übrigen Seiten derer Triangul a. c. e. g. nach dem grössern Maaßstab seyn werden, mithin werden sie an der Ratione einer Seiten gegen der andern gleich, und also proportional seyn. Das ist: Es wird eine jede Seite an einem Triangul an der Ratione gleich seyn der gegen über-stehenden Seiten des andern Trianguls. Eben so ist es auch umgewendet, wenn die Triangul a. c. e. g. kleiner, und die Triangul b. d. f. h. grösser angenommen wären.

Axioma V.

Alle Winckel werden nach Circul-Bögen abgemessen und ausgesprochen.

Scholion.

Es ist auch dieß schon Sectione I. Partis II. erkläret zu finden, daß nemlich aus dieser Ursach, weilen alle Winckel nach Circul-Bögen ausgemessen werden, ein jeder Circul, er sey groß oder klein, in 4 gleiche Theile getheilet, jedes Viertel in 90 Theile, und also der gantze Circul in 360 Theile zertrümmert werde, deren jeder Theil als ein Grad wieder in 60 Minuten, eine jede Minuten wieder in 60 Secunden, ꝛc. zertheilet worden. Diese Eintheilung in 360. ist nun bey denen urältesten Mathematicis aus folgenden Ursachen erwählet gewesen:

1) Weil diese Zahl viele Geheimnüsse in sich hat: Es entspringet die Zahl 360. wenn man 6 in die Zahl 10. 6mal führet; denn 6 mal 10 ist 60. und 6 mal 60 ist 360. Nun aber ist 6 unter denen Numeris perfectis der allererste, welcher bey denen Astronomis sehr üblich.

2) Weilen diese Zahl 360. unaussprechlichen Nutzen hat, den man unter andern auch nur daraus abnehmen kan, indeme keine andere Zahl, sie mag grösser oder kleiner seyn, kaum kan gefunden werden, welche so viele Divisiones leydet, als diese Zahl 360: Denn durch 2 dividiret sich 360 in 180; durch 3 in 120; durch 4 in 90; durch 5 in 72; durch 6 in 60; durch 8 in 45; durch 10 in 36; durch 12 in 30; durch 15 in 24; durch 18 in 20; durch 20 in 18.

Dahero hat man eine besondere Rechnungs-Art zusammen getragen, welche *Logistica Sexagenaria* heisset, in welcher alle Vortheile, die man darinnen haben kan, enthalten sind. In denen neuern Zeiten hat man zwar wollen, nach Art der Decimal-Rechnung, einen Circul in 4 Theile, einen jeden Theil in 100 Grad, einen jeden Grad in 10 Minuten, eine Minute in 10 Secunden, ꝛc. eintheilen: Alleine, weilen hierdurch gantz neue Tabulæ Sinuum, nebst andern Neuerungen, hätten müssen gemachet werden, so hat man es noch bey der Sexagenaria bewenden lassen. *Johannes Briggius* hat einen solchen neuen Canonem Sinuum Tangentium und Secantium für 100 Grad eines Quadrantens, heraus zu geben ausge-

gefangen; da er aber starb ehe das Werck zu Ende gebracht wurde, so hat *Henricus Gellibrand* hinzugesetzt was noch fehlete. Beyde Arbeiten sind Anno 1633. und also just vor hundert Jahren, unter dem Titul; *Trigonometria Britannica*, herausgekommen, Goudæ, in Folio. Allein, wie gesagt, öffentlich ist diese Art noch nicht in denen Mathematischen Schulen eingeführet. Den Radium eines jeden Circuls hat zwar schon *Johannes Regiomontanus*, mit Verwerffung der Zahl 60000000. für eine Unität mit seinen Bruch-Zeichen angenommen 10000000. die Eintheilung der Circumferenz aber eines jeden Circuls bleibt noch in 360 Grad, wie dieß in dem Scholio Hypothesi IV. annexo gezeiget worden.

Axioma VI.

Wenn eine gerade Linie die andere durchschneidet, so giebt es 4 Winckel, welche *Anguli in crucem oppositi* heissen; und die *Verticales* gegeneinander sind allezeit einander gleich.

Axioma VII.

Zwey Winckel auf einer geraden Linie machen allezeit 180. Grad, oder 2 rechte Winckel zusammen aus.

Axioma VIII.

Vier Winckel Creutz-weiß gezogen machen allezeit 4 rechte Winckel, oder 360 Grad in einer Summa aus, sie mögen über das Creutz gezogen seyn wie sie wollen.

Axioma IX.

Wenn eine gerade Linie durch zwey *parallel*-lauffende andere Linien queer durchgehet, so sind 1) die *Anguli alterni* einander gleich;

2) die *Anguli deinceps positi*, je zwey und zwey genommen, sind auch einander gleich; 3) die *Anguli ad verticem* sind ebenfals einander gleich, und 4) zwey *Anguli interni*, die auf einer Seiten einander gegen-über stehen, machen zusammen zwey rechte Winckel aus.

Scholion.

Die Demonstrationes dieser Sätze sind sect. I. und II. Partis II. deutlich genug gegeben worden.

Axioma X.

In einem jedem Triangul, er mag seyn wie er will, sind die 3 Winckel zusammen genommen zwey rechten Winckeln gleich, das ist, ein jeder Triangul hält 180 Grad.

Axioma XI.

In einem recht-wincklichten Triangul ist das *Quadrat*, auf der *Hypothenusa* aufgerichtet, so groß als die zwey *Quadrata*, auf der *Base* und *Catheto* aufgerichtet, zusammen genommen.

Corollarium.

Wenn mir demnach an einem recht-wincklichten Triangul zwey Seiten bewust, so kan ich die dritte durch Rechnung finden: Ex. gr. Es wäre bekannt die Basis a b. 22 (o. der Tab. I. Cathetus b c. 29. 5 (1. die Hypothenusam a c. zu finFig. 1. den, so quadriret beydes, und addiret die zwey Quadrata. Aus der Summa extrahiret Radicem Quadrati,

drati, so ist der Radix die Hypothenusa a c. welche zu wissen verlanget wurde.

a b. 22 (0
22 (0
44
44
484 (0□
484 (0□
1354,25 (2□

b c. 29,5 (1
29,5 (1
1475
2655
590
870,25 (2□
870,25 (2□
484, (0□
1354,25 (2□
458 1
135,425 (2□ (36,8 (1
966
6
396
1
728
8
5824

Hypoth. a c.

Gesetzt man wüste die Hypothenusam a c 36, 8 (1, und eine von beyden Perpendicularen, die Basin oder den Cathetum, ex. gr. die Basin a b. 22 (0. Es solte der Cathetus gefunden werden, so quadriret a c. 36, 8 (1. desgleichen auch a b. 22 (0. und subtrahiret das Quadratum a b. von dem Qua-

drato a c, aus dem Rest extrahiret Radicem Quadrati, so erlanget ihr den Cathetum b c. den ihr wissen wollet.

484 (o□. ab.

429
87.0,24(2□(29,5(1□
449
9
441
1
585
5
2925

ac. 36,8(1
3518(1
2944
2208
1104
13.54,24(2□
484 (o□
870,24(2□

Demnach ist der Radix, oder die gesuchte Seite des Trianguls b c. 29,5 (1.

Theorema I.

Die Sinus von ähnlichen Bögen haben einerley Verhältniß, oder Rationem zu ihren Radiis.

Demonstratio.

Es ist Theoremate XVII. Sect. I. Partis II. demonstriret worden, daß die Chordæ zweyer ähnlicher Bögen an ungleichen Circuln einerley Verhältniß zu ihren Radiis hätten, das ist, wenn an einem grössern und kleinern Circul ein Arcus von einerley Innhalt derer Graduum abgeschnitten, und

die

Chordæ gezogen werden, so verhält sich die Chorda A B. des grössern Arcus zu ihrem Radio A x. in einer Verhältniß mit der Chorda des kleinern Arcus a b. von eben so viel Graden, zu ihrem Radio a x. Tab. I. Fig. 14. num. 1. 2.

Nun ist Scholio III. Definitionis VII. gezeiget worden, daß ein Sinus die Helffte einer Chordæ sey, demnach verhalten sich auch die Sinus als halbe Chordæ zu denen Radiis von ähnlichen Bogen in einerley Ratione gegeneinander, das ist: Der Sinus A o. des Winckels A x s. hat eben das Verhältniß zu dem Radio A x, welch Verhältniß der Sinus a o. des Winckels a x s. zu seinem Radio a. x. hat. Denn wenn zwey Grössen durch einerley dritte Grösse dividiret werden, so verhalten sich beyder Grössen ihre Quoti gegeneinander, wie sich die Grössen selbst gegeneinander verhalten, nach dem Theoremate XXII. Sect. II. Partis I. Demnach haben die Sinus von ähnlichen Bogen einerley Verhältniß oder Rationem zu ihren Radiis, Q. e. d.

Theorema II.

Der Tangens von 45 Graden A B. ist allemal gleich dem Radio A C.

Demonstratio.

Es ist Definitione XXXVI. Sect. I. Partis II. erkläret worden, daß die Mensura angulorum ein Circul-Bogen sey, und in dem Scholio ist angemercket worden, daß ein Winckel von so viel Graden zu seyn gerechnet werde, als viel Gradus der Bogen habe, welcher den Bogen misset. Nun ist hier ex hypothesi an dem Tab. II. Fig. 1.

Circul ein Arcus von 45 Graden angenommen A D. demnach ist auch der Winckel A C D. von 45 Graden. Hieraus folget, daß der Winckel B ebenfals müsse 45 Grad halten: Denn in dem Theoremate XXXIV. Sect. II. Part. II. ist demonstrirt, daß in jeden Triangul die 3 Winckel gleich seyen 2 rechten Winckeln, und in dem Corollario ist angezeiget worden, daß wann an einem Triangul ein rechter Winckel zu finden, so müsten die zwey übrigen Winckel auch 90 Grad machen, dahero dieß auch Axiomate X. dieses Capitels wiederhohlet worden. Da nun hier A. ein rechter Winckel und C. 45 Grad hält, ex hypothesi, so muß B auch 45 Grad halten, weil beyde Winckel B. und C 90° ausmachen müssen. Demnach folget zuletzt, nach dem Corollario II. Theorematis XXXIV. und Theor. XXXVI. Sect. II. Part. II. daß weil B C. die Basis des Trianguli B A C. und die beyden Winckel auf der Basi B und C. einander gleich sind, hier nemlich 45 Grad, daß das Triangulum muß æquicrurum seyn, das ist, A B wird gleich seyn A C. Nun aber ist A B. der Tangens von 45 Graden, und A C. ist der Radius: Demnach ist der Tangens von 45 Graden allezeit gleich dem Radio sui Circuli, mit welchen der Winckel gemessen wird, Q. e. d.

Theorema III.

In einem jeglichen Triangul verhalten sich die Latera gegen einander, wie sich verhalten gegen einander die Sinus derer gegen-überstehenden Winckel.

Demon

Demonstratio.

Ein jeglicher Triangul kan mit einem Circul umschlossen werden, mithin kan eine jede Seite des Trianguls eine Chorda desjenigen Circul-Stücks seyn, unter welchem sie gezogen stehet. So ist ex.gr. an dem Triangul d e f. die Seite d e. die Chorda des Bogens d e, item die Seite e f. ist die Chorda des Bogens e f. und die Seite d f. ist die Chordæ des Bogens d f. Nun sind die Sinus halbe Chordæ, nach dem Scholio III. Definitionis VII. Demnach sind die halben Seiten dieses Trianguls d e f. auch hier die Sinus derer halben Bögen. Schläget man hierauf das Theorema XXIV. Sect. I. Partis II. auf, so findet man demonstriret, daß ein Winckel vom Centro aus gezogen noch einmahl so groß sey, als ein Winckel von der Peripherie gezogen, wenn beyde Winckel auf einerley Arcu stehen; mithin ist, nach dem Corollario I. Theorematis XXIV. citat. der halbe Bogen von e f. oder von f d. oder von d e. die mensura derer drey Winckel d. e. und f. weilen alle 3. Winckel auf der Peripherie stehen. Demnach kan ich sagen: Wie sich verhält das *Latus d.e.* zu seines gegen-überstehenden Winckels *f.* seinem *Sinu*: So verhält sich das *Latus e f.* zu dem *Sinu* des gegen-überstehenden Winckels *d.* und eben also verhält sich auch das *Latus d f.* zu dem *Sinu* des gegen-überstehenden Winckels. *e.* Q. e. d. Tab. II. Fig. 2.

Scholion I.

Dieß wichtige Theorema, auf welchem fast alles beruhet in der Trigonometria plana, will ich suchen durch etliche Exempel noch auf eine deutlichere Art zu erklären.

Es soll demnach 1) an einem recht-wincklichten, 2) an einem spitz-wincklichten, und 3) an einem stumpff-wincklichten Triangul gezeiget werden, daß sich ihre Seiten gegen einander verhalten, wie sich die *Sinus* ihrer gegen-überstehenden Winckel gegen einander verhalten, *& vice versa*: Die *Sinus* derer Winckel wie ihre gegen-überstehende Seiten.

I. Es sey ein recht-wincklichter Triangul a b c. Nehmet davon die Seite b c. als einen Semidiametrum an, mit welchem ihr die Winckel messen wollt. Reisset aus c. den Bogen b d und aus a den Bogen e f. und mercket dabey sehr wohl, daß die Linie a e = b c seye, denn sie sind einerley Semidiameter. Nun ist b d. der Bogen des Winckels c. und e f ist der Bogen deß Winckels a. beyde aus einerley Circul-Oeffnung. Die Sinus aber beyder Bögen sind b c und e g. Weilen nun c b und e g parallel mit einander sind; So heisset es billig, nach dem Theoremate XXXVII. Sect. II. Part. II. Wie sich verhält *c b* der *Sinus* des Winckels *c.* zu *b a.* so verhält sich *e g.* der *Sinus* des Winckels *a.* zu *a e.* das ist zu *c b.* denn *a e* ist = *c b.* Demnach verhalten sich die Sinus c b und e g. gegen einander, wie sich die Latera des Trianguls b c. und b a. gegen einander verhalten. Tab. II. Fig. 3.

Eben so beweiset man es auch von dem andern Winckel b. dieses recht-wincklichten Trianguls: Man reiset nur aus c. den Bogen b d. wie vorhero auf, alsdann aber ziehet man mit eben dieser Circul-Oeffnung aus b. den andern Bogen c e. so ist b c. der Sinus des Bogens b d. und e g. ist der Sinus des Bogens c. e. Da nun e b = b c. denn es ist einerley Circul-Oeffnung bey beyden Bögen geblieben, so kan man aus eben dem Grund wiederum sagen: Wie sich verhält *c b.* als der *Sinus* des Winckels *c* zu *a b.* der gegenüberstehenden Seiten, also verhält sich auch *e g.* der *Sinus* des Winckels *b.* gegen *e b.* das ist gegen *b c.* weil beyde, als einerley *Semidiametri*, einander gleich sind. Tab. II. Fig. 4.

Oder man kan also sagen: Wie sich verhält *e g.* zu *e b* = *b c.* so verhält sich auch *b c.* zu *a b.* Demnach verhalten sich die Sinus e g. und b c. = e b. wie sich die Seiten

der

der Triangul gegeneinander verhalten b c und b a &. vice versa. So verhält es sich nun mit allen recht-wincklichten Triangeln.

II. Es sey **der spitz-wincklichte Triangul** a b c. Behaltet ein Latus des Trianguls a b. zum Semidiametro, damit ihr die Winckel messen wollet. Ziehet aus a. den Bogen b d. und aus c. den Bogen e f. Lasset die beyde Sinus fallen b h. und e. g. so kan man abermals nach dem Theoremate XXXVII. Sect. II. *Part.* II. sagen: Wie sich verhält der *Sinus b h*, des Winckels *a.* zu seiner gegen-überstehenden Seiten *c b*. so verhält sich auch der *Sinus e. g.* des Winckels *c.* zu seiner gegenüberstehenden Seiten *e. c.* Nun ist e c. = a. b denn es sind einerley Semidiametri, damit man die Winckel gemessen, demnach verhält sich e g. zu der gegenüberstehenden Seiten a b. wie sich verhält b h. zu seiner gegenüberstehenden Seiten b c. Demnach verhalten sich auch in diesem spitz-winckelichten Triangul die Sinus der gegen-überstehenden Winckel gegen einander, wie sich die Seiten derer Triangul gegen einander verhalten, & vice versa. Tab. II. Fig. 5.

Nun probiret es eben also mit dem andern Winckel b. dieses spitz-wincklichten Trianguls a b c. ziehet aus b mit der Weite a b den Bogen a f. und aus c. mit eben dieser Circul-Oeffnung den Bogen d g. Lasset die Sinus a k: und d h. herunter fallen, so kan man wiederum also sagen: Wie sich verhält *a k.* der *Sinus* des Winckels *b.* zur gegen-überstehenden Seiten *a c.* so verhält sich *d h.* der *Sinus* des Winckels *c* zu *d c.* Nun ist d c = b a. denn sie sind einerley Semidiametri; Ergo kan ich auch sagen, a k. ac = d h: b a. Demnach verhalten sich die Sinus derer gegenüberstehenden Winckel gegeneinander wie sich ihre gegenüberstehende Seiten gegeneinander verhalten, & vice versa.

III. **Es sey ein stumpff-wincklichter Triangul** a b c. der stumpffe Winckel sey c. dieser hat nun eigentlich keinen Sinum, sondern des Complementi zu einem halben Circul sein Sinus ist gemeinschafftlich mit diesem stumpffen Winckel, wie schon erkläret worden. Daß es nun auch an stumpff-wincklichten Trianguln wahr Tab. I. Fig. 7.

sey

sey, daß sich die Sinus derer gegenüberstehenden Winckel gegen einander verhalten, wie sich die gegen-überstehende Seiten verhalten, & vice versa, beweise ich also: Nehmet b c zum Semidiametro derjenigen Circul-Oeffnung, nach welcher ihr die Winckel messen wollet, reisset damit aus c. den gantzen halben Circul a b d. weßwegen auch die Basis Trianguli a c. verlängert werden muß. Ziehet ferner aus a. mit eben der Circul-Oeffnung den Bogen e c. (NB. hierdurch wird widerum a e so groß, als c b.) Nunmehro sind dieß die zwey Bögen derer zwey Winckel c und a. Das Stück b d. ist das complementum zu a b. vor einen halben Circul. Der Sinus complementi b g. ist nun gemeinschafftlich mit dem stumpffen Winckel c. Ferner ist e h. der Sinus des Bogens e c. oder des Winckels a. Demnach kan ich abermahlen, nach dem Theoremate XXXVII. Sect. II. Part. II. sagen: Wie sich verhält *b g.* der *Sinus complementi Arcus*, zu der Seiten *a b.* so verhält sich auch der *Sinus e h.* des Winckels *a.* zu der Seiten *a e.* oder, welches gleich viel, zu *c b.* denn *a e.* ist der *Semidiameter* wie *c b.*

Oder man kan auch also sagen: Wie sich verhält *e h* zu *a e* = *c b* So verhält sich auch *b g* zu *a b.* oder saget auch also: Wie sich verhält *a e* = *c b.* zu *e h.* so verhält sich *a b* zu *b g.* Mithin verhalten sich an einem stumpff-wincklichten Triangul die Seiten gegeneinander, wie die Sinus ihrer gegen-überstehenden Winckel, und die Sinus wie die gegenüberstehenden Seiten.

Wird man mit dem andern Winckel b. eben also verfahren, so wird sich wiederum diese Wahrheit zeigen. Den Sinum complementi brauchen wir dießmahlen nicht, dahero ist nicht nöthig den völligen halben Circul zu ziehen, wie vorhero, sondern nehmet c a. zum Semidiametro an, nach welcher Circul-Oeffnung Ihr die Winckel a. und b. messen wollet: Reisset aus a. den Bogen e f. und lasset den Sinum c g. fallen. Ziehet aus b. mit eben der Circul-Oeffnung, den Bogen e o. und lasset den Sinum e i. fallen. Nun sehet ihr schon, daß man abermahlen sagen könne: Wie sich verhält des Winckels a. sein sinus c g. zu der gegenüberstehenden Seiten c b. so verhält sich

des

des Winckels b. sein Sinus e. i. zu e. b. Nun ist e b. gleich mit a. c. denn sie sind einerley Semidiametri, demnach ist es auch eins, wenn ich sage: Wie sich verhält der *Sinus c g.* des Winckels *a.* zu seiner gegen-überstehenden Seiten *c b.* so verhält sich der *Sinus e. i.* des Winckels *b.* zu seiner gegen-überstehenden Seiten *a c.*

Das gantze Werck, damit ich mich, so viel möglich, deutlich erklären möge, bestehet darinnen: Es ist Theoremate XXXVII. Sect. II. Part. II. bewiesen worden, daß, wenn in einem Triangul eine Parallel-Linie mit der Base gezogen werde, so seyen die Latera untereinander proportionalia. Nun wenn erstlich in einem recht-wincklichten Triangul der Sinus eines gegen-überstehenden Winckels NB. also gezogen wird, daß ex. gr. der Sinus e g. mit der Base b. c, Tab. II. fig. 3. oder der Sinus e. g. mit der Base a, c. Fig. 4. parallel zu stehen kommen, welches geschiehet, wenn ein Latus Trianguli b. c. zum Semidiametro genommen wird; So gilt ja nothwendig in einem solchen recht-wincklichten Triangul alles, was in dem citirten XXXVII. Theoremate gesaget und demonstriret worden, nemlich, daß sich a c. zu a b. wie e g. zu e b. fig. 4. verhalte, und überhaupt daß die Latera gegeneinander proportionalia seyen.

Was nun die spitz-wincklichten Triangula anlanget, so schauet nur die Figuram 5. und 6. recht an, so bald der Sinus b h. figura quinta, oder a k. Figura 6. gezogen worden, ja so gleich als der Sinus b h. und e g. Figura quinta, oder a k. u. d h. figura 6. gerissen worden; sogleich kan b h c. Fig. 5. und a k c. Fig. 6. vor einen recht-wincklichten Triangul angesehen werden, in welchen mit der Base b h. oder a k. eine parallela e g. oder d h. gezogen worden, und in welchen Triangulis also die Latera proportionalia sind, nach dem schon offt-citirten Theorem. XXXVII. *Part.* II. Da nun dieses bewiesen, und nunmehro auch offenbahr ist, daß e c = b a. Fig. 5. und d c = b a. Fig. 6. denn es sind je zwey und zwey in jedem Triangul einerley Semidiametri, so folget nothwendig daraus, daß die *Sinus* und die *Latera Triangulorum* **unter sich und gegeneinander** *proportionalia* seyen.

Scho-

Scholion II.

Ein Anfänger lasse sichs nicht verdriessen, diese Doctrin mit bedächtlichem Nachsinnen zu untersuchen, sintemahl der schwehrste Stein in der Trigonometrie gehoben, wo einmahl diese Subtilität verständlich wird, daß man einen vernünfftigen Begriff davon sich machen kan.

Theorema IV.

Wenn von zweyer Gröſſen 6. und 8. ihrer halben *Summa* 7. *subtrahi*ret wird die halbe *Differentz*, welche ist 1. so bleibt im Rest die kleinere Gröſſe von beyden 6. Hingegen, wenn die halbe *Differentz* 1. zu der halben *Summa* 7. beyder Gröſſen 6. und 8. *addi*ret wird, so kommt die gröſſere Zahl 8. heraus.

Demonstratio.

1. Es ist aus der Arithmetic bekannt, daß eine Zahl, die gröſſer ist als eine andere, bestehe erstlich aus der kleineren Zahl, hernach zweytens aus der Differentz, um wie viel die gröſſere Zahl die kleinere übertrifft. Exempli gratia, die Zahl 8. bestehet in Ansehung der Zahl 6. aus 6. und aus 2. als der Differentz. Demnach bestehet eine Summa beyder Zahlen, exempli gratia 6. und 8. welche ist 14. aus der kleinern Zahl 6 zweymal genommen, ist 12. und der Differentz 2. addiret, giebt 14. Mithin bestehet die halbe Summa zweyer Zahlen 6. und 8. welche ist 7. aus der kleineren Zahl 6. und der halben Differentz 1. Wenn man demnach von der

hal-

halben Summa 7. die halbe Differentz 1 ſubtrahiret, ſo bleibt im Reſt die kleinere Zahl 6. Q. e. d.

II. Hingegen wenn man zu der halben Summa 7 die halbe Differentz 1. addiret, ſo giebt aus eben der raiſon die neue Summa die gröſſere Zahl 8. Q. e. d.

Scholion.

Es giebt dieß Theorema fürtrefflichen Nutzen unten, wenn von der Auflösung derjenigen Triangul gehandelt wird, an welchen zu zwey gegebenen Seiten und dem darzwiſchen bekannten Winckel, die übrigen drey Stücke eines ſolchen Trianguls zu finden. Dahero will, mehrerer Deutlichkeit wegen, noch etliche Exempel beyfügen. Exempli gratia: Ich hätte die Zahl 37. und 15. ihre Summa iſt 52. die halbe Summa iſt 26. die Differenz von 37. und 15. iſt 22, die halbe Differenz, 11. Wenn man nun von der halben Summa 26. die halbe Differenzz, 11. ſubtrahiret, ſo bleibet im Reſt die kleinere angegebene Zahl 15. Hingegen wenn zu der halben Summa 26. die halbe Differenz, 11 addiret wird, ſo giebt die neue Summa die gröſſere gegebene Zahl 37.

Item, es wären die Zahlen gegeben 466. und 244. ſo ſtehet es Arithmeticè alſo:

466		466	
244		244	
710	Summa.	222	Differentia
355	Semi-Summa.	111	Semi-differentia
Semi-Summa	355	355	Semi-Summa
Semi-differ.	111	111	Semi-differentia
	ſubtr.		addatur.
numerus min.	244	466	numerus major

CA-

CAPUT III.

Von der Verfertigung des Canonis derer natürlichen Sinuum Tangentium und Secantium.

Problema I.

Die Seite eines Sechs-Ecks, welches einem Circul eingeschlossen werden kan, und dessen Helffte, als den *Sinum* von 30. Graden, zu finden.

Resolutio.

Der Semidiameter eines jeden Circuls ist desselben sechster Theil, und wenn der Radius 6 mal um einen Circul herum getragen wird, u. man ziehet die Chordas, so entstehet ein Sechs-Eck, daran die Latera, als Chordæ, einander gleich und der Semidiameter denen Chordis auch gleich ist.

I. Wenn demnach in einem Circul, auf dessen Semidiametro y x. ein Triangulum æquilaterum aufgerichtet wird, x y z. so wird jeder Winckel 60. Grad halten, wie Sectione II. Theor. XXX. Partis II. demonstriret worden, einfolglich wird auch die Chorda des Bogens z x. Tab. II. als ein Latus Trianguli æquilateri, gleich Fig. 9. seyn dem Radio y x. oder y z.

III. Da nun diese Chorda von 60. Grad gleich ist dem Radio, und der Radius ist, nach der Hypo-

thesi IV. vor 10000000 angenommen worden, so muß nothwendig auch die Chorda von 60. seyn 10000000. Nun ist bekannt, daß ein Sinus die Helffte der Chordæ ist, demnach ist der Sinus des Winckels von 30. Graden accurat 5000000.

Scholion I.

Es ist in dem vorhergehenden Capitel deutlich genug bewiesen worden, daß sich die Latera in einem jeglichen Triangul gegen einander verhalten, wie sich die Sinus derer gegenüberstehenden Winckel verhalten. Demnach muß man die Sinus zu allen Winckeln, von der ersten Secunde oder ersten Minute an, durch alle Gradus bis auf den Sinum totum wissen, das ist, ehe man etwas will Trigonometricè ausrechnen, muß man vorhero ausgerechnet beysammen in einer Tabella haben, wie groß ein jeder fürfallender Sinus seye gegen dem Sinu toto, von der ersten Secunde eines Winckels, bis auf den 90sten Grad, und dieß zwar nach einem beständigem Maaß, welches bey allen Circuln, und dahero auch bey allen Sinubus und dererselben Winckeln gemein sey und bleibe. Denn sonst würde eine unbeschreibliche Verwirrung daraus werden, wenn man zu vielerley Circuln auch vielerley Maassen ihrer Sinuum annehmen wolte.

Der Jugend nun dieß besser beyzubringen, so nehme man den Semidiametrum d b. eines Circuls und Tab. III. theile solchen mente in 10000000 Theile ein. Bildet Fig. 1. euch ein, es wäre der Quadrant a d c. nicht nur in 90 Grad, sondern jeder Grad in 60 Minuten, und jede Minute in 60. Secunden eingetheilet, zu welchem Ende ich hier nur etliche Gradus angezeiget. Stellet euch ferner vor, es wären von jeden Grad, Minuten und Secunden die Sinus herunter auf den Semidiameter gezogen, dergleichen nur etliche in der Figur e f. e f e f. e f. &c. stehen. Item reisset auch eine lange Linie vor die Tangentes, und continuiret alle Semidiametros durch alle Winckel, welche hernach die Secantes werden, und die Tangenten zugleich determiniren, dergleichen etliche in der Figur d g. d. g. d g. d g. d g. &c. die Secan-

canten, und g c. g c. g c. g c. &c. die Tangenten anzeigen. Hierauf messet gleichsam einen jeden Sinum, e f. e f. &c. nach dem dabey gesetzten und in einen Maßstab von 10000000. gebrachten Radium d b, so erfahret ihr, wie viel ein jeder Sinus, von der ersten Secunden bis auf den 90sten Grad, an solchen Theilgen hätte, da der Radius vor eine Unität mit denen 7 Bruchzeichen angenommen worden.

Eben so müste man auch die Secantes und Tangentes ausmessen. Wenn nun diese Arbeit practicable wäre, so könnte man auf solche Art die völligen Tabulas Sinum Tangentium und Secantium verfertigen. Nachdeme aber dieses eine unsägliche und dabey tausend Confusionen unterworffene Sache ist, ja fast gantz und gar nicht practicè sich thun lassen will: Als hat man es auf eine andere Art, aus unumstößlichen Gründen der Geometrie, durch Hülffe der Arithmetic nach denen allerkleinesten Theilen berechnet, gesuchet, und weit richtiger also diese Tabulas zusammen gebracht, als nach dem erwähnten Weg nicht einmal wäre möglich gewesen. Dieß soll nun gegenwärtiges Capitel *Problematice* weisen, gleichwie in dem ersten Problemate allbereit der Sinus des Winckels zu 30 Graden gefunden worden, daß er sey 5000000.

Scholion II.

Es ist in antecessum auch dieses nochmalen wohl zu mercken, daß alle Circul, derer Circul ihre Bögen, derer Bögen ihre *Sinus*, und die *Semidiametri*, in einerley *Proportion* an der Grösse ab- und zunehmen, das ist: Eines grossen Circuls Semidiameter wird in 10000000. Theil getheilt præsupponiret, wie eines kleinen Circuls Semidiameter, item der gröste Circul wird wie der kleineste in 360 Grad zergliedert, nur mit dem Unterschied, daß in einem grossen Circul die 360 Grad grössere Theile, und in einem kleineren Circul kleinere gleiche Theile ausmachen, gleichwie auch an einem grossen Semidiameter die 10000000 Theile grösser werden, als in einem kleinern Radio, da diese 10000000 Theile kleiner heraus kommen. So auch mit denen Sinubus; Es hat ex. gr. der Sinus von 30 Grad 5000000. Es mag von dem gröstem oder kleinsten Circul der Arcus zu 30 Graden genommen

men

men werden. In dem grossen Circul sind eben die 5000000 Theilgen in Proportione desto grösser, und in dem kleinern Circul desto kleiner. Kurtz zu sagen: Man bilde sich ein, alle Circul, so wohl in vergrösserten, als verjüngten Diametris aufgerissen, wären in gleich-viele Theile getheilet, so wird man finden, daß alle andere Dinge in solchen Circuln, die miteinander correspondiren, auch einerley Art des Maasses gegen einander haben, nemlich in denen grössern Semidiametris derer grössern Circul sind die Theilgen in Proportione grösser, und in den kleinern kleiner. Doch aber an der Anzahl immer einerley. Hiervon mache man sich nun ja wohl einen guten Concept durch Hülffe der Geometrie, da dieses alles schon gewiesen worden, sonst wird man sich der Verwirrung in der Trigonometrie nicht entschlagen können.

Scholion III.

Wenn man nach Geometrischen Gründen, durch Hülffe der Arithmetic, die Sinus ausrechnen will, so wird zur Verfertigung der Tabulæ Sinuum hauptsächlich erfordert, daß man die Grösse des allerfürnehmsten Sinus, der dahero Sinus totus heisset, an determinirten Maaß wisse. Dieser ist nun für eine Unität angenommen mit 7 Bruchzeichen. Es ist auch dieses in antecessum zu mercken, daß bey nahe fast alle Sinus secundarii, es mag auch der Sinus totus angenommen werden wie er will, irrationales seyen gegen dem Sinu toto, das ist, es bestehen die meisten Sinus secundarii aus solchen Zahlen, welche weder an gantzen Zahlen, noch an Brüchen völlig können ausgedruckt werden. Dahero folget, daß der Canon Sinuum, und auch ihrer Logarithmorum, als welche aus denen unvollkommenen Sinubus herkommen, nicht vollständig nach denen letzten Zahlen zur rechten Hand accurat seye. Jedoch pfleget man in Verfertigung eines solchen Canonis also zu verfahren, und in der Ausrechnung derer Sinuum so weit hinaus zu gehen, daß keine Zahl in einem Sinu nur um ein eintziges gantzes Theiligen dererjenigen, in welche der Sinus totus eingetheilt angenommen wird, zu klein seye, sondern daß die Differenz, um wie viel ein Sinus nicht in geschlossenen Zahlen stehet, nur in denen kleinesten Bruch-Stücken

ckern eines einzigens Theilgens von denen bestehe. Aus dieser Ursach nimmt man in Ausrechnung solcher Tabellen, unter währender Arbeit, den Sinum totum allezeit noch gröser an, als er in dem Canone stehet, auf daß, wenn zuletzt etliche Zahlen zur rechten vor jedem Sinu abgeschnitten werden, es nur lauter solche Bruchstücker seyen, die alle zusammen noch kein gantzes Theiligen von denen 10000000. ausmachen, darein der Sinus totus getheilet zu seyn præsupponiret worden, mithin kan dennoch kein Fehler in den Canonem einschleichen, der empfindlich wäre.

Wenn demnach der Sinus totus in denen Tabellen bleibt 10000000. so setzet man in der Ausrechnung derer Sinuum secundariorum noch 7 Nullen darzu 10000000. 0000000. damit die Sinus secundarii desto genauer möchten ausgerechnet werden. Zuletzt, nach vollbrachter Rechnung, schneidet man rechter Hand wiederum 7 Zahlen hinweg, so kommt der Sinus nach dem in denen Tabellen befindlichem Sinu toto von 10000000. in gehörigen Zahlen heraus.

Scholion IV.

Indeme man nun also den Sinum totum weiß 10000000. denn dieser ist gleich dem Radio der vor 10000000. angenommen worden, so werden die Sinus secundarii aus solchen hergeleitet, entweder durch die Erfindung des allerersten *Sinus*, oder man hat auch andere Wege, durch welche alle Sinus secundarii können berechnet werden. Will man es durch Erfindung des ersten Sinus thun, daß aus solchen die übrigen hergeleitet werden, so ist zu mercken, daß dieser Sinus primus unterschiedlich seyn könne. Will ich einen Canonem verfertigen, in welchen nur die *Sinus* von Graden zu Graden zusammen geschrieben stehen, so wird der *Sinus* des ersten Grads, der erste *Sinus* genennet; soll ein Canon zusammen gesetzt werden, darinnen von 10 zu 10 Minuten die *Sinus* anzutreffen, so ist der erste *Sinus* der Sinus von 10 Minuten. Wird ein Canon gemacht, darinnen von der ersten Minute bis auf die sechzigste bey allen Graden die Sinus gesuchet worden, so wäre der Sinus der ersten Minuten der erste *Sinus*. Gehet

der

der Canon bis auf die Secunden, so ist der Sinus der ersten Secunden, der *Sinus primus.* Wie man nun aber diesen ersten Sinum finden, oder auch auf andere Art den Canonem ausrechnen solte, wenn es nöthig wäre, darzu werden uns die folgende Problemata die Handleitung geben.

Problema II.

Die *Chordam* eines Vier-Ecks, welche dem Bogen von 90 Grad untergespannet ist, zu finden, zusamt deren Helffte, welche hernach der *Sinus* von 45 Graden ist.

Resolutio.

Wenn in einem Circul Creutz-weiß ad angulos rectos zwey Diametri gezogen werden, und man hänget ihre Extremitäten mit Linien zusammen, so entstehet ein Quadrat, dessen Latera diejenigen Chordæ sind, welche dem Winckel von 90 Grad unter dem Bogen gespannet sind. Dieß Quadrat wird zugleich in 4 Triangul zertheilet seyn, deren rechte Winckel im Centro zusammen kommen, und daran Basis und Cathetus allemal einander gleich sind, als lauter Semidiametri. Tab. II. Fig. 10.

I. Nun ist der Radius eines jeglichen Circuls vor 10000000. angenommen. Wenn man demnach die Basin a b. eines solchen Trianguls a b c quadriret, so kommet, wo noch 7 Nullen darzu gethan werden, nach der Multiplicatione heraus das Quadratum Basios

10000000. 00000000. 00000000. 00000000.

Da nun der Cathetus so groß ist als die Basis, weil

sie Radii eines Circuls sind, so darff man statt des Quadrirens des Catheti, nur das Quadratum Basios dupliren, so kommt heraus:

20000000. 0000000. 0000000. 0000000.

nemlich die Summa derer zwey Quadratorum Basios und Catheti addirt.

II. Extrahiret daraus auf einem besondern Papier den Radicem Quadrati, welcher seyn wird 14142135623730 9. dieser Radix ist nun die Hypothenusa a c. das ist die verlangte Chorda des Bogens a c. von 90 Graden.

III. Halbiret diese gefundene Chordam, so giebt die Helffte den Sinum von 45 Grad, welcher seyn wird 7071067. 8118654.

IV. Schneidet nunmehro hinten zur rechten 7 Zahlen wieder hinweg, daß nur 7 Zahlen übrig bleiben, so wird der Sinus des Winckels von 45 Graden seyn 7071067. Schlaget diesen in dem Canone auf, so werdet ihr eben die Zahl finden, ausser daß zuletzt statt 7 die Zahl 8 stehet, wovon bald mehrere Erklärung geben will.

Scholion.

Mercket, nunmehro wissen wir den Sinum totum von 90° den Sinum von 30°. und den Sinum von 45°. Wobey ich zum voraus noch dieses melde, daß alle Zahlen, die in diesem Buch vorkommen, von mir selbsten allezeit vorhero mit der grösten Mühe sind ausgerechnet worden, damit kein Fehler so leicht mit unterschleichen möge.

Problema III.

Die *Chordam* eines Zehen-Ecks, welches einem Circul eingeschlossen ist, zu finden, samt deren Helffte, als dem *Sinu* von 18 Graden.

Resolutio.

Wenn man den Radium desjenigen Circuls, darein ein Zehen-Eck gesetzt werden soll, media und extrema Ratione zerschneidet, nach dem Problemate XXVII. & XXVIII. Sect. I. Part. II. so giebt das grössere Stück das Latus zu einem Zehen-Eck, oder die Chordam zu einem Bogen von 36 Graden.

I. Quadriret demnach den Radium, der vor 10000000. ist angenommen, und welcher in der Rechnung allemal mit 7 Nullen noch vermehret wird. So ist das Quadrat

10000000. 0000000. 0000000. 0000000.

II. Nehmet den Semi-radium, als den Sinum von 30 Graden, welcher ist 5000000, setzet auch 7 Nullen daran, und quadriret hierauf solchen, so wird herauskommen

5000000. 0000000.

5000000. 0000000.

25000000. 0000000. 000000. 0000000.

III. Addiret nunmehro beyde Quadrata, des Radii quadratum, und des Semi-radii, oder Sinus von 30 Graden sein Quadratum:

10000000. 0000000. 0000000. 0000000.

25000000. 0000000. 000000. 0000000.

125000000. 0000000. 000000. 0000000.

IV. Extrahiret aus dieser Summa auf einem besondern Papier den Radicem Quadrati, so werdet ihr finden, daß er bestehe in

11.80339.8874989.

V. Subtrahiret von diesem Radice die Helffte des Semidiametri, oder den Sinum von 30 Graden, welcher ist 5000000.0000000.

11180339.8874989
5000000.0000000

6180339.8874989.

Dieß ist nun die Chorda zu einem Winckel von 36 Graden, oder das Latus eines Zehen-Ecks.

VI. Halbiret diese Chordam, so habt ihr den verlangten Sinum von 18 Graden, welcher ist 3090169.9437494. Schneidet hinten zur rechten abermalen 7 Zahlen hinweg, so habt ihr den Sinum, wie er in die Tabulas kan gesetzet werden, und auch also darinnen anzutreffen ist. Nemlich: 3090169 als der Sinus von 18°.

Scholion I.

In denen Tabellen stehet der Sinus des 18° also: 3090170 alleine die Ursach ist diese: Wie in vorhergehenden Problemate zu erklären versprochen, wenn unter denen 7 hintersten Zahlen, die hinweg geschnitten werden, die erste zur rechten über 5 groß ist, so pfleget man die letztere Zahl unter denen sieben Zahlen, die den Sinum ausmachen, um eine Unität zu vergrössern. Zum Exempel, hier folgt nach dem Sinu 3090169? noch eine 9. demnach nimmt man alle übrige 7 Zahlen 9437494. als immer kleinere Bruchstücker, vor eine Unität an

und addiret diese zu 9. so kommt 10 heraus, mithin stehet der Sinus also:

3090169
1

3090170. Sinus von 18 Grad.

Merket, nunmehro sind bekannt der Sinus totus, der Sinus zu 30°, zu 45°, zu 18°.

Problema IV.

Es sey gegeben der *Sinus rectus* von 30 Graden, den *Cosinum*, oder *Sinum complementi Arcus* zu 30 Graden, das ist, den *Sinum* von 60 Graden zu finden.

Resolutio.

Es ist bekannt aus dem Theoremate Pythagorico, daß, wenn das Quadratum Catheti c d. von dem Quadrato hypothenusæ a c. subtrahirt wird, so bleibet im Rest das Quadratum Basios a d. Nun ist c d = e a. und a c = a c. Wenn man also das Quadratum Basios a d. gefunden, so hat man auch das Quadratum Basios e c. weil a d = e c. Tab. II. Fig. 11.

I. Nehmet demnach den Sinum c d. von 30 Graden und quadriret solchen, als den Semi-radium 5000000. 0000000. Quadriret ferner den Radium a c. als die gemeinschafftliche hypothenusam, welche ist 10000000. 0000000. Subtrahiret alsdann das Quadrat c d. von dem Quadrat a c. so bleibt das Quadrat a d = e c □.

II. Extrahiret aus dem Quadrato a d. den Radicem Quadrati, so erhaltet ihr die Linie a d = e c. als

den verlangten Cosinum, oder Sinum complementi arcus von 30 Grad, nemlich den Sinum arcus von 60 Grad.

Die gantze Operation, mit deren angehängten 7 hintern Nullen, stehet nun also:

5000000. 0000000

5000000. 0000000

25000000.0000000.000000. 0000000 □. c d. Semir.
10000000.0000000.0000000. 0000000 □. Rad. a c.

Subtr. 7500000.0000000.0000000.0000000 □ Bas. a d.

Ziehet aus diesem nach der Subtractione übrig, gebliebenen Rest, als einem Quadrato, den Radicem, so wird heraus kommen, vor die Seite oder Basin ad = ec, als den zu wissen verlangten Cosinum, die Zahl 86602540378443. Schneidet zuletzt rechter Hand die 7 überflüßigen Zahlen hinweg, so habt ihr den Sinum des 60 Grads, 8660254. welcher auch in denen Tabellen also wird anzutreffen seyn.

Scholion I.

Der Sinus von 60 Graden ist die Helffte der Chordæ eines 3-Ecks.

Scholion II.

Also findet man nun aller bekannter Sinuum ihre Sinus complementorum, und ist dieß Problema gar wohl zu mercken, alldieweil es ins künfftige offt wird vorkommen. Exempli gratia, es ist in dem Problemate III. der Sinus von 18 Graden bekannt, darzu kan man eben also den Sinum complementi arcus von 18 Graden, nemlich den Sinum arcus 72 Graduum finden. Man quadriret nur den Radium und den Sinum arcus von 18°, subtrahiret dieß Quadrat von jenem, und aus dem restirenden Quadrato extrahiret man Radicem,

dicem, so ist der Cosinus, oder *Sinus complementi* arcus zu 18 Graden, das ist der *Sinus* des Winckels von 72 Graden, gefunden.

10000000. 0000000. 0000000. 0000000. □ Radii.

9544915. 0281252. 1659601 3000036 □ *Sinus* 18°

9045084. 9718747. 8300398. 6999964. □. Rest.

Dieser Rest ist das Quadratum des *Sinus complementi* arcus von 18°. nemlich des *Sinus* von 72 Grad. Wenn daraus der Radix extrahirt wird, so giebt dieser den *Sinum* von 72°. als den verlangten Cosinum zu 18°. Der Radix Quadrati wird nach der Operatione in folgenden Zahlen kommen, 9510565. 1629513. Wird man zuletzt wiederum hinten zur rechten die überflüßigen 7 Zahlen abschneiden, so bleiben 9510565 zum *Sinu* des Winckels von 72 Graden, den man gesucht hat, u. der auch also in denen Tabulis wird zu finden seyn.

Problema V.

Eines gegebenen Bogens oder Winckels seinen *Sinum versum*, oder *Sagittam d b.* zu finden.

Resolutio.

I. Wenn der gegebene Bogen kleiner ist als ein Quadrant, so verfahret also: Tab. II. Fig. 11. Suchet zu des gegebenen Arcus c b. seinem Sinu recto c d. den Sinum complementi c e. nach dem vorhergehenden Problemate. Hernach subtrahiret diesen gefundenen Cosinum von dem Sinu toto a c = a b. so bleibt im Rest d b. der Sinus versus arcus, den man zu wissen verlangte.

II. Wenn aber der gegebene Arcus c d. Tab. II. Fig. 12. gröſſer wäre als ein Quadrant, so addiret den Cosinum E F = D I. zu dem Sinu toto

F C.

F C. so ist die Summa der Sinus versus E C. des gegebenen Bogens d c. den man finden solte.

Exemplum I.

Es ist der Sinus rectus arcus von 30 Graden, als der halbe Radius, nach dem Problemate I. bekannt 5000000. zu diesem ist nach dem Problemate IV. der Cosinus von 60 Graden gefunden, 8660254. Wenn demnach der Cosinus von dem Sinu toto subtrahiret wird, so bleibt im Rest der Sinus versus d b.

Sinus tot. 10000000.0000000.

Cosin. e.c. 8660254.0378443.

Sin. vers. d. b. 1339745. 9621557

Schneidet man nun wieder hinten von der rechten zur lincken die 7 überflüßigen Zahlen hinweg, so bleibt der Sinus versus d b. an denen Zahlen 1339745.

Item, es ist nach dem Scholio II. Problemate IV. zu dem Sinu von 18 Graden der Cosinus von 72. Graden gefunden, wird dieser Cosinus subtrahirt von dem Sinu toto, so ist der Rest der Sinus versus des Winckels von 18 Graden.

Sinus totus. 10000000. 0000000

Cosin. 72 Grad. 9510565. 1629513

Sinus versus von 18 Graden. 489434. 8370487.

Ex-

Exemplum II.

Gesetzt es wäre der Winckel c F d. grösser als ein Quadrant, und hielte 150 Grad, dessen Complementum zu einem halben Circul ist 30 Grad, mithin ist der Sinus complementi von 30° gemeinschafftlich. Nehmet diesen, und suchet dessen Cosinum zu einem Quadranten, nemlich den Sinum von 60 Graden d i = E F. addiret solchen zu den Sinum totum F C. so erlanget ihr E C. den Sinum versum des Winckels c F d. Das Exempel an Zahlen stehet also: Tab. II. Fig. 12.

Sin. tot. F C.	10000000. 0000000.
Cosin. 60°. d i.	8660254. 0378443.
Sin vers. E c.	18660254. 0378443.

Scholion.

Wie man nun einen *Sinum versum* arcus suchet, so findet man sie alle, und ist diese Arbeit gar wohl zu mercken, weilen man derselben in Ausrechnung derer *Sinuum rectorum* gar nützlich gebrauchen kan.

Problema VI.

Den *Sinum versum complementi* eines gegebenen Winckels zu finden.

Resolutio.

I. Suchet des gegebenen Winckels, ex. gr. von 30 Grad, seinen Sinum c d. welcher bekannt ist daß er sey 5000000, 0000000. Tab. II. Fig. 11.

II. Subtrahiret diesen Sinum c d = a e. von a o. dem Radio oder Sinu toto, der da ist 10000000. 0000000. so giebt der Rest den Sinum versum complementi e o.

Sinus tot. a. o.	10000000. 0000000
Sin. rect. arcus. c d.	5000000. 0000000
Sin. vers. compl. e o.	5000000. 0000000

Scholion I.

Tab. II. Fig. 11. Gesetzt es wäre der Winckel c a o. von 60 Grad gegeben, und der Winckel c a b. wäre der angulus complementi; so ist e o. der Sinus versus, und d b. der Sinus versus complementi. Diese nun zu finden, so subtrahiret nur den Sinum rectum arcus c e. der nach dem Problem. IV. gefunden worden, von dem Sinu toto a b. der Rest giebt d b. den Sinum versum complementi, der vorhero schon als Sinus versus arcus gefunden worden, und hier wiederum eintreffen muß.

Sinus totus.	10000000. 0000000.
Sinus rect. e c.	8660254. 0378443
60 Grad.	
Sin. vers. compl.	1339745. 9621557
d. b.	

Scholion II.

Auf solche Weise findet man nun alle Sinus versos complementorum, die verlangt werden.

Problema VII.

Wenn der *Sinus rectus* und *Sinus complementi* gegeben, die *Subtensam*, oder *Chordam* des gegebenen Bogens, mithin den *Sinum* der Helffte des Bogens zu finden.

Re-

Resolutio.

I. Es sey gegeben der Winckel e a c. von 72 Grad, dessen Sinum e g. weiß ich, nach dem Scholio II. Probl. IV. Die Sagittam, oder Sinum versum g c. kan ich auch leicht finden, nach dem Problem. V. indeme ich den Cosinum e o. als den Sinum von 18 Grad, der Probl. III. gefunden worden, von dem Sinu toto subtrahire. Tab. II. Fig. 13.

II. Nun ist das Triangulum, welches der Sinus e g. mit der Sagitta g c. machet, samt der Chorda c e. ein recht-wincklichter Triangul. Demnach quadrire nur den Sinum rectum e g. und die Sagittam g c. addire beyde Quadrata, und aus der Summa extrahire Radicem Quadrati, so ist die verlangte Chorda c e. gefunden, zu dem Winckel von 72 Graden.

III. Halbiret diese gefundene Chordam c e. so ist die Helffte e n. der Sinus von 36 Graden, als der Helffte des Bogens von 72 Grad, die man zu wissen verlangte.

Exemplum.

Sin. rect. e. g. 72°. 95105651629513.
Sin. versus g. c. 69098300562506.

Wenn nun eine jede dieser zwey Zahlen besonders quadriret wird, und man addiret alsdann beyde Quadrata, so kommt heraus

13819660112500705748225617205.

Extrahiret man daraus den Radicem Quadrati, so komt 117557050458545. welches die verlangte Chor-

da

da c e. des gegebenen Bogens von einerley Nahmen c. e. seyn wird. Halbiret diese Chordam, so giebt die Helffte e n. 5877852. 5229272. den Sinum e n. des halben Bogens e c. von 56. Graden. Schneidet man hinten zur rechten die übrigen 7 Zahlen wiederum hinweg, so hat man den verlangten Sinum, wie er auch in denen Tabellen stehet, von 36 Graden, 5877852.

Scholion. I.

Wollet ihr ferner zu diesem Sinu von 36°. den Cosinum von 54°. als das Complementum zum Quadranten haben, so procedirt nur wiederum nach dem Problemate IV. und es wird nach vollendeter Operation heraus kommen der Sinus 8090169. 9437494. das ist, wenn die hintern 7 Zahlen hinweg geschnitten werden, 8090169. wie er auch in denen Tabellen stehet.

Scholion II.

Tab. II. Fig. 13. Gesetzt ich wolte ferner die Chordam e m. des Winckels von 18 Graden, und also auch deren Helffte, den Sinum von 9 Graden wissen, so verfahre wieder also: Erstlich subtrahire ich den Cosinum von 72 Grad e g. welcher ist 9510565162951 3. von a m. dem Sinu toto 10000000. 0000000. so bleibt im Rest o m. der Sinus versus, welcher seyn wird 489434837 0487. Hierauf quadrire ich diesen Sinum versum, so kommt zum Quadrat heraus 23954645971688752212617169. Nun nehmet den Sinum rectum von 18 Grad, welcher nach dem Probl. III. ausgerechnet ist, 3090169. 9437494, quadriret auch diesen, so wird nach der Multiplicatione kommen 9549150281252169960130000036. addiret beyde Quadrata, so ist die Summa 97886967409690574822561720 5. Extrahiret daraus den Radicem Quadrati 31286893008045. so habt ihr die Chordam e. m. zu 18 Graden. Halbiret diese Chordam, so ist e. x. der Sinus von 9 Graden, nemlich folgender: 1564344650402 2. Schneidet uletzt rechter Hand die überflüßigen 7 Zahlen wieder hinweg, so habt ihr den

Sinum von 9 Graden, wie er auch in dem Canone stehet, 1564344. Dessen Sinus complementi von 81 Graden wird nun leicht wiederum nach dem Problemate IV. gefunden, daß er sey, wenn alle Rechnung absolviret worden, 9876883.

Scholion III.

Auf solche Art suchet man nun von innen heraus die Chordas derer angegebenen Winckel, wenn ich nur den Sinum rectum weiß. Ex. gr. es ist Probl. V. gewiesen worden, daß der Sinus versus des Winckels von 30° accurat auch sey an Zahlen 1339745. 9621557. Es ist auch Probl. IV. gezeiget, daß der Cosinus des Winckels von 30 Graden, nemlich der Sinus von 60 Graden, sey 8660254. 0378443. Hieraus kan man nun nach dem gegenwärtigen Problemate auch die Chordam des Bogens von 30 Grad, mithin die Helffte der Chordæ, als den Sinum von 15 Grad finden. Quadriret nur den Sinum versum des Winckels von 30 Grad, nemlich die Zahl 1339745. 9621557. so kommt nach der Multiplicatione heraus: 1794919243112502395591042 49. Hernach quadriret auch den Sinum rectum Arcus von 30 Grad, so wird das □ seyn: 25000000. 0000000. 0000000. 0000000. Werden nun beyde Quadrata addiret, so ist die Summa derselben folgende: 267949192431125023955910424 9. Aus diesen extrahiret den Radicem Quadrati, 51763809020504. so habt ihr die Chordam des Bogens von 30 Graden; halbiret solche, so kommt zur Helffte heraus, 2588190. 4510252. so habt ihr den Sinum zur Helffte des Bogens von 30 Graden, das ist den Sinum von 15 Grad. Schneidet zuletzt die 7 übrigen Zahlen zur rechten hinten hinweg, so stehet der Sinus, wie er auch in dem Canone unter dem 15 Grad zu finden, 2588190.

Dessen sein Complementum, nemlich der Sinus von 75 Grad, kan nun wieder nach dem Problemate IV. gefunden werden: Quadriret nur den Sinum rectum Arcus von 15 Grad, welcher bekannter massen ist 2588190. 4510252. so kommt heraus: 669872981077802819973103504. Quadriret auch den Sinum totum, der seithero schon offt quadriret worden, u. welcher ist 10000000, 0000000, 0000000, 0000000.

Subtrahiret jenes Quadrat von diesem, so bleibt im Rest übrig das Quadratum 9380127018922197180026896496. Aus diesem Rest extrahiret Radicem Quadrati, 9659258. 2628899 so habt ihr den Cosinum des Winckels von 15 Grad, das ist den Sinum des Winckels von 75 Grad, schneidet zur rechten Hand die 7 übrigen Zahlen abermalen hinweg, so bleibet der Sinus 9659258. wie er auch in dem Canone stehet.

Scholion IV.

Nunmehro sind folgende Sinus durch bisherige Problemata ausfindig gemachet worden, nebst dem Sinu toto, der bekannter massen ist 10000000.

	Grad.		Sinus.
	30		5000000
	45		7071067
	18		3090169
	60		8660254
	72		9510565
Der Sinus.	36	ist	5877852
	54		8090169
	9		1564344
	15		2588190
	75		9659258
	81		9876883

Zu welchen noch unterschiedliche nach diesem Weg, und auch in folgenden Problematibus die übrigen zu finden, soll angezeiget werden.

Problema VIII.

Tab. II. Fig. 14.

Wenn die *Chorda A B.* und der *Radius A x.* gegeben werden, die *Chordam* des halben Bogens *A D.* zu finden, mithin deren Helffte, als den *Sinum* des Viertels-Bogen *A o.* zu erfahren.

Resolutio.

I. Quadriret den Radium A x. und von dem Quadrato subtrahiret die Helffte der quadrirten Chordæ A E. das ist, quadriret erstlich die Chordam A B. auch, hernach halbiret dieß Quadrat, und die Helffte subtrahiret von dem Quadrato Radii A x.

II. Aus dem Rest extrahiret den Radicem Quadrati, so habt ihr x E.

III. Subtrahiret x E. von x D = x A. dem Radio, so bleibt im Rest E D.

IV. Nunmehro quadriret E D. quadriret auch A E. das ist das Quadratum der Chordæ A B. welches ihr schon Num. I. halbiret, nehmet nach seiner Helffte und addiret beyde Quadrata, so ist die Summa das □ A D.

V. Extrahiret daraus den Radicem Quadrati, so habt ihr das Latus Quadrati A D. welches hier die verlangte Chorda des halben Bogens A D. ist.

VI. Halbiret diese gefundene Chordam A D. so ist A o. der Sinus des Viertel-Bogens A B. oder der Helffte des Bogens A D.

Exempli gratia.

Es sey die Chorda A B. von 90. Graden, diese ist vermöge des Problematis II. schon bekannt, daß sie sey 14142135623730 9. der Radius ist auch bekannt 10000000. 0000000. Wenn man nun den Radium quadrirt, kommt 100000000. 0000000. 0000000. 0000000. und wo die halbe Chorda A E. welche da ist 7071067811 8654, auch quadrirt

wird, so bekommt man zu dem Quadrato A E. 4999999999998935889027717 16. Subtrahiret nunmehro dieß Quadratum der Helffte der Chordæ von dem Quadrato Radii, so wird im Rest bleiben das Quadrat x E. 500000000000000 10641109722828 4. Aus diesem Rest extrahiret Radicem Quadrati, 7071067811 8654. welches die halbe Chorda von 90. Graden ist, als der Sinus von 45 Graden. Nun subtrahiret diesen Rest x E. von dem Radio x D = x A. so wird übrig bleiben das Stück des Radii E D. 2928932188 1346.

Hierauf quadriret dieß E D. so kommt heraus 857864376269093588901771716. addiret zu diesem Quadrato E D. das Quadratum A E. als der halben Chordæ, so kommt

5857864376268987177804543432. als das Quadratum hypothenusæ A D. Aus dieser Summa beyder Quadratorum E D. + A E. extrahiret Radicem Quadrati, welcher, wenn man es nachrechnen will, ist, 765366874730 17. und so habt ihr die verlangte Chordam des halben Bogens A D. von 45 Graden gegen der gantzen Chorda A B. von 90 Graden gerechnet.

Halbiret nun diese gefundene Chordam A D. so bekommt ihr den Sinum der Helffte A o. des halben Bogens A D. gegen den gantzen Bogen A B. verstanden, das ist, den Sinum des Winckels von 22 Graden 30. Minuten. Dieser ist nun 382683437365 08. zuletzt schneidet die 7. hintern Zahlen zur rechten wieder hinweg, so habt ihr

3826834. den Sinum A o von 22°. 30′. wie er auch in dem Canone stehen wird.

Scholion I.

Durch diesen Weg kan man nun abermalen sehr viele Sinus finden, wenn nur die Chordæ bekannt sind. Ex. gr. ich weiß die Chordam von 60 Grad, darzu kan nach diesem Problemate die Chorda des halben Bogens von 30 Graden, mithin deren Helffte, als der Sinus von 15 Graden, gefunden werden, wie wohl dieser schon auf eine andere Art in dem Scholio II. Problematis VII. ausgerechnet worden.

Scholion II.

Zu diesem Sinu von 22°. 30′ kan der Cosinus von 67°. 30′ nach dem Problemate IV. gefunden werden, welcher factâ Operatione seyn wird, 9238795.

Problema IX.

Wenn der *Sinus rectus Arcus*, zusammt dem *Sinu complementi* gegeben worden, den *Sinum Arcus dupli*, das ist den *Sinum* eines Bogens der noch einmahl so groß ist, als der gegebene Bogen, zu finden.

Resolutio.

I. Multipliciret den Sinum arcus dati durch den Sinum complementi.

II. Das Product dividiret durch den Radium, das ist, schneidet hinten zur rechten 14 Zahlen von dem Producto hinweg, als viel Nullen die Unität des Radii hat, die nichts dividiret, so werdet ihr den halben Sinum des Arcus dupli haben.

III. Dupliret diesen, so habt ihr den verlangten Sinum arcus dupli.

Exemplum.

Tab. II. Fig. 15. Es sey e d. der Sinus rectus Arcus von 18 Graden, welcher nach dem Scholio IV. Problematis VII. bekannt, 3090169. und wo die übrigen 7 Zahlen hinten wieder darzu gesetzet werden, aus dem num. VI. Probl. III. so stehet er also: 3090169. 9437494. der Sinus complementi e o. ist, nach dem Scholio II. Probl: IV. 95105651629513. als der Sinus von 72 Graden. Multipliciret nun diesen Sinum rectum e d. durch den Sinum complementi e o. so kommt heraus, als das Productum, folgende Zahl:
2938926261462222187389160422. dividiret dieses durch den Radium a e, das ist, schneidet hinten zur rechten 14 Zahlen hinweg, so giebt der Quotient den halben Sinum des Arcus dupli x y. = g h, welcher seyn wird 293892626146 22. dupliret diesen, so erhaltet ihr den völligen Sinum arcus dupli f g = x y ✠ f h. 5877852. 5229244. endlich schneidet zur rechten die sieben überflüßigen Zahlen wiederum hinweg, so ist der Sinus arcus dupli, nemlich der Sinus des Winckels von zweymahl 18. das ist 36 Graden, folgender: 5877852. welcher zwar schon Problemate VII. auf eine andere Art gefunden worden, hier aber mit Fleiß zu einem Exempel wieder angeführet, damit die Arbeit etwas leichter gemacht und zugleich gewiesen werde, wie ein Sinus auf mehr als einerley Weise könne ausgerechnet werden.

Scho-

Scholion I.

Die Demonstration ist leicht, welche, wie alle übrigen Demonstrationes derer bisherigen Problematum, theils aus dem vorhergehenden Capitel zu hohlen, theils mit mehrern ausführlich in des *Benjamin Ursini* seiner Trigonometria p. m. 141. seqq. und des Herrn *Prof.* Wolffens Elementis Trigonometriæ nachzulesen sind. Wenn jemand aus diesen meinen Anfangs-Gründen das erste Licht bekommen, und will alsdann tieffer hinein gehen in den Abgrund der Trigonometrischen Subtilitäten, der kan in denen beyden citirten und andern Authoribus die Demonstrationes ausführlich lesen. Sehet nur die Figuram 15. Tab. II. recht an, und leset dabey das Theorema III. dieses dritten Theils in dem Cap. II. samt dem Theoremate XXXVII. Sect. II. Part. II: so werdet ihr leicht verstehen, daß folgende Proportion gegenwärtig sey: Wie sich verhält $a\,e$ zu $e\,d = x\,k$. so verhält sich $a\,x$ zu $x\,y$. Nun ist $a\,x = a\,d = o\,e$. dem Sinu complementi und $x\,y = h\,g$. der Helffte von $f\,g$. Demnach verhält sich der Radius $a\,e$ zu dem Sinu recto arcus dati $e\,d$. wie sich verhält der Sinus complementi $e\,o = a\,d = a\,x$ zu $x\,y$. dem halben Sinu arcus dupli. Wenn also dieser halbe Sinus dupliret wird, so ist der Sinus arcus dupli gefunden.

Scholion II.

Wenn man zurücke siehet in das Schema des Scholii IV. Problematis VII. so können auch anderer schon gefundener Sinuum ihre Sinus arcuum duplorum auf eben diese Weise von einem Anfänger gefunden werden. Ja hierauf beruhet der Grund dessen, was in dem folgenden Problemate wird gewiesen werden.

Problema X.

Wenn die *Sinus* **zweyer ungleichen** *Arcuum* **nebst ihren** *Sinubus complementorum* **gegeben worden, entweder den** *Sinum Summæ*, **wenn beyde** *Arcus addiret* **werden, oder den** *Sinum differentiæ*, **wenn ein** *Arcus* **von dem andern** *subtrahiret* **wird, zu finden.**

Resolutio.

I. Multipliciret den einen gegebenen Sinum durch des andern bekannten Sinus seinen Sinum complementi.

II. Multipliciret auch den andern gegebenen Sinum durch des erstern bekannten Sinus seinen Sinum complementi.

III. Wenn ihr beyde Producta addiret, und die Summam durch den Radium dividiret, das ist 14 Zahlen hinten zur rechten hinweg schneidet, so erhaltet ihr in dem Quotienten den Sinum summæ duorum arcuum datorum.

IV. Werdet ihr aber das kleinere Product von dem grössern Producto subtrahiren, und den Rest durch den Radium dividiren, so giebt der Quotient den Sinum Differentiæ duorum arcuum datorum.

Exemplum I.

Tab. II. Fig. 16. Es sey der Arcus a b. von 15 Graden, der Arcus f d. von 18 Grad: Nun ist nach dem Scholio III. Problem. VII. der Sinus a g. von 15°. bekannt 2588190.4510252. dessen Sinus complementi a o. des Winckels von 75 Grad, ist, nach eben dem Scholio III. Probl. VII. gefunden, 9659258. 2628899. eben so ist auch nach dem Problemate III. der Sinus von 18 Grad d x. schon ausgerechnet worden, 3090169. 9437494. dessen Complementum d. e. oder der Sinus von 72 Grad, ist nach dem Problemate IV. Scholio II. berechnet, daß er sey 9510565. 1629513.

Multipliciret anjetzo den Sinum a g. des Arcus a b. von 15 Grad, durch den Sinum complementi d e. des

an-

andern Arcus f d. von 18 Graden, so wird zum Producto kommen, 246151539386034798801426726. Multipliciret eben also den Sinum d x. des Arcus von 18 Graden d f. durch den Sinum complementi a o. des Winckels von 15 Graden, so wird zum Producto kommen

29848749562895409440485391o6. Nun addiret beyde Producta in eine Summam:

5446390350149888932062806382. dividiret dieses durch den Radium, welcher allezeit ist eine Unität mit 14 Nullen; demnach schneidet nur hinten zur rechten 14 Zahlen von der Summa hinweg, so bleiben übrig 5446390. 3501498. welches ist der Sinus m n. des Bogens m f. als der Summæ des Bogens a b. von 15 Grad, und des Bogens d f. von 18 Grad, in einen Bogen zusammen addiret, das ist, der Sinus des Winckels von 33 Gradens schneidet zuletzte zur rechten die 7 überflüßigen Zahlen wieder hinweg, so stehet der Sinus des 33sten Grads also: 5446390. wie er auch in dem Canone anzutreffen ist.

Exemplum II.

Subtrahiret nun das kleine Product des vorigen Exempels, welches durch die Multiplication des Sinus a g. von 15 Grad durch den Sinum complementi d e. von 72 Grad heraus kam, subtrahiret, sag ich, dieß Product von dem grössern Producto, welches entstanden, da der Sinus d x. von 18 Grad durch den Sinum complementi von 75 Grad. a o. multipliciret wurde, so wird der Rest seyn:

52335956342919295603427183o. , dieß dividiret

durch den Radium, d. i. schneidet wieder zur rechten hinten 14 Zahlen hinweg, so bleibt 523359.563429 1. welches der Sinus differentiæ duorum Arcuum datorum ist, nemlich der Sinus von 3 Grad, denn 15°. von 18°. subtrahirt, bleibt 3°. schneidet letztens die 7 überflüßigen Zahlen zur rechten wieder hinweg, so bleiben die sechs fordern Zahlen 523359. vor den Sinum zu 3 Graden, welcher auch in dem Canone also stehet, ausser daß, aus der schon angeführten Ursach, von denen 7 hintersten abgeschnittenen Zahlen eine Unität zu der 9. addiret worden, mithin also geschrieben wird: 523360.

Scholion I.

Also kan man allezeit zu zweyen schon bekannten Sinubus ungleicher Arcuum den Sinum Summæ und Differentiæ finden. Ex. gr. es ist auch bekannt der Sinus von 30 Graden und 18 Graden, der Sinus von 48° ist der Sinus Summæ, welcher seyn wird 7431448. wenn nach dem Problemate die Ausrechnung angestellet wird. Der Sinus Differentiæ ist zu 12° als der Differenz, nach geendigter Rechnung, die um der Kürtze willen hier ausgelassen wird, 2079117. Wird man nun nach dem Problemate IV. zu diesen gefundenen Sinubus summæ & differentiæ duorum arcuum datorum ihre Cosinus suchen, so wird der Cosinus zu 33 Grad, das ist der Sinus von 57 Grad, 8386706. u. der Cosinus zu 3° nemlich von 87° wird 9986295. seyn. Item zu 48° wird der Cosinus von 42° seyn 6691306. und zu 12° wird der Cosinus von 78° seyn 9781476. wiewohl in dem folgenden Problemate ein anderer Modus gezeiget wird, die Cosinus Summæ und Differentiæ zu finden.

Scho-

Scholion II.

Bis hieher sind nun ausgerechnet worden folgende Sinus:

Grad.	Sinus.
3 : =	523360
87 : :	9986295
9 : =	1564344
81 : :	9876883
15 : =	2588190
75 : :	9659258
18 :	3090169
72 : :	9510565
Der Sinus von 22 : 30′	3826834
67 : 30′	9238795
30 : =	5000000
60 :	8660254
33 : :	5446390
57 : :	8386706
36 :	5877852
54 : :	8090169
45 : :	7071067
48 :	7431448
42 : :	6691306
12 :	2079117.

Solchergestalt könten die meisten Sinus ausgerechnet werden, wenn man den völligen Canonem Sinuum berechnen wolte; alleine es wäre unverantwortlich, wenn jemand die edle Zeit so unnützlich verderben, und von neuen aus eigenem Belieben den Canonem nachrechnen wolte, da andere allbereit uns dieser lästigen Arbeit überhoben haben. Nur darum hab ich dieses so weitläufftig gewiesen, und will es noch in Tabellen ausführlicher zeigen, weilen ich an vielen edlen Gemüthern wahrgenommen, daß sie bey dem Anfang der Trigonometrie allezeit gerne gewust hätten, wie wohl der Canon Sinuum, wenn sie ihn anfänglich in die Hand bekommen, seye

aus-

ausgerechnet worden, und wie man es etwa anfangen müste, wenn man diesen Canonem wenigstens zum *Plaisir* in einem und andern nachrechnen und sehen wolte, ob er auch accurat in der Druckerey bey so vielen Auflagen, nachgedrucket worden?

Problema XI.

Wenn die *Sinus* zweyer ungleicher Bögen gegeben werden, und man weiß auch beyder ihre *Sinus complementorum*, den *Sinum complementi Summæ* oder *Differentiæ* dererselbigen zweyen Bogen zu finden.

Resolutio.

I. Multipliciret den Sinum des einen gegebenen Arcus durch den Sinum des andern gegebenen Arcus.

II. Multipliciret ferner den Sinum complementi des einen Bogens durch den Sinum complementi des andern Bogens.

III. Subtrahiret das kleinere Product von dem grössern, und den Rest den dividiret mit dem Radio, das ist, schneidet von der im Rest bleibenden Zahl 14 Zahlen hinten zur rechten hinweg, so habt ihr den Sinum complementi Summæ derer zweyen Bögen.

IV. Oder addiret die beyde Producta, und die Summam dividiret mit dem Radio, so bekommt ihr den Sinum complementi Differentiæ duorum arcuum datorum.

Exemplum I.

Wir wollen die zwey Sinus des nächst-vorhergehendē Problematis behalten, zu denen wir den Sinum Sum-

Summæ und Differentiæ duorum arcuum gefunden, und wollen nunmehro den Sinum complementi Summæ und Differentiæ suchen. Merket demnach zum voraus:

1) Der Sinus arcus von 15 Graden ist bekannt:

2588190. 4510252.

2) Der Sinus arcus von 18 Graden ist auch bekannt:

3090169. 9437494.

3) Der Sinus arcus complementi von 15 Grad, nemlich der Sinus arcus von 75 Grad, ist ebenfalls schon ausgerechnet:

9659258. 2628906.

4) Der Sinus arcus complementi von 18 Grad, das ist der Sinus des Winckels von 72 Grad, ist auch schon gefunden:

9510565. 1629515.

Wenn nun die zwey Sinus derer Winckel von 15° und 18° durcheinander multipliciret werden, so kommt zum Producto heraus: 799794834046726647846188388. Wenn man ferner die zwey Sinus arcuum complementorum, nemlich den Sinum des Winckels von 72° und 75° multipliciret, so erhält man folgendes Productum: 918650051350988580144176059o. Nunmehro subtrahiret das kleinere von dem grösseren Producto, so kommt folgendes zum Rest:

91.865005 1.3509885 801.441760590.
799794834046726647846188388.

83867,0567 9463159153595572202.

Die-

Diesen Rest dividiret nun mit dem Radio, das ist, schneidet 14 Zahlen von der rechten hinten gegen die lincke hervor hinweg, so bleibt übrig 8386705. 6794631. Dieß ist der Sinus complementi Summæ duorum arcuum datorum, das ist, der Sinus von 57 Grad, denn die Summa derer zweyen Arcuum 15° und 18° ist 33°, dessen Complementum zu einem Quadranten ist nun 57°. Thut man die 7. überflüßigen Zahlen hinten zur rechten wieder davon, so stehet der Sinus also: 8386705. Und weilen die folgende Zahl 6 ist, so addiret man eine Unität zu 5. und ist also der Sinus 8386706. also stehet er auch in dem Canone.

Exemplum II.

Hinggeen wenn beyde Producta addiret, das ist, das Productum duorum Sinuum arcuum, und das Productum duorum Sinuum complementorum, in eine Summam gebracht werden, so stehet es also:

9186500513509885801441760590.
799794834046726647846188388.

99862953475566124492879489 78.

Diese Summam dividiret mit dem Radio, das ist, schneidet 14 Zahlen hinten zur rechten davon, so bleibt vornen der Sinus complementi Differentiæ duorum arcuum datorum: 9986295. 3475566. das ist, wenn man den gegebenen Bogen von 15° subtrahiret von dem andern gegebenen Bogen von 18°. so bleibt zur Differenz 3°. Das Complementum

zu dieser Differenz ist 87°. Dessen sein Sinus ist nun diese gefundene Zahl, nemlich wo die 7 hintersten Zahlen wieder weggelassen werden, so ist der Sinus von 87 Grad, 9986295. und eben so stehet er auch in dem Canone.

Scholion I.

Es ist in dem *Scholio* I. *Problem.* X. gesagt worden, wenn nach der Anleitung des *Problematis* IV. zu dem *Sinu* von 33 Graden der *Cosinus* von 57°. und zu dem *Sinu* von 3 Graden der *Cosinus* von 87 Graden, durch quadriren und extrahiren des Radicis gesuchet werde, so sey jener an der Zahl 8386706. dieser aber 9986295. Eben dieß ist nun hier auf eine andere Art berechnet worden, und einerley heraus gekommen. Ist also eine Arbeit der andern ihre Probe, in welchem Absehen ich auch diese Zahlen hier in gegenwärtigem *Problemate* behalten habe.

Scholion II.

Die Autores Trigonometriæ führen nun auch folgenden Weg an, viele Sinus, und in specie allemal diejenigen auszurechnen von Grad zu Grad, welche nicht über 45 Minuten voneinander differiren, nemlich durch Hülffe der Regulæ de Tribus. Sie sagen: Wenn zwey *Sinus f g.* und *d e.* zweyer Bögen *f a.* und *d a.* gegeben werden, welche nicht über 45 Minuten voneinander *differiren*, so kan man einen jeglichen *Sinum intermedium* auf folgende Weise finden. Tab. II. Fig. 17.

I. Soll man der beyden Bögen ihre Differenz f d. nehmen.

II. Hernach soll man desjenigen Bogens, dessen Sinum man suchet, seine *Differenz* i f. setzen.

III. Der beyden gegebenen *Sinuum* ihre *Differenz* d h. darzu thun, und nach der Regula de Tribus den Numerum quartum proportionalem darzu suchen.

IV. Diese gefundene vierdte *Proportional*-Zahl soll man addiren zu dem Sinu dato minore f g. so werde die Summa seyn der verlangte Sinus intermedius i l. zwischen

schen denen beyden gegebenen Bogen, die nicht über 45 Minuten voneinander unterschieden sind.

Exemplum

Ich hätte den Sinum von 3 Grad nach dem Scholio II. Problematis X. schon gefunden; gesetzt es wäre mir auch der Sinus von 3° 45 Min. allbereit bekannt: Jener wäre 523360. dieser aber 654031. Nun solte ich den Sinum des Winckels von 3 Grad 30 Min. suchen, so ziehe ich den kleinern Sinum von dem grössern ab, und es wird im Rest bleiben 130671. als die Differenz derer zwey gegebenen Sinuum. Nun ist die Differenz derer zwey gegebenen Bögen von 3 Grad, und 3 Grad und 45 Min. eben diese 45 Minuten; Und drittens die Differenz des Bogens, dessen Sinum ich finden soll, nemlich 3°. 30'. ist diese 30'. demnach sage ich also:

45. Minuten geben 130671. mehr an der Länge des *Sinus* von 3 Grad und 45 Minuten, als der *Sinus* von 3 Graden Länge hat, was giebt wohl 30 Minuten mehr Länge zu dem *Sinu* von 3 Grad und 30 Minuten, als der *Sinus* von 3 Graden lang ist.

Min.	Differ. Sin.	Min.
45	130671	30

30

3920130

1

3 5.6.8

45)3920130(87114. quarta proport.

360

315

45

45

180

523360. Sinus minor.

87114. quarta proport.

610474. Sinus 3° 30'.

Dem-

Demnach wäre der Sinus von 3 Grad und 30 Minuten 610474. Allein dieser Weg ist nicht allzu accurat, denn es ist oben schon in dem Capite I. Hypoth. II. in dem Scholio gewiesen worden, daß, weilen die Winckel mit Circul-Bögen gemessen werden, die Seiten derer Winckel aber gerade Linien sind, so könnte keine accurate Proportion zwischen beyden gefunden werden, also, daß die Seiten in eben der Proportion solten aufwachsen, in welcher die Circul-Bögen, als derer Winckel ihr Maaß, steigen, einfolglich kan ohnmöglich der Schluß richtig seyn, wenn ich sage:

Wie sich verhält der nach einem Circul-Bogen gemessene Winckel von 45 Minuten, zu der in gerader Linie bestehender *Differenz* derer zwey *Sinuum*, so verhält sich der wieder nach einem Circul-Maaß genommene Winckel von 30 Minuten, zu dem heraus zu kommenden und eine gerade Linie seyenden *Sinu*.

Man pfleget zwar auch die *Demonstration* darzu zu setzen, weil nemlich die Bögen d f. und f i. von Fig. 17. Tab. II. sehr wenig Minuten seyen, so könnten sie ohne einen empfindlichen Irrthum vor gerade Linien angesehen werden, mithin weil f g, i l, d e. lauter Parallelæ wären, wenn man aus f auf d e. eine *Perpendicularem* ziehete f h. so würde h e = f g und d h. die *Differenz* derer *Sinuum datorum* fig. und d e, und weilen d h und i. o. *Parallel* sind, so könnte d f h. als ein recht-wincklichter gerad-linigter Triangul angesehen werden, von welchen nach dem Theoremate XXXVII. Sect. II. *Part.* II. p. 183. maß gesagt werden: Wie sich verhält *d f.* zu *f i.* so verhält sich *d h.* zu *i. o.* und solchergestalt wäre die verlangte *Differenz*, i. o. gefunden, um wie viel nemlich der *Sinus* von $30^{\circ}. 30'$ grösser sey als der *Sinus* von 3°. Alleine so richtig die *Demonstration* des Theorematis citati XXXVII. sonsten ist in Triangulis rectilineis, so ist doch hier der Anstoß dabey, weil d f. und i f. Circul-Bögen und keine gerade Linien sind, und ob es gleich wahr ist, daß d f. und f i. Bögen von wenig Minuten sind, und also ad sensum nicht viel differiren von einer Linea recta, so machen sie doch in der Ausrechnung ihrer Sinuum nach diesem Weg eine ziemliche Variation in denen Zahlen: Denn so siehet man zum Exempel in dem ausgerechneten *Sinu* von $3^{\circ}. 30'.$ welcher

war 610474. daß solcher von dem Canone ziemlich differire, welchen andere accurater ausgerechnet haben, denn darinnen stehet er also: 610485. Item probiret es, nehmet den Sinum von 30 Grad, der da ist 5000000. nehmet auch den Sinum von 30 Grad und 45 Minuten, welcher ist 5112931. und suchet den Sinum zu $30^{\circ}\,30'$ so wird nach diesem Weg herauskommen 5075287. da doch in dem Canone der Sinus von $30^{\circ}.30'$ also stehet: 5075384. Jedoch, weilen der Irrthum in denen hintersten Zahlen, und also gar kleine, so lässet man es eines jeden freyen Willen heimgestellet; allein, wie erwehnt, völlig richtig ist die Arbeit nicht. In der Decimal-Rechnung mit Linien, Flächen, Cörpern, gehet es wohl an, und ist nichts daran gelegen, ob in denen allerhintersten Bruch-Zahlen zur rechten ein Fehler oder Veränderung sich zeige, oder nicht, denn man nimmt eben darum den Maaß-Stab bis auf die ersten, zweyten, dritten Scrupel an, damit zuletzt der Irrthum so klein werden möchte, daß er für nichts mehr zu achten sey. Hingegen bey denen Winckeln, je länger ihre Seiten fortlauffen, je weiter extendiren sich solche auseinander, daß der Bogen eines, lange Seiten habenden, Winckels weit grössere Theile bekommt, als der Bogen eines, kurtze Schenckel habenden Winckels, obgleich in der Anzahl beyde Bögen einerley Winckels übereintreffen; da kan endlich eine Minute auch so einen empfindlichen Bogen ausmachen, daß solcher ohne Fehler vor eine gerade Linie nimmer kan angenommen werden, mithin auch diese Art zu rechnen alsdenn verdächtig wird. Jedoch, wie erwehnet, man stellet es jeden anheim, ob er die Rechnungs-Art beybehalten, oder verlassen, und nachfolgender Art die Sinus auszurechnen erwehlen will. Wiewohl, wie schon gesagt, es nicht mehr nöthig ist aufs neue den Canonem auszurechnen, der allbereit mit gröster Mühe verfertigt, nun um wohlfeil Geld zu kauffen ist.

Problema XII.

Wenn die *Sinus b d.* und *f e.* zweyer Bögen *a b.* und *a f.* gegeben werden, den *Sinum arcus semidifferentiæ b f.* zu finden. Tab. II. Fig. 18.

Re-

Resolutio.

I. Subtrahiret den kleineren Sinum b d. von dem grössern Sinu f e. so bleibt die Differenz derer beyden Sinuum f k.

II. Suchet zu beyden Sinubus b d. und f e. ihre Sinus complementi, oder Cosinus b i, und f h. nach dem Problemate IV.

III. Den kleinern Cosinum f h. subtrahiret von dem grössern Cosinu b i. so ist b k. die Differentia Sinuum complementorum.

IV. Quadriret die beyde Differentias b k. und f k. addiret beyde Quadrata und aus der Summa extrahiret radicem Quadrati, so giebt solcher die Chordam arcus differentiæ b f. halbiret diese, so habt ihr den Sinum semidifferentiæ quæsitum.

Exemplum.

Wir wollen unter denen bisher berechneten Sinubus den Sinum von 30° und 45° nehmen: Jener ist nach dem Problem. I. wenn alle Zahlen zusammen genommen werden, 5000000. 0000000. dieser aber von 45° ist nach dem Probl. II. 7071067. 8118654. subtrahiret jenen von diesem, so bleibt im Rest 2071067. 8118654.

Ferner ist der Sinus complementi zu 30°. nemlich der Sinus von 60. nach dem Probl. IV. folgender: 8660254. 0378443. Item der Sinus complementi zu 45°. ist eben wieder dieser von 45°. weil 2mal 45°. einen Quadranten von 90° machen. Demnach subtrahiret den Sinum von 45°. von dem Sinu von 60°. so bleibt im Rest 1589186225 9789. Nunmehro quadriret den ersten Rest, so kommt

4289321882344927889019971716. Quadriret auch den andern Rest, der nach der Subtractione Sinuum complementorum übrig blieb, so werdet ihr folgende Quadrat-Zahl haben:
252551286084105941726324521. Addiret beyde Quadrata, so wird die Summa seyn:
681483474218598730628296237. Extrahiret daraus Radicem Quadrati, welcher ist 2610523. 8444209. so habt ihr die Chordam zu dem Arcu differentiæ, nemlich zu 15 Grad, denn 30 und 45. differiren um 15. Halbiret diese Chordam, so ist die Helffte deren 1305261.9222104. der Sinus zur halben Differenz, das ist, der Sinus zu 7 Grad und 30 Min. Schneidet zuletzt die 7 überflüßigen Zahlen zur rechten Hand hinweg, so habt ihr den Sinum 1305261. oder, weil 9 darauf folgt, 1305262. wie er auch in dem Canone stehet.

Scholion I.

Nach diesem *Problemate* kan man nun abermalen wieder viele Sinus finden, denn ich darff nur allezeit zweyerley *Sinus* unter denen schon bekañten nehmen, dieselbe von einander subtrahiren, den Rest mercken, hernach beyder ihre *Sinus complementorum* nach dem *Problemate* IV. suchen, dieselbe auch von einander subtrahiren, und so wohl diesen als jenen Rest quadriren, die zwey Quadrata addiren, aus der *Summa* Radicem Quadrati extrahiren, denselben Radicem halbiren, so hab ich allezeit einen *Sinum semidifferentiæ duorum Sinuum datorum*.

Scholion II.

In des *Benjamin Ursini* seiner Trigonometria p. m. 150. sqq. sind noch mehrere Wege angezeiget, durch welche man sehr viele *Sinus* ausrechnen kan, als Ex. gr.

1. Wenn eine Chorda eines Bogens, der kleiner ist als ein hal-

halber Circul, samt einer Chorda eines Bogens der noch einmal so groß ist, gegeben wird, die Chordam eines Bogens, der dreymal so groß ist, zu finden.

II. Wenn eine Chorda eines Bogens der kleiner ist als ein halber Circul, samt der Chorda eines Bogens der zwey- und dreymal grösser, bekannt sind, die Chordam eines Bogens der fünffmal grösser, zu finden.

III. Wenn die Chorda eines Bogens bekannt, die Chordam des dritten Theils desselben Bogens zu finden.

IV. Wenn die Chorda eines Bogens bekannt, die Chordam des fünfften Theils desselben Bogens zu suchen.

Problema XIII.

Es sind gegeben der *Sinus* **von 30 Graden, nach dem** *Problemate I.* **der** *Sinus* **von 60 Graden, nach dem** *Problemate IV.* **der** *Sinus* **von 45 Graden, aus dem** *Problemate II.* **der** *Sinus* **von 18 Graden, nach dem** *Problemate III.* **der** *Sinus* **von 72 Graden, nach dem** *Scholio II. Problematis IV.* **der** *Sinus* **von 48 Graden, als der** *Sinus Summæ* **aus 30° u. 18° u. der** *Sinus* **von 42 Graden, als der** *Cosinus*, **nach dem** *Scholio I. Problematis X.* **durch Hülffe deren die** *Sinus* **sehr vieler** *Graduum*, **und die** *Sinus* **vieler Minuten und** *Secunden* **zu finden.**

Resolutio.

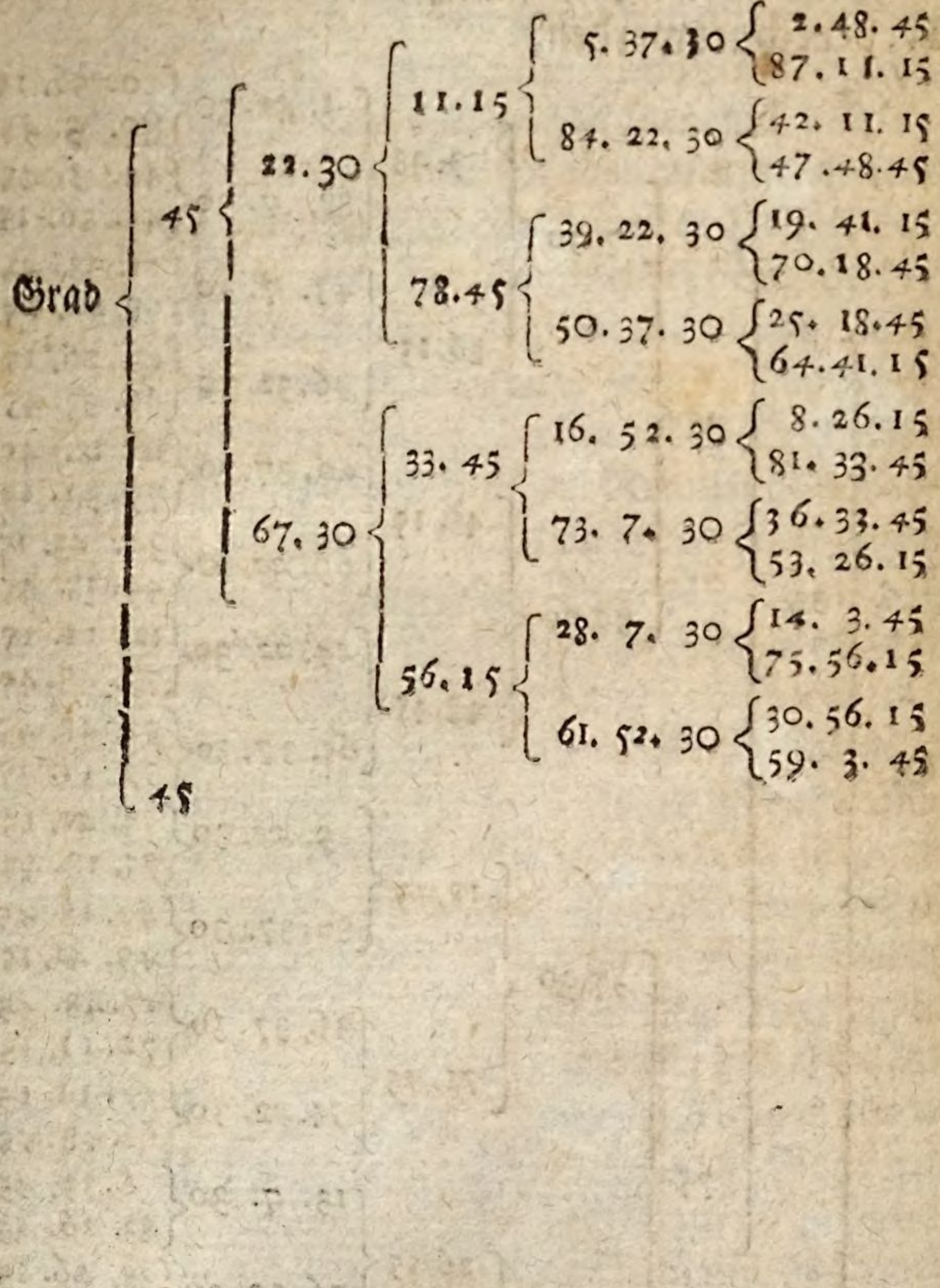
I. Zwey Problemata sinds, durch deren Hülffe man, vermöge derer angeführten Graduum, deren Sinus schon bekannt sind, nemlich 30°. 60°. 45°. 18°. 72° 48°. 42°. fast die Sinus aller Graduum von ersten bis auf den 89sten, hiernächst sehr viele Sinus der Minuten und Secunden finden kan, nemlich das Problema IV. und VII.

In dem Problema IV. ist der Weg beschrieben, zu einem jeden gegebenen Sinum den Sinum complementi auszurechnen. In dem Problemate VII. stehet, wie man den Sinum der Helffte eines Bogens erfahren soll. Wenn man nun zum Exempel den bekannten Sinum von 30 Graden, und den Sinum complementi von 60 Graden nimmt, so kan nach dem Problemate VII. der Sinus der Helffte des Bogens von 30 Graden, nemlich der Sinus von 15 Graden gefunden werden: Nimmt man das Problema IV. so kan zu dem Sinu von 15 Grad, der Sinus complementi zu 15°, das ist der Sinus des Winckels von 75 Graden berechnet werden. Nehmet diese beyde Sinus von 15° und 75°. suchet nach dem Problemate VII. den Sinum der Helffte des Bogens von 15°. das ist den Sinum von 7 Grad und 30 Minuten, und nach dem Problemate IV. den Sinum complementi, das ist den Sinum von 82 Grad 30. Min. wird man abermahlen zu 75°. den Sinum der Helffte des Bogens suchen, nach dem Problemate VII. so hat man den Sinum von 37 Grad und 30 Minuten, dessen Sinus complementi ist nach dem Problemate IV. der Sinus von 52 Grad und 30 Minuten. Wird man ferner zu 7°. 30′ den Sinum der Helffte des Bogens suchen so ist solcher 3°. 45′. und der Sinus complementi ist 86 Grad, 15. Min. Item, wo zu 82 Grad 30. Min. der Sinus der Helffte des Bogens gesuchet wird, ist derselbe 41 Grad. 15 Min. und der Sinus complementi ist 48 Grad, 45 Min. Eben so kommt zu 37 Grad, 30 Min. der Sinus der Helffte des Bogens 18°. 45 Min. Und zum Sinu complementi 71 Grad 15 Min. Item, kommt zur Helffte des Bo-

gens

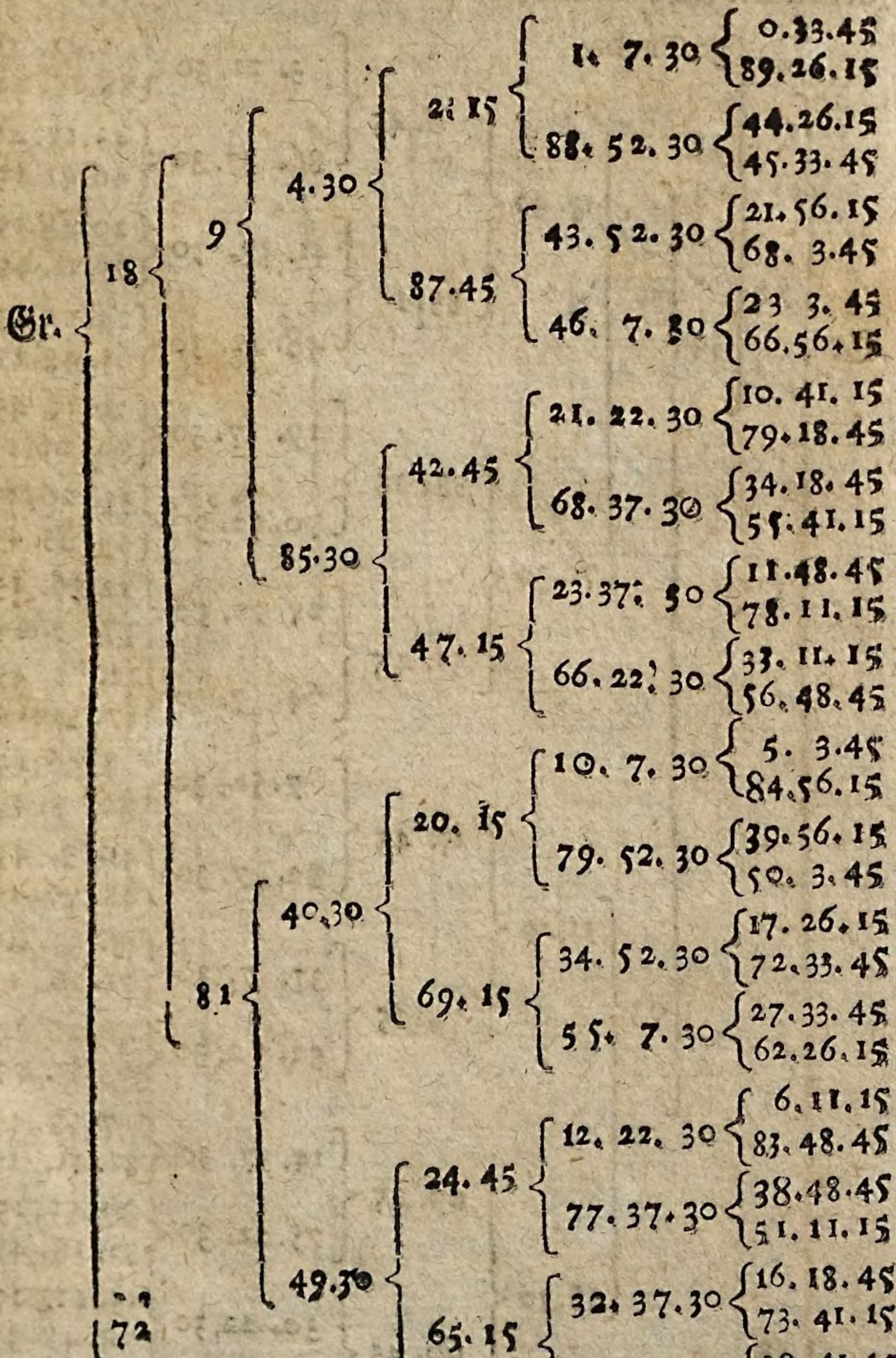
gens von 52°. 30′ der Sinus von 26 Grad, 15 Min. und zum Sinu complementi 63 Grad, 45. Min. Und so können aus dem Sinu von 30. und 60. die Sinus folgender Tabelle nach dem Problem. VII. und IV. berechnet werden.

II. Aus dem Sinu recto arcus 45 Graduum können auf eben diese Weise folgender Bögen oder Winckel ihre Sinus gefunden werden.



III. Aus

III. Aus dem Sinu recto Arcus 18°. und dessen Complemento 72°. kan vermittelst des Problematis VII. und IV. folgende Menge Sinuum gefunden werden.



IV. Nehmet den 72°. und verfahret nach dem Probl. VII. und IV. wenn 18°. vor den Sinum complementi angesehen wird, so ergeben sich folgender Arcuum ihre Sinus:

Gr.

72 { 36. Proba.

54 { 27 { 13. 30 { 6. 45 { 3. 22. 30 { 1.41. 15 / 88.18.45
86. 37. 30 { 43.18.45 / 46.41.15
83.15 { 41. 37. 30 { 20.48.15 / 69.11.45
48. 22. 30 { 24.11.15 / 65.48.45

76.30 { 38. 15 { 19. 7. 30 { 9.33. 45 / 80.26.15
70.52.30 { 35. 26.15 / 54.33.45
51. 45 { 25.52.30 { 12.56. 15 / 77. 3.45
64. 7. 30 { 32. 3. 45 / 57.56.15

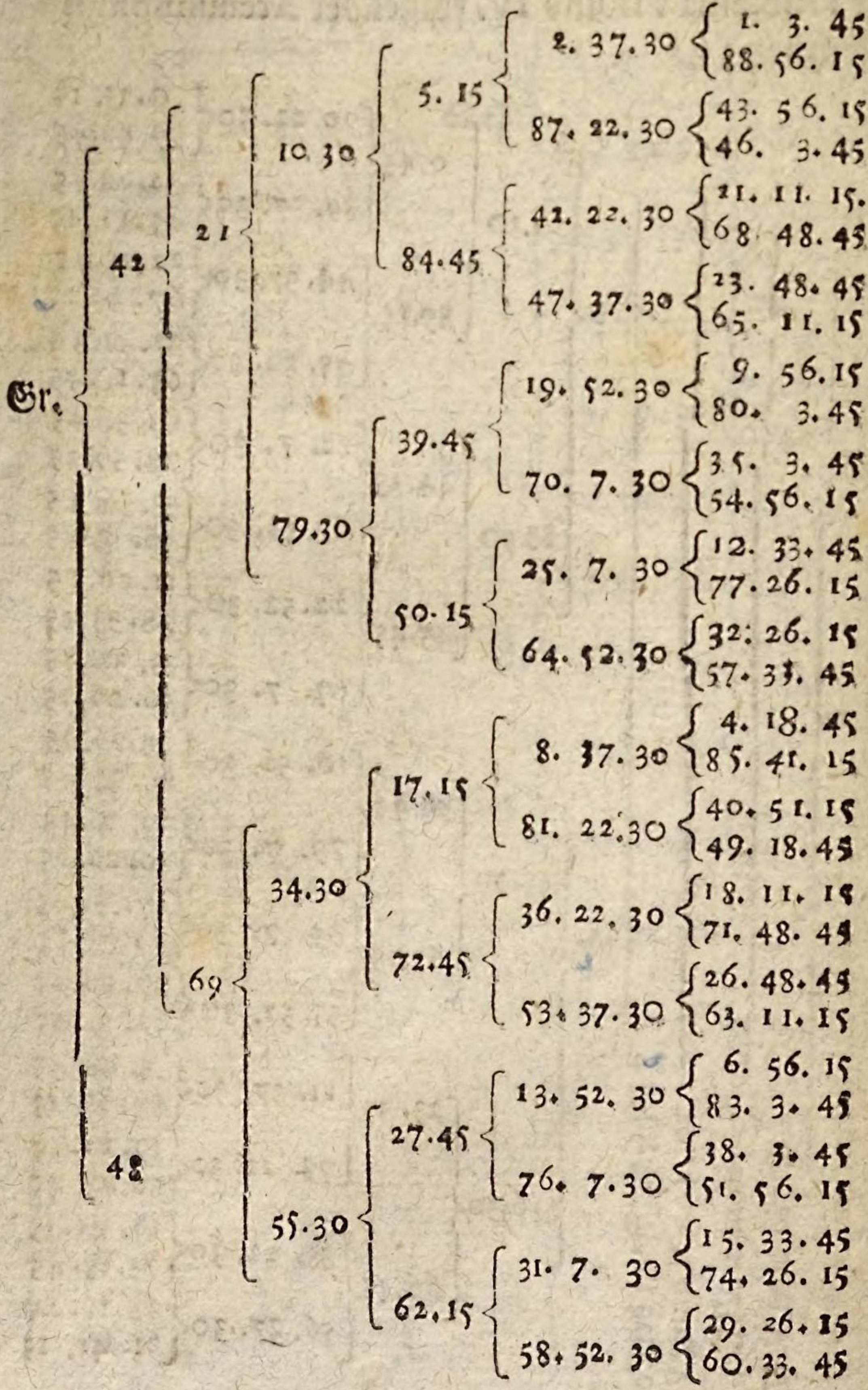
63 { 31.30 { 15. 45 { 7.52. 30 { 3.56.15 / 86. 3.45
82. 7. 30 { 41. 3. 45 / 48.56.15
74.15 { 37. 7. 30 { 18. 33. 45 / 71.26. 15
52.52.30 { 26.26.15 / 63.33.45

58.30 { 29. 15 { 14. 37. 30 { 7.18.45 / 82.41. 15
75.22.30 { 37.41.15 / 52.18.45

18 { 60. 45 { 30. 22. 30 { 15. 11. 15 / 74. 48.45
59. 37.30 { 29. 48.45 / 60. 11. 15

V. Nehmet die Summam von 18°. und 36°. das ist den Sinum von 48°. und dessen Cosinum 42°. nach dem Problemate X. Scholio I. so könnet ihr durch das Problema VII. und IV. folgender Arcuum Sinus berechnen:

VI. Wendet es um, und nehmet aus der vorhergehenden Tabell den Sinum arcus von 42 Grad an und setzet 48°. herunter zum Cosinu, so wird durch die Problemata VII. u. IV. folgende Reyhe Arcuum kommen, deren Sinus berechnet werden können.



VII. Nimmt man aus eben der Tabell Num. V. dieses Problematis den gefundenen Sinum zu 78 Grad und den Cosinum dessen, nemlich zu 12 Grad, so wird nach dem Probl. IV. und VII. folgende Reyhe Arcuum nach ihren Sinubus können berechnet werden:

Gr.

78
- 19.30
  - 9.45
    - 4.52.30
      - 2. 26. 15
      - 87. 33. 45
    - 85. 7. 30
      - 42. 33. 45
      - 47. 26. 15
  - 80.15
    - 40. 7. 30
      - 20. 3. 45
      - 69. 56. 15
    - 49.52.30
      - 44. 56. 15
      - 45. 3. 45
- 70.30
  - 35. 15
    - 17. 37. 30
      - 8. 48. 45
      - 81. 11. 15
    - 72. 22. 30
      - 36. 11. 15
      - 53. 48. 45
  - 54.45
    - 27. 22. 30
      - 13. 41. 15
      - 76. 18. 45
    - 62. 37. 30
      - 31. 18. 45
      - 58. 41. 15

12
- 25.30
  - 12.45
    - 6. 22. 30
      - 3. 11. 15
      - 86. 48. 45
    - 83. 37. 30
      - 41. 48. 45
      - 48. 11. 15
  - 77.15
    - 38. 37. 30
      - 19. 18. 45
      - 70. 41. 15
    - 51. 22. 30
      - 25. 41. 15
      - 64. 18. 45

51
- 6430
  - 32.15
    - 16. 7. 30
      - 8. 3. 45
      - 81. 56. 15
    - 73. 52. 30
      - 36. 56. 15
      - 53. 3. 45
  - 57.45
    - 28. 52. 30
      - 14. 26. 15
      - 75. 33. 45
    - 61. 7. 30
      - 30. 33. 45
      - 59. 26. 15

VIII. Endlich wenn aus der Tabell Num. V. der Sinus von 66. Grad und dessen Cosinus zu 24. Grad genommen wird, so können folgender Arcuum ihre Sinus durch das Probl. VII. und IV. gefunden werden:

Gr. 66 { 33 { 16.30 { 8.15 { 4. 7.30 { 2. 3. 45 / 87. 56. 15
8.15 { 4. 7.30 { 42. 56. 15 / 47. 3. 45
81.45 { 40. 52. 30 { 20. 26. 15. / 69. 33. 45
81.45 { 49. 7. 30 { 44. 33. 45 / 45. 26. 15
36.45 { 18. 22. 30 { 9. 11. 15 / 80. 48. 45
36.45 { 71. 37. 30 { 35. 48. 45 / 54. 11. 15
73.30 { 53. 15 { 26. 37. 30 { 13. 18. 45 / 76. 41. 15
53. 15 { 63. 22. 30 { 31. 41. 15 / 58. 18. 45
24 { 57 { 28.30 { 14.15 { 7. 7.30 { 3. 33. 45 / 86. 26. 15
14.15 { 82. 52. 30 { 41. 26. 15 / 48. 33. 45
75.45 { 37. 52. 30 { 18. 56. 15 / 71. 3. 45
75.45 { 52. 7.30 { 26. 3. 45 / 63. 56. 15
61.30 { 30.45 { 15. 22. 30 { 7. 41. 15 / 82. 18. 45
30.45 { 74. 37. 30 { 37. 18. 45 / 52. 41. 15
59.15 { 29. 37. 30 { 14. 48. 45 / 75. 11. 15
59.15 { 60. 22. 30 { 30. 11. 15 / 59. 48. 45

IX. Werden nun die bisherigen Arcus in die natürliche Ordnung zusammen gebracht, so hat man folgende Tabell:

Tabula derer Graduum,

Zu welchen man durch das Problema IV. und VII. die Sinus ausrechnen kan, da gegeben die Sinus von

30°. 60°. 45°. 18°. 72°. 48°. 42°.

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	11	15	3	56	15	7	41	15	11	26	15
0	22	30	4	7	30	7	52	30	11	37	30
0	33	45	4	18	45	8	3	45	11	48	45
0	45	0	4	30	0	8	15	0	12	0	0
0	56	15	4	41	15	8	26	15	12	11	15
1	7	30	4	52	30	8	37	30	12	22	30
1	18	45	5	3	45	8	48	45	12	33	45
1	30	0	5	15	0	9	0	0	12	45	0
1	41	15	5	26	15	9	11	15	12	56	15
1	52	30	5	37	30	9	22	30	13	7	30
2	3	45	5	48	45	9	33	45	13	18	45
2	15	0	6	0	0	9	45	0	13	30	0
2	26	15	6	11	15	9	56	15	13	41	15
2	37	30	6	22	30	10	7	30	13	52	30
2	48	45	6	33	45	10	18	45	14	3	45
3	0	0	6	45	0	10	30	0	14	15	0
3	11	15	6	56	15	10	41	15	14	26	15
3	22	30	7	7	30	10	52	30	14	37	30
3	33	45	7	18	45	11	3	45	14	48	45
3	45	0	7	30	0	11	15	0	15	0	0

15 11 15

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
15	11	15	22	18	45	29	37	30	36	56	15
15	22	30	22	30	0	29	48	45	37	7	30
15	33	45	22	41	15	30	0	0	37	18	45
15	45	0	22	52	30	30	11	15	37	30	0
15	56	15	23	3	45	30	22	30	37	41	15
16	0	0	23	15	0	30	33	45	37	52	30
16	7	30	23	26	15	30	45	0	38	3	45
16	18	45	23	37	30	30	56	15	38	15	0
16	30	0	23	48	45	31	7	30	38	26	15
16	41	15	24	0	0	31	18	45	38	37	30
16	52	30	24	11	15	31	30	0	38	48	45
17	3	45	24	22	30	31	41	15	39	0	0
17	15	0	24	33	45	31	52	30	39	11	15
17	26	15	24	45	0	32	3	45	39	22	30
17	37	30	24	56	15	32	15	0	39	33	45
17	48	45	25	7	30	32	26	15	39	45	0
18	0	0	25	18	45	32	37	30	39	56	15
18	11	15	25	30	0	32	48	45	40	7	30
18	22	30	25	41	15	33	0	0	40	18	45
18	33	45	25	52	30	33	11	15	40	30	0
18	45	0	26	3	45	33	22	30	41	41	15
18	56	15	26	15	0	33	33	45	40	52	30
19	7	30	26	26	15	33	45	0	41	3	45
19	18	45	26	37	30	33	56	15	41	15	0
19	30	0	26	48	45	34	7	30	41	26	15
19	41	15	27	0	0	34	18	45	41	37	30
19	52	30	27	11	15	34	30	0	41	48	45
20	3	45	27	22	30	34	41	15	42	0	0
20	15	0	27	33	45	34	52	30	42	11	15
20	26	15	27	45	0	35	3	45	42	22	30
20	37	30	27	56	15	35	15	0	42	33	45
20	48	15	28	7	30	35	26	15	42	45	0
21	0	0	28	18	45	35	37	30	42	56	15
21	11	15	28	30	0	35	48	45	43	7	30
21	22	30	28	41	15	36	0	0	43	18	45
21	3	45	28	52	30	36	11	15	43	30	0
21	4	0	29	3	15	36	22	30	43	41	15
21	56	15	29	15	0	36	33	45	43	52	30
22	7	30	29	26	15	36	45	0	44	3	45

44 15 0

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
44	15	0	51	22	30	58	30	0	65	37	30
44	26	15	51	33	45	58	41	15	65	48	45
44	37	30	51	45	0	58	52	30	66	0	0
44	48	45	51	56	15	59	3	45	66	11	15
45	0	0	52	7	30	59	15	0	66	22	30
45	11	15	52	18	45	59	26	15	66	33	45
45	22	30	52	30	0	59	37	30	66	45	0
45	33	45	52	41	15	59	48	45	66	56	15
45	45	0	52	52	30	60	0	0	67	7	30
45	56	15	53	3	45	60	11	15	67	18	45
46	7	30	53	15	0	60	22	30	67	30	0
46	18	45	53	26	15	60	33	45	67	41	15
46	30	0	53	37	30	60	45	0	67	52	30
46	41	15	53	48	45	60	56	15	68	3	45
46	52	30	54	0	0	61	7	30	68	15	0
47	3	45	54	11	15	61	18	45	68	26	15
47	15	0	54	22	30	61	30	0	68	37	30
47	26	15	54	33	45	61	41	15	68	48	45
47	37	30	54	45	0	61	52	30	69	0	0
47	48	45	54	56	15	62	3	45	69	11	45
48	0	0	55	7	30	62	15	0	69	22	30
48	11	15	55	18	45	62	26	15	69	33	45
48	22	30	55	30	0	62	37	30	69	45	0
48	33	45	55	41	15	62	48	45	69	56	15
48	45	0	55	52	30	63	0	0	70	7	30
48	56	15	56	3	45	63	11	15	70	18	45
49	7	30	56	15	0	63	22	30	70	30	0
49	18	45	56	26	15	63	33	45	70	41	15
49	30	0	56	37	30	63	45	0	70	52	30
49	41	15	56	48	45	63	56	15	71	3	45
49	52	30	57	0	0	64	7	30	71	15	0
50	3	45	57	11	15	64	18	45	71	26	15
50	15	0	57	22	30	64	30	0	71	37	30
50	26	15	57	33	45	64	41	15	71	48	45
50	37	30	57	45	0	64	52	30	72	0	0
50	48	45	57	56	15	65	3	45	72	11	15
51	0	0	58	7	30	65	15	0	72	22	30
51	11	15	58	18	45	65	26	15	72	33	45

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
72	45	0	77	3	45	81		30	85	41	15
72	56	15	77	15	0	81		45	85	52	30
73	7	30	77	26	15	81	45	0	86	3	45
73	18	45	77	37	30	81	56	15	86	15	0
73	30	0	77	48	45	82	7	30	86	26	15
73	41	15	78	0	0	82	18	45	86	37	30
73	52	30	78	11	15	82	30	0	86	48	45
74	0	45	78	22	30	82	41	15	87	0	0
74	15	0	78	33	45	82	52	30	87	11	15
74	26	15	78	45	0	83	3	45	87	22	30
74	37	30	78	56	15	83	15	0	87	33	45
74	48	45	79	7	30	83	26	15	87	45	0
75	0	0	79	18	45	83	37	30	87	56	15
75	11	15	79	30	0	83	48	45	88	7	30
75	22	30	79	41	45	84	0	0	88	18	45
75	33	45	79	52	30	84	11	15	88	30	0
75	45	0	80	3	45	84	22	30	88	41	15
75	56	15	80	15	0	84	33	45	88	52	30
76	7	30	80	26	15	84	45	0	89	3	45
76	18	45	80	37	30	84	56	15	89	15	0
76	30	0	80	48	45	85	7	30	89	26	15
76	41	15	81	0	0	85	18	45	89	37	30
76	52	30	81	11	15	85	30	0	89	48	45

Scholion. I.

Nehmet aus dieser Tabell den 16 Grad und den 48°. deren Sinus nach dem Problemate XIII. zu finden gelehret worden, und suchet zu beyden Sinubus, ihre Sinus complementorum, nach dem Problemate IV. nemlich den Sinum von 74°. zu dem Sinu von 16°. und den Sinum von 42°. zu dem Sinu von 48°. Hierauf suchet, nach dem Problemate X. den Sinum Summæ von 16°. und 48°. das ist den Sinum von 64°. und dessen Cosinum von 26°. nach dem Problemate IV. so kan man wiederum eine ungemeine Menge vieler Sinuum finden, wenn immer die Gradus halbiret, und jeder Helffte complemen-

mentum gleich darunter gesetzet, und nach dem Problemate XIII. verfahren wird. Es würden die Reyhen zu lang werden, in ihren Absteigen, wenn ich solche ausführlich hieher setzen wolte, wie in dem Problemate mit denen andern angeführten Graden geschehen, dahero will ich nur den Anfang deren anzeigen, und alsdenn in einer Tabelle, nach der natürlichen Ordnung, die gantze Menge dererjenigen Graduum zusammen tragen, die nach solcher Art aus dem 64° können herausgezogen werden, und ich besonders berechnet habe, so daß man sich darauf verlassen darff.

Gr. 64 { 32 { 16 { 8 { 4 { 2 { 1 { d { 0. 15 { 0. 7. 30 { 0. 3. 45.
89. 45.
0. 7. 30 { 89. 56. 15.
45. 7. 30 { 22. 33. 45.
67. 26. 15.
89. 52. 30 { 44. 56. 15.
45. 3. 45.
44. 52. 30 { 22. 26. 15.
67. 33. 45.
0. 30 { 89. 30 { 44. 45 { 22. 22. 30 { 11. 11. 15.
78. 48. 45.
67. 37. 30 { 33. 48. 45.
56. 11. 15.
45. 15 { 22. 37. 30 { 11. 18. 45.
78. 41. 15.
67. 22. 30 { 33. 41. 15.
56. 18. 45.
89 { 44. 30 {
88 { 44 {
86

Wer Lust hat, der führe diese Tabell also zu Ende, daß er immer die Gradus halbire, und gleich darunter das Complementum wieder setze, so wird er die Menge derer in folgender Tabelle stehender Graduum finden.

Tabell derer Graduum,

Zu welchen man nach dem Problemate VII. und IV. die Sinus ausrechnen kan, da gegeben wird der Sinus von 64 Grad.

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	3	45	3	15	0	6	18	45	9	18	45
0	7	30	3	18	45	6	26	15	9	26	15
0	15	0	3	30	0	6	30	0	9	30	0
0	26	15	3	37	30	6	37	30	9	37	30
0	30	0	3	41	15	6	41	15	9	48	45
0	41	15	3	52	30	6	48	45	9	52	30
0	48	45	3	56	15	7	0	0	10	3	45
0	52	30	4	0	0	7	3	45	10	11	15
1	0	0	4	11	15	7	15	0	10	15	0
1	3	45	4	15	0	7	22	30	10	22	30
1	11	15	4	26	15	7	26	15	10	26	15
1	22	30	4	33	45	7	33	45	10	33	45
1	26	15	4	37	30	7	37	30	10	45	0
1	37	30	4	45	0	7	45	0	10	48	45
1	45	0	4	48	45	7	56	15	11	0	0
1	48	45	4	56	15	8	0	0	11	7	30
1	56	15	5	7	30	8	11	15	11	11	15
2	0	0	5	11	15	8	18	45	11	18	45
2	7	30	5	22	30	8	22	30	11	22	30
2	18	45	5	30	0	8	30	0	11	30	0
2	22	30	5	33	45	8	33	45	11	41	15
2	33	45	5	41	15	8	41	15	11	45	0
2	41	15	5	45	0	8	52	30	11	56	15
2	52	30	5	52	30	8	56	15	12	3	45
2	56	15	6	3	45	9	7	30	12	7	30
3	3	45	6	7	30	9	15	0	12	15	0

12 18 45

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
12	18	45	16	3	45	19	45	0	23	22	30
12	26	15	16	11	15	19	48	45	23	30	0
12	37	30	16	22	30	19	56	15	23	33	45
12	41	15	16	26	15	20	7	30	23	41	15
12	52	30	16	37	30	20	11	15	23	52	30
13	0	0	16	45	0	20	22	30	23	56	15
13	3	45	16	48	45	20	30	0	24	7	30
13	11	15	16	56	15	20	33	45	24	15	0
13	15	0	17	0	0	20	41	15	24	18	45
13	22	30	17	7	30	20	45	0	24	26	15
13	37	30	17	18	45	20	52	30	24	30	0
13	48	45	17	22	30	21	3	45	24	37	30
13	56	15	17	33	45	21	7	30	24	48	45
14	0	0	17	41	15	21	18	45	24	52	30
14	7	30	17	45	0	21	26	15	25	3	45
14	11	15	17	52	30	21	30	0	25	15	0
14	18	45	17	56	15	21	37	30	25	22	30
14	30	0	18	3	45	21	41	15	25	26	15
14	33	45	18	15	0	21	48	45	25	33	45
14	45	0	18	18	45	22	0	0	25	45	0
14	52	30	18	30	0	22	3	45	25	48	45
14	56	15	18	37	30	22	15	0	26	0	0
15	0	45	18	41	15	22	22	30	26	7	30
15	7	3	18	48	45	22	26	15	26	11	15
15	15	0	18	52	30	22	33	30	26	18	45
15	26	15	19	0	0	22	37	30	26	22	30
15	30	0	19	11	15	22	45	0	26	30	0
15	41	15	19	15	[illegible]	22	56	15	26	41	15
15	48	45	19	26	15	23	0	0	26	45	0
15	52	30	19	[illegible]	45	23	11	15	26	56	15
16	0	0	19	37	[illegible]0	23	[illegible]8	45	27	3	45

27 14 0

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	15	0	30	52	30	34	37	30	38	18	45
27	18	45	31	0	0	34	45	0	38	22	30
27	26	15	31	3	45	34	48	45	38	30	0
27	37	30	31	11	15	34	56	15	38	33	45
27	41	15	31	22	30	35	7	30	38	41	15
27	52	30	31	37	30	35	11	15	38	52	30
28	0	0	31	45	0	35	22	30	38	56	15
28	3	45	31	48	45	35	30	0	39	7	30
28	11	15	31	56	15	35	33	45	39	15	0
28	15	0	32	0	0	35	41	15	39	18	45
28	22	30	32	7	30	35	45	0	39	26	15
28	33	45	32	18	45	35	52	30	39	30	0
28	37	30	32	22	30	36	3	45	39	37	30
28	48	45	32	33	45	36	7	30	39	48	45
28	56	15	32	41	15	36	18	45	39	52	30
29	0	0	32	45	0	36	26	15	40	3	45
29	7	30	32	52	30	36	30	0	40	11	15
29	11	15	32	56	15	36	37	30	40	15	0
29	18	45	33	3	45	36	41	15	40	22	30
29	30	0	33	15	0	36	48	45	40	26	15
29	33	45	33	18	45	37	0	0	40	33	45
29	45	0	33	30	0	37	3	45	40	45	15
29	52	30	33	37	30	37	15	0	40	48	45
29	56	15	33	41	15	37	22	30	41	0	0
30	3	45	33	48	45	37	26	15	41	7	30
30	7	30	33	52	30	37	33	45	41	11	15
30	15	0	34	0	0	37	37	30	41	18	45
30	26	15	34	11	15	37	45	0	41	22	30
30	30	0	34	15	0	37	56	15	41	30	0
30	41	15	34	26	15	38	0	0	41	41	15
30	48	45	34	33	45	38	11	15	41	45	0

41 56 15

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
41	56	15	45	30	0	49	11	15	52	56	15
42	3	45	45	41	15	49	15	0	53	0	0
42	7	30	45	48	45	49	26	15	53	11	15
42	15	0	45	52	30	49	33	45	53	18	45
42	18	45	46	0	0	49	37	30	53	22	30
42	26	15	46	3	45	49	45	0	53	30	0
42	37	30	46	11	15	49	48	45	53	33	45
42	41	15	46	22	30	49	56	15	53	41	15
42	52	30	46	26	15	50	7	30	53	52	30
43	0	0	46	37	30	50	11	15	53	56	15
43	3	45	46	45	0	50	30	0	54	7	30
43	11	15	46	48	45	50	33	45	54	18	45
43	15	0	46	56	15	50	41	15	54	26	15
43	22	30	47	0	0	50	45	0	54	30	0
43	33	45	47	7	30	50	52	30	54	37	30
43	37	30	47	18	45	51	3	45	54	48	45
43	48	45	47	22	30	51	7	30	54	52	30
43	56	15	47	33	45	51	18	45	55	3	45
44	0	0	47	41	15	51	26	15	55	11	15
44	7	30	47	45	0	51	30	0	55	15	0
44	11	15	47	52	30	51	37	30	55	22	30
44	18	45	47	56	15	51	41	15	55	26	15
44	30	0	48	3	45	51	48	45	55	33	45
44	33	45	48	11	0	52	0	0	55	45	0
44	45	0	48	18	15	52	3	45	55	48	45
44	52	30	48	30	0	52	15	30	56	0	0
44	56	15	48	37	30	52	22	30	56	7	30
45	3	45	48	41	15	52	26	15	56	11	15
45	7	30	48	48	15	52	33	15	56	18	45
45	15	0	48	52	30	52	37	30	56	22	30
45	26	15	49	0	0	52	45	0	56	30	0

56 41 15

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
56	41	15	60	26	15	64	11	15	68	0	0
56	45	0	60	30	0	64	15	0	68	11	15
56	56	15	60	41	15	64	26	15	68	18	45
57	3	45	60	48	45	64	33	45	68	22	30
57	7	30	60	52	30	64	37	30	68	30	0
57	15	0	61	0	0	64	45	0	68	33	45
57	18	45	61	3	45	64	56	15	68	41	15
57	26	15	61	11	15	65	7	30	68	52	30
57	37	30	61	22	30	65	11	15	68	56	15
57	41	15	61	26	15	65	22	30	69	7	30
57	52	30	61	37	30	65	30	0	69	15	0
58	0	0	61	45	0	65	33	45	69	18	45
58	3	45	61	48	45	65	41	15	69	26	15
58	11	15	61	56	15	65	45	0	69	30	0
58	15	0	62	0	0	65	52	30	69	37	30
58	22	30	62	7	30	66	3	45	69	48	45
58	37	30	62	18	45	66	7	30	69	52	30
58	48	45	62	22	30	66	18	45	70	3	45
58	56	15	62	33	45	66	26	15	70	11	15
59	0	0	62	41	15	66	30	0	70	15	0
59	7	30	62	45	0	66	37	30	70	22	30
59	11	15	62	56	15	66	41	15	70	26	15
59	18	45	63	3	45	66	[illegible]	45	70	33	45
59	30	0	63	15	0	66	[illegible]	0	70	45	0
59	33	45	63	18	45	67	3	45	70	48	45
59	45	0	63	30	[illegible]	67	15	0	71	0	0
59	52	30	63	[illegible]	30	67	22	30	71	7	30
59	56	15	63	41	15	67	26	30	71	11	15
60	3	45	63	48	45	67	33	45	71	18	45
60	7	30	63	52	30	67	45	0	71	22	30
60	15	0	64	0	0	67	56	15	71	30	0

71 41 15

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
71	41	15	75	48	45	79	56	15	84	7	30
71	45	0	75	52	30	80	7	30	84	15	0
71	56	15	76	0	0	80	11	15	84	18	45
72	3	45	76	3	45	80	22	30	84	26	15
72	7	30	76	11	15	80	30	0	84	30	0
72	15	0	76	22	30	80	33	45	84	37	30
72	18	45	76	37	30	80	41	15	84	48	45
72	26	15	76	45	0	80	45	0	84	52	30
72	37	30	76	48	45	80	52	30	85	3	45
72	41	15	76	56	15	81	3	45	85	11	15
72	52	30	77	0	0	81	7	30	85	15	0
73	0	0	77	7	30	81	18	45	85	22	30
73	3	45	77	18	45	81	26	15	85	26	15
73	11	15	77	22	30	81	30	0	85	33	45
73	15	0	77	33	45	81	37	30	85	45	0
73	22	30	77	41	15	81	41	15	85	48	45
73	33	45	77	45	0	81	48	45	86	0	0
73	37	30	77	52	30	82	0	0	86	7	30
73	48	45	77	56	15	82	3	45	86	11	30
73	56	15	78	3	45	82	15	0	86	18	45
74	0	0	78	15	0	82	22	30	86	22	30
74	7	30	78	18	45	82	26	15	86	30	0
74	11	15	78	30	0	82	33	45	86	41	15
74	18	45	78	37	30	82	37	30	86	45	0
74	30	0	78	41	15	82	45	0	86	56	15
74	33	45	78	48	45	82	56	15	87	3	45
74	45	0	78	52	30	83	0	0	87	7	30
74	52	30	79	0	0	83	11	15	87	15	0
74	56	15	79	11	15	83	18	45	87	18	45
75	3	45	79	15	0	83	22	30	87	26	15
75	7	30	79	26	15	83	30	0	87	37	30
75	15	0	79	33	45	83	33	45	87	41	15
75	26	15	79	37	30	83	41	15	87	52	30
75	30	0	79	45	0	83	52	30	88	0	0
75	41	15	79	48	45	83	56	15	88	3	45

G.	M.	S	G	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
88	11	15	88	37	30	89	7	30	89	33	45
88	15	0	88	48	45	89	11	15	89	45	30
88	22	30	88	56	15	89	18	45	89	52	30
88	33	45	89	0	0	89	30	0	89	56	15

Scholion II.

Wird man aus dieser zweyten Tabell den 61. Grad und den 19. Grad nehmen, und deren Sinus nach dem *Problemate* XIII. suchen, hernach ihre *Sinus complementorum*, das ist den Sinum zu 29°. und 71°. nach dem Problem. IV. suchen, und durch Hülffe des *Problem.* X. den *Sinum Summæ* von 61°. und 19. das ist, den *Sinum* von 18. Graden ausrechnen; so können alsdann, nach dem *Problemate* VII. und IV. die Sinus sehr vieler Grad, Minuten und Secunden gefunden werden, wie folgende Tabell anzeiget, welche ebenfalls nur angefangen und nicht geendigt worden, um der Kürtze halber, weilen sich nur anzeigen will, auf welche Weise der Canon *Sinuum* könnte, wenn es nöthig wäre, völlig berechnet werden.

Wenn solchergestalt dieses Halbiren, und derer Complementorum darunter setzen continuiret wird, so finden sich an dem 80. Grad folgende Anzahl derer Graduum minutorum und secundorum, zu welchen, nach dem Problem. VII. und IV. die Sinus können ausgerechnet werden, wie die Tabelle zeiget.

Tabell derer Graduum,

Zu welchen man nach dem Problemate VII und IV. die Sinus ausrechnen kan, da gegeben worden der Sinus von 80 Grad.

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	18	45	12	30	0	24	41	15	37	11	15
0	37	30	13	26	15	25	0	0	37	48	45
1	15	0	13	45	0	25	56	15	38	7	30
1	33	45	14	22	30	26	33	45	38	45	0
2	11	15	14	41	15	26	52	30	39	3	45
2	30	0	15	18	45	27	30	0	39	41	15
3	7	30	15	37	30	27	48	45	40	0	0
3	26	15	16	15	0	28	26	15	40	37	30
4	3	45	16	33	45	28	45	0	40	56	15
4	22	30	17	11	15	29	22	30	41	33	45
5	0	0	17	30	0	29	41	15	41	52	30
5	18	45	18	7	30	30	18	45	42	30	0
5	56	15	18	26	15	30	37	30	42	48	45
6	15	0	19	3	45	31	15	0	43	26	15
6	52	30	19	22	30	31	33	45	43	45	0
7	11	15	20	0	0	32	30	0	44	22	30
7	48	45	20	18	45	33	7	30	44	41	15
8	7	30	20	56	15	33	26	15	45	18	45
8	45	0	21	15	0	34	3	45	45	37	30
9	3	45	21	52	30	34	22	30	46	15	0
9	41	15	22	11	15	35	0	0	46	33	45
10	0	0	22	48	45	35	18	45	47	11	15
10	37	30	23	7	30	35	56	15	47	30	0
10	56	15	23	45	0	36	15	0	48	7	30
11	33	45	24	3	46	36	52	30	48	26	15
11	52	30									

G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
49	3	45	59	41	15	70	0	0	80	18	45
49	22	30	60	18	45	70	37	30	80	56	15
50	0	0	60	37	30	70	56	15	81	15	0
50	18	45	61	15	0	71	33	45	81	52	30
50	56	15	61	33	45	71	52	30	82	11	15
51	52	30	62	11	15	72	30	0	82	48	45
52	11	15	62	30	0	72	48	45	83	7	30
52	48	45	63	7	30	73	26	15	83	45	0
53	7	30	63	26	15	73	45	0	84	3	45
53	45	0	64	3	45	74	22	30	84	41	15
54	3	45	65	0	0	74	41	15	85	0	0
54	41	15	65	18	45	75	18	45	85	37	30
55	0	0	65	56	15	75	37	30	85	56	15
55	37	30	66	15	0	76	15	0	86	33	45
55	56	15	66	52	30	76	33	45	86	52	30
56	33	45	67	11	15	77	30	0	87	30	0
56	52	30	67	48	45	78	7	30	87	48	45
57	30	0	68	7	30	78	26	15	88	26	15
58	26	15	68	45	0	79	3	45	88	45	0
58	45	0	69	3	45	79	22	30	89	22	30
59	22	30	69	41	15	80	0	0	89	41	15

Scholion III.

Wenn nun nach denen angeführten *Problematibus* die Sinus derer in denen dreyen Tabellen gefundenen Graduum ausgerechnet werden, so ist der Canon Sinuum nach allen Graden und sehr vielen Minuten und Secunden ausgerechnet. Wer sich die Mühe geben mag, diese 3 Tabellen in eine zusammen zu tragen, und zwar also, daß alle Grad, Minuten und Secunden in der natürlichen Ordnung auf einander folgen, der wird finden, daß die Arcus derer Minuten von kleinen Unterschied zwischen und auf einander zu stehen kommen. Ich will der Kürtze halber nur die Minuten und Secunden

samm

samt deren Complementis bis auf den ersten Grad, aus denen drey Tabellen herausgezogen, ordentlich auf einander hieher setzen, und es wird sich zeigen, daß kaum 3 bis 4 Minuten allezeit der Unterscheid darzwischen sey, um wie viel sie voneinander differiren, daß sie nicht in völliger Ordnung alle beysammen wären, die Secunden ausgenommen.

0	3′	45″	89°	56′	15″
0	7	30	89	52	30
0	11	15	89	48	45
0	15	0	89	45	0
0	18	45	89	41	15
0	22	30	89	37	30
0	26	15	89	33	45
0	30	0	89	30	0
0	33	45	89	26	15
0	37	30	89	22	30
0	41	15	89	18	45
0	45	0	89	15	0
0	48	45	89	11	15
0	52	30	89	7	30
0	56	15	89	3	45
1	0	0	89	0	0

Wer nun nach dem Scholio II. Problematis XI. die Interstitia zwischen diesen Minuten zu erfüllen, durch die drey Tabellen kein Bedencken trägt, der kan also den völligen Canonem berechnen, oder wenigstens siehet also ein Anfänger, wie man es machen müste, wenn die Tabulæ Sinuum solten nochmahl ausgerechnet werden müssen.

Scholion IV.

Weilen aber diese Arbeit mit so vielen multipliciren und extrahiren derer Radicum erschrecklich mühsam, und die letztere Erfindung derer jenigen Sinuum, die nicht durch halbiren und das darzusetzen derer Complementorum können gesuchet werden, nach dem Scholio II. Problematis XI. nicht allzurichtig, so hat *Benjamin Ursinus* einen bequemern Weg ge-

genommen, alle diese Arbeit so zu reden durch ein bloſſes addiren zu verrichten. Er hat nach denen bisherigen *Problematibus* endlich den allerersten Sinum, das ist den *Sinum* von 0. Graden, 0. Minuten, 1 *Secunden* ausgerechnet, und gefunden daß dieser sey 48. 4813681. wenn der *Sinus totus* vor 10000000. 0000000. angenommen wird, mithin, wo die 7 hintern Zahlen zur Rechten allenthalben abgeschnitten werden, so ist der Sinus totus 10000000. und 48 ist der Sinus von 0. Graden, 0. Minuten, 1 *Secunden*, der *Sinus complementi* zu 89. Graden, 59. Minuten, 59. *Secunden* ist berechneter massen 9999999. 9998824.

Aus diesem ersten Sinu und seinem Complemento, hat er nun, wie Problemate I. in dem Scholio einige Meldung davon gethan habe, den gantzen *Canonem* fast durch ein bloſſes addiren in den Stand gebracht, wie dieſes in den folgenden Problematibus gezeiget werden soll.

Problema XIV.

Wenn gegeben der *Sinus* 0 Grad 0. Minute 1 *Secunden*, als der allererste *Sinus*, sammt dessen *Sinu complementi* von 89 Grad 59 Min. 59. *Secund.* den *Canonem sinuum* daraus herzuleiten, von der ersten *Secunden* an, bis auf den 30. Grad, durch alle Minuten und *Secunden*, und von dem 60 Grad durch alle Minuten und *Secunden* bis auf den 90 Grad.

Demonstratio.

Es ist die Continuatio Canonis aus dem allerersten Sinu zweyerley: Eine gehet von dem ersten Grad, inclusive derer Minuten und Secunden, bis auf den 30 Grad, und von den 60° bis auf den 90°. Die andere ist die Continuatio Sinuum von dem 30 Grad, sammt denen Minuten und Secunden, bis auf

den

den 60 Grad. Die Sinus derer äusserſten Graden, von dem erſten bis auf den dreyßigſten, und vom ſechzigſten bis auf den neunzigſten Grad, als welche leztere derer erſtern ihre Complementa ſind, dieſe Sinus ſage ich, werden gefunden, ohne einige Multiplication, oder Diviſion, oder Extraction der Wurzel-Zahl, ſondern bloß durch die Addition, und beſtehet der Grund und Beweiß darauf: In dem Problemate IX. iſt gewieſen worden, wie man den *Sinum Arcus dupli* finden ſoll, wenn der Sinus rectus Arcus, ſammt dem Sinu complementi gegeben worden, denn wie a e. der Radius, ſich zu dem Sinu e d. oder k x. des gegebenen Bogens e k. verhält, ſo verhält ſich eben dieſes Bogens e k. ſein Sinus complementi a d = e o = a x. zu x y = h g. als dem halben Sinu des Bogens f k. als dem Arcu dupli des Bogens e k. Tab. II. Fig. 15.

Hieraus hat nun *Benjamin Urſinus* mit einer noch weitläufftigern Demonſtration l. c. pag. 165. folgende Auflöſung des Problematis gegeben.

Reſolutio.

1. Wenn der allererſte Sinus rectus arcus iſt der Sinus o Grad, o Minute 1 Secunde, welcher berechnet worden daß er ſey 48. 481368. ſo findet man den Sinum rectum arcus o Grad o Minute 2 Secunden, mit folgender Proportionirung: Wie ſich verhält der *Radius* 10000000. zu 0000000. dem *Complemento ſinus recti arcus* von o Grad. o Minute 1 *Secunde*, das iſt zu dem *Sinu arcus* von 89 Graden, 59 Minuten

ten und 59 *Secunden*, welcher ist 9999999. 9998824. So verhält sich das *duplum* Sinus *recti dati arcus* 0. Grad, 0. Minut. 1 *Secunden*, welches ist 96. 9627362. zu dem zu findendem *Sinu arcus dupli* von 0 Grad, 0. Minut. 2 *Secunden*.

II. Den Sinum complementi zu 0 Grad, 0 Minut. 2 Secunden, das ist, den Sinum von 89 Grad 59 Minuten und 58 Secunden, findet man mit folgender Proportionirung:

Wie sich verhält der *Radius* oder *Sinus totus*, 10000000. 0000000. zu dem *Sinu recto arcus dati* 0. Grad, 0. Minuten 1. *Secunden*, welcher ist 48. 4813681. Also verhält sich das *duplum* dieses *Sinus dati*, nemlich 96. 9627362. zu dem Uberschuß, welcher von dem *Radio* muß *subtrahiret* werden, damit im Rest übrig bleibe der *Sinus complementi* zu 0 Grad, 0 Minuten, 2 *Secunden*, nemlich zu 89 Grad, 59 Minuten, 28 *Secunden*; das ist, die quarta proportionalis in dieser zweyten Operation muß allemahl von dem Radio selbst abgezogen werden, so bleibt im Rest den Sinus complementi.

Exemplum I.

Rad.	Sin. compl. $89^{\circ}.59'.59''$	dupl. Sin. dat.
10000000.	9999999.	9998824 — 96. 9627362.

Exemplum II.

Rad.	Sin dat. 0. G. 0. M. 1. S.	dupl. Sin. dat.
10000000.	0000000 — 48.	4813681. — 96. 9627362.

III. Wei-

III. Weilen man hier siehet, daß bey einer jeden Ausrechnung eines Sinus recti mit seinem Sinu complementi, in dem ersten und letzten drittel des Quadrantens zwey mühsame Multiplicationes erfordert werden, gleichwohlen aber dieses Compendium dabey ist, daß alle Multiplicationes durch diese Zahlen 96. 9627362. verrichtet werden dörffen: So hat man folgender weisse der Multiplication abgeholffen, und sie in eine Addition verwandelt: Es wird nemlich diese Zahl 96.9627362. durch die Zahlen 1.2.3.4.5.6.7.8.9. multipliciret, und alle Producta werden in ein Täfelein zusammen getragen, wie hier dergleichen stehet:

1	096. 9627362
2	193. 9254724
3	290. 8882086
4	387. 8509448
5	484. 8136810
6	581. 7764172
7	678. 7391534
8	775. 7018896
9	872. 6646258
	96.9627362 0

IV. Wenn nun der Sinus rectus arcus 0 Grad, 0. Minute 2 Secunden zu finden, und es stünde das Exempel nach der Regula de Tribus, wie allbereit gezeiget worden, also:

10000000,0000000 — 9999999.9998824 — 96.9627362

mithin müsten zwey hintere Termini durch einander multipliciret werden, welches eine mühsame Arbeit wäre; So schneidet auf der lincken Seiten den mittlern Terminum perpendiculariter untereinander herunter, und traget aus dem Täflein die Reyhen derer Productorum zusammen, wie es die Zahlen des Multiplicatoris erfordern und sonst auch in der Multiplication gewöhnlich ist; addiret darauf solche alle in eine Summam, und dividiret dieselbe durch den Radium, das ist, schneidet hinten zur rechten 14 Zahlen hinweg, so habt ihr den Sinum zweyer Secunden gefunden, und das Exempel stehet also:

Complementum Secunden.

9 8726646258
9 : 8726646258
9 : : 8726646258
9 : : : 8726646258
9 : : : : 8726646258
9 : : : : : 8726646258
9 : : : : : : 8726646258
9 : : : : : : : 8726646258
9 : : : : : : : : 8726646258
8 : : : : : : : : : 77570188896
8 : : : : : : : : : : 77570188896
2 : : : : : : : : : : : 1939254724
4 : : : : : : : : : : : : 387850944[8]

96.9627361. | 988971.8222288(
1 | 0000000.0000000

demnach ist der Sinus rectus zweyer Secunden 96.9627361. Wird man die sieben hinteren überflüs-

flüßigen Zahlen hinweg schneiden, so bleibet zu dem Sinu des Bogens von 2 Secunden 96.

V. Weilen aber bey diesem Vortheil, daß man statt des multiplicirens nur addiren darff, dennoch beschwehrlich ist, so viele Reyhen Zahlen untereinander zu setzen und zu addiren, welche hernach zuletzt doch wieder weggeschnitten werden, so kan man wenigere derer Zahlen nehmen, wie dieses in des *Benjamin Ursini* angeführtem Tractat, pag. 161. seqq. kan ausführlich gelesen werden.

VI. Den Sinum complementi, das ist den Sinum arcus von 89 Grad 59 Minuten 58 Secunden zu finden, so schreibet nur zur lincken Hand perpendiculariter nach einander herunter den Sinum datum, von 1 Secunden, und gegen über schreibet die Producta gehöriger massen untereinander aus dem angesetzten Täfflein, nicht anderst, als wenn 96. 9627362. durch 48. 48136 81. multipliciret worden wäre. Exempli gratia, bey 4 gehet in das Täfflein, und schreibet die neben 4 stehende Reyhe Zahlen hin, hernach die neben 8 stehende Reyhe, dann die wieder neben 4 stehende Reyhe, u. so ferner, bis alle Reyhen gehörig untereinander geschrieben sind. Alsdann addiret alle Reyhen, und die Summam dividirt durch den Radium, das ist, schneidet hinten zur rechten 14 Zahlen hinweg, das übrige zur lincken subtrahiret darauf von dem Radio oder Sinu toto, so ist der Rest der ver-

langte Sinus complementi, wie das Exempel klärer vor Augen stellet.

Sinus Secundæ.

4	3878509448
8	:77570188 96
4	:: 3878509448
8	::: :77570188 96
1	:::: :0969627362
3	::::: :2908882086
6	:::::: :58177641 72
8	::::::: ::77570188 96
1	:::::::: ::0969627362

4700 | 8861056.9539522(
1 | 0000000.0000000

subtrahiret nunmehro 4700. von dem Sinu toto, so habt ihr im Rest den Sinum complementi:

10'0'0'0'0'0'0' 0'0'0'0'0000. Sin. tot.

4700. quotus.

9999999. 9995300. Sin. compl. 89°. 59'. 58''.

Schneidet man zuletzt die 7 hintern überflüßigen Zahlen hinweg, so ist der Sinus complementi zu 0. Grad, 0. Minuten 2 Secunden, das ist, der Sinus des Bogens von 89. Grad 59 Minuten und 58 Secunden, 9999999.

Scholion.

Weilen es unnöthig ist, die Tabulas Sinuum noch einmahl völlig nachzurechnen, und alles, was bishero angeführet worden, nur dahin ziehlet, daß ein Anfänger sein Verlangen stillen könne, wenn er gerne wissen möchte, wie der Canon Sinuum aus-

ausgerechnet worden, so wird es genug seyn, wenn ich sage, daß, wie man nach diesem Problemate den Sinum zweyer Secunden gefunden, so könne man ferner alle Sinus aller Secunden, Minuten und Graden, bis auf den 30 Grad, und von dem 60 Grad bis auf den 90 Grad, finden. Wer wenigstens den Processum weiter aus Curiosität continuiren wolte, der darff nur den *Ursinum* loco citato zu Hülffe nehmen, so wird er mehrere also berechnete Sinus antreffen, und sich leicht rathen können.

Problema XV.

Die *Sinus* von 30 Grad bis auf den 60sten Grad nach allen *Secunden* und Minuten auszurechnen.

Resolutio.

I. Subtrahiret denjenigen Arcum, dessen Sinum ihr zu finden verlanget, von dem Arcu von 60 Grad, so werdet ihr allezeit einen Arcum im Rest bekommen, der kleiner ist als 30 Grad.

II. Addiret alsdann den Arcum, der nach der Subtractione übrig geblieben, zu den Arcum von 60 Grad, so werdet ihr einen Arcum bekommen, der grösser ist als 60 Grad.

III. Hernach subtrahiret den Sinum des kleinern Arcus von dem Sinu des grössern Arcus, (denn es wird præsupponirt, es seyen nach dem vorhergehenden Problemate die Sinus von der ersten Secunden bis auf den 30 Grad, und von dem 60. bis den 90 Grad schon ausgerechnet,) so wird der Rest den Sinum des verlangten Bogens geben.

Exemplum I.

Ich solte den Sinum von 30°. 0 Minuten und 1 Secunden finden, so subtrahiret diesen von 60 Graden, bleibt

bleibt 29°. 59'. 59'' dessen Sinus wird nun præsupponirt wäre schon nach dem vorhergehenden Problemate ausgerechnet, daß er sey 4999580.

Addiret nun auch diesen kleineren Arcum von 29°. 59'. 59'' zu 60° so käme der Arcus heraus von 89. 59' 59''. dessen Sinus ebenfalls schon berechnet nach dem vorigen Problem. gehalten wird 9999999.

Wenn nun der kleinere Sinus von dem grössern subtrahiret wird, so bleibt im Rest der Sinus quæsitus zu 30 Grad, 0. Minuren, 1. Secunden, welcher seyn wird 5000419.

Arcus 30°. 0'. 1''. Dessen Sinus zu suchen
subtr. 60

Arc. min. 29. 59. 59. Sinus. 4999580.
add. 60

Arc. maj. 89. 59. 59. Sinus. 9999999.
subtr.

Arcus 30°, 0', 0''. Sin. quæsit. 5000419.

Exemplum II.

Arcus. 50°. 50°. Dessen Sinus zu suchen.
subtr. 60.

Arc. min. 9. 10. Sinus. 1593068.
add. 60.

Arc. maj. 69. 10. Sinus. 9346189.
subtr.

Arcus. 50°, 50', Sin. quæsit. 7753121.

De-

Demonstratio.

Die Differenz derer Sinuum zweyer Bögen, welche gleich-weit auf der einen und andern Seiten von 60 Graden abstehen, diese Differenz, sage ich, ist gleich dem Sinui distantiæ. Es sey b d. der Arcus von 30 Graden, d c. der Arcus von 60 Graden, und die Puncta e. und f. seyen von d. gleich-weit hinweg stehend, nemlich jedes Punct sey 20 Grad von d. abstehend, so wird c e. 40°. und f c. 80° seyn demnach ist f h. der Sinus arcus f c. von 80°. und e g. der Sinus rectus 40°. und f i. oder i e. der Sinus arcuum von 20°. um wie viel nemlich der Arcus f c. an Graden grösser ist, als der Arcus d c. und um wie viel der Arcus d c. grösser ist als der Arcus e c. *Tab.II. Fig.19.*

Nun ist aber præsupponirt, nach dem vorhergehenden Problemate, der Sinus f h. von 80 Graden, gleichwie der Sinus i f. von 20 Graden schon bekannt, denn daselbst ist gelehret worden, wie man alle Sinus derer Secunden, Minuten und Graden von dem ersten bis auf den dreyßigsten Grad, und von dem 60° bis auf den 90° berechnen soll. Weilen demnach in dem gleich-seitigen Triangul f. e. l. der Angulus f. e. l. und seine Basis f l. durch das Perpendiculum e k. in zwey gleiche Theile getheilet wird, desgleichen der Winckel f. l. e. und dessen Basis f e. durch das Perpendiculum l i. in zwey gleiche Theile gehet, so müssen auch f. i. und f k. als halbe Latera eines gleich-seitigen Trianguls, einander gleich seyn. Wenn demnach f k — f i. als der Sinus von 20 Graden, subtrahirt wird von f h. dem Sinu von

80 Graden, so wird übrig bleiben k h — e g. welches der verlangte Sinus von 40 Graden. Q.e.d.

Scholion I.

Zu mehrerer Erläuterung soll auch dieß in der *Demonstratione* angenommene Gesuch des *Sinus* von 40 Graden berechnet werden.

Arcus. 40. 0'. 0''. Dessen Sinus gesucht wird.
subtr. 60.

Arc. min. 20. 0. 0. Sinus. 3420201.
add. 60.

Arc. maj. 80. 0. 0. Sinus. 9848077.
subtr.

Arcus. 40°. 0'. 0''. Sin. quæsit. 6427876.

Scholion II.

Auf solche Weise kan nun der völlige Canon Sinuum nach allen Graden, Minuten und Secunden ausgerechnet werden, welches hoffe es werde einen curieusen Anfänger befriedigen können. Jetzo ist annoch zu weisen, wie die Tangentes und Secantes auszurechnen seyen.

Problema XVI.

Eines gegebenen Bogens, oder Winckels, seinen *Tangenten* und *Secanten* zu finden.

Resolutio & Demonstratio.

Tab II. Fig. 20. Weil der Sinus e g. und der Tangens h c. auf dem Radio a. c. perpendicular stehen, so müssen beyde gegen einander parallel seyn, wie aus der Geometrie bekannt; da nun bishero gewiesen wor-

worden, wie alle Sinus recti und Sinus complementorum auszurechnen seyen, so wird præsupponirt, es sey 1) der Sinus rectus e g. und der Sinus complementi e i. bekannt. 2) der Radius a c — a e. als der Sinus totus, ist ohnedem bekannt. Demnach lässet sich durch proportioniren so wohl der Tangens h c. als der Secans a h. bey einem jeden Arcu finden: Denn weil e g. und h c. auf a c. perpendicular und unter sich parallel, so erhellet, daß a g g. e — a c: c h. item a g: a e, = a c: a h.

I. Den Tangenten h c demnach zu finden, so saget: **Der** *Sinus complementi i c.* = *a g.* **giebt den** *Sinum rectum arcus dati g e.* **was giebt der** *Radius* **oder** *Sinus totus a c.*? *Resp.* **er giebt den** *Tangenten h c.*

II. Den Secanten zu finden, so sprechet also: **Der** *Sinus complementi i e.* = *a g.* **giebt den** *Radium* **oder** *Sinum totum a e.* **was giebt eben der** *Radius a c*? *Resp.* **er giebt** *a h* **den** *Secanten.*

Exemplum I.

Den Tangenten zu finden.

Es sey gegeben der Arcus zu 34. Graden, ich soll den Tangenten darzu finden, der Sinus arcus dati zu 34° ist 5591929. der Sinus complementi arcus, nemlich des Arcus von 56 Graden, ist 8290376. Setzet die Terminos wie in dem Problemate gewiesen worden, und verfahret nach der Regula de Tri, so wird zur quarta proportionali heraus kommen der Tan-

gent 0745084. wie er auch in den Tabellen zu finden ist.

Sin.compl.	Sin.rect.	Sin. tot.
8290376 —	5591929 —	10000000.
		10000000.

5591929000000000.

Dieses Product nunmehro mit dem ersten Satz dividiret, giebt in dem Quotienten den verlangten Tangenten.

```
                                7
                               4:01
                              70366
                            2'15'5848
                          343770789411
                        61'770348609926
8290376) 5'59'1929.00000000 ( 6745084
          4974225600000000   Tangens
           580326320000000   arcus von
            33161504000000     34°.
             4145188000000
              663230080000
               33161504000
```

Exemplum II.

Den Secanten zu finden.

Sin. compl.	Rad.	Rad.
8290376 —	10000000 —	10000000.
		10000000.

10000000000000000.

7
65 71
1485320
180646546
51548568009
1709624844486
8290376)1'0'0'0'0'0'0000000000(12062179
8290376::::::: Secans
1658075::::::: arcus
4974225600:::: 34°.
165807520:::
82903760::
58032632:
7461 3384

Scholion.

Schlägt man dieſen Tangenten und Secanten auf in denen berechneten Tabellen, ſo ſtehen ſie eben alſo darinnen, auſſer der hinterſten Zahl ihrer Veränderung, die ſchon oben gemeldet worden. Alſo werden nun alle Tangenten und Secanten gefunden, und ordentlich neben ihre Winckel und Sinus geſchrieben, daß alſo, wenn alles nach bisheriger Anweiſung vollendet, die vollkommenen Tabulæ Sinuum Tangentium und Secantium heraus kommen, wiewohl man heut zu Tage die Secantes gar nicht mehr nöthig hat.

CA-

CAPUT IV.

Von der Verfertigung des Canonis derer künstlichen Sinuum Tangentium und Secantium, das ist, derer Logarithmorum.

Problema XVII.

Eines jeglichen gegebenen *Sinus* seinen *Logarithmum* zu finden.

Resolutio.

I. Hier muß man das Problema LXV. Part. I. p. 297. zu Hülffe nehmen, woselbst gelehret worden, einer gegebenen absoluten Zahl ihren Logarithmum zu finden, so wohl wenn sie sich nicht über 10000 erstreckt, als auch, wenn sie grösser ist, aber doch nicht 8 Zahlen übersteiget, welches Problema also am ersten aufzuschlagen und wohl zu durchlesen ist.

II. Damit nun aber die Logarithmi Sinuum desto accurater werden können, so muß man die Sinus an ihren berechneten Zahlen wenigstens also annehmen, daß drey Zahlen von denen sieben hintersten, die allezeit nach der Operation wieder abgeschnitten worden, hier wiederum darzugenommen werden. Das ist, man nimmt von dem Sinu toto, der um der Rechnung willen ist angenommen worden für 10000000. 0000000.

zehen

zehen Nullen für denselben an in Berechnung derer Logarithmorum, daß er ist 10000000. 000. da er sonsten zuletzt nur allemahl war 10000000.

III. Da nun also um der Ausrechnung willen derer Logarithmorum ein jeglicher Sinus zehen Zahlen hat, und aber in dem gemeinen Canone Logarithmorum derer natürlichen Zahlen, die Logarithmi nur zu 1 bis 10000. gesuchet worden, mithin nur bis auf 4 natürlicher Zahlen Summam die Logarithmi darinnen anzutreffen; so suchet bey einem jeden gegebenen und 10 Zahlen habendem Sinu erstlich den Logarithmum zu denen 4 vordersten gegen die lincke Hand stehenden Zahlen, in dem Canone Logarithmorum derer natürlichen Zahlen.

IV. Mit denen 6 übrigen Zahlen zur rechten Hand verfahret alsdann nach dem angeführten Problemate LXV Part. I. so ist allezeit der Logarithmus Sinus gefunden.

Exemplum I.

Es ist Problemate VII des vorhergehenden Capitels der Sinus des Bogens von 36 Grad ausgerechnet worden, daß er sey, nach seiner völligen Zahl, 5877852.522945. nehmet davon die zehen vordersten Zahlen, 5877852522. hierzu solte nun der Logarithmus gefunden werden; Es ist aber kein Canon so weit ausgerechnet, daß man darinnen 5877852522. als eine absolute Zahl ansehen, und ihren daneben stehenden Logarithmum haben könte: Denn der kleinere Canon hat nur 4 Zahlen,

und

und steiget am höchsten nur bis 10000. demnach schneidet zur lincken Hand 4 Zahlen hinweg 5877, 852522, und schlaget zu 5877. den Logarithmum in denen Tabellen auf, dieser wird seyn 3. 7691557; nun vermehret die Characteristicam 3. um so viele *Unitäten*, als Zahlen im Rest hinten zur rechten des Sinus abgeschnitten worden, so stehet der Logarithmus also: 9. 7691557. hierauf subtrahiret der Zahl 5877 ihren Logarithmum, 3. 7691557. von dem Logarithmo der nächst-folgenden Zahl 5878. der da ist 3. 7692296, so bleibt im Rest die Differentia tabularis 739.

Numeri 5877. Logarith. 3. 7691557.
Numeri 5878. Logarith. 3. 7692296. subtr.

Differentia Tabularis 739.

Nun sagt nach dem Probl. LXV. Part. I.

1000000. = 739 — 852522.

739

7672698
2557566
5967654

6301013758
1000000

Diese gefundene quartam proportionalem 630. addiret nun zu dem Logarithmo 9. 7691557. so erhaltet ihr des verlangten Sinus von 36 Grad seinen Logarithmum, 9. 7692187. und so wird er auch in denen Tabulis Logarithmorum Sinuum stehen.

Exem-

Exemplum II.

Es ist nach dem Probl. XI. Cap. præced. der Sinus von 87 Graden bekannt nach seiner völligen Zahl, 9986295.3475566. nehmet davon die zehen vordern Zahlen zum Sinu an, und schneidet die 4 hintersten hinweg, 99862953 47. suchet zu denen 4 vordersten 9986. den Logarithmum in denen Tabellen, welcher seyn wird 3.9993916. verändert die Characteristicam, um so viel Unitäten vergrösserend, als viel Zahlen hinten zur rechten von dem Sinu noch übrig sind, der von zehen Zahlen angenommen, und zu dessen 4 ersteren Zahlen der Logarithmus gesuchet worden, so stehet er also: 9.9993916. Subtrahiret den Logarithmum der Zahl 9986. von dem Logarithmo der folgenden Zahl 9987. so bleibt im Rest die Differentia Tabularis. 434.

Log. 3.9994350. Num. 9987.
Log. 3.9993916. Num. 9986.

Diff. Tab. 434.

Nunmehro saget nach der Regula de Tri:

1000000. 434 — 295347.

434.

11813388.
886041
11813388

128	180598.
1	000000.

Diese quartam proportionalem addiret zu dem Logarithmo 9.9993916. so habt ihr den verlangten

Loga-

Logarithmum Sinus von 87 Graden, 9.9994044. wie er auch in denen Tabellen stehen wird, wenn man den Logarithmum Sinus von 87 Grad aufschläget.

Scholion I.

Ich muß gestehen, hier bin ich lange bey mir selbst angestanden, wie und auf was Art ich dieses Capitel ausführen soll. *Benjamin Ursinus*, welcher nach dem Nepero den Logarithmum Radii vor ein o. angenommen, hat loco citato weitläufftig die Logarithmos Sinuum auszurechnen gewiesen, und sowohl die zwey Tabulas mediatrices, als auch die Tabulam radicalem, aus welchen solche herzuleiten, beygesetzet: Alleine, die Wahrheit zu bekennen, weil ich vor Anfänger schreibe, die nur mit dem nöthigsten und nützlichsten zuerst, um die Lust darzu nicht zu verliehren, müssen unterrichtet werden; so habe Bedencken getragen mit solchen schweren Rechnungen die Jugend abzuschrecken. Zu deme so gehet meine Absicht nicht dahin, eine völlige Ausrechnung derer Logarithmorum anzustellen, als welche Arbeit andere voraus schon vollbracht, sondern nur so viel Wissenschafft einem Liebhaber der Trigonometrie zu geben, daß er sich einbilden könne, wie derer natürlichen Sinuum ihre Logarithmi, oder Exponentes, als Sinus artificiales seyen gefunden worden: Demnach mercke man bey dieser Lehre nur so viel nach dem *Ursino*, wenn der Logarithmus radii ein o. wäre:

I. Der Logarithmus eines jeden Sinus ist eine solche Zahl, welche eine Linie aufs nächste determinirt, und welche Zahl zu einerley Zeit gleichviel gewachsen und um soviel grösser worden, als zu eben der Zeit der Sinus totus abgenommen, und kleiner worden, da das Wachsthum des Logarithmi und die Abnahme des Sinus totius zugleich miteinander angefangen, und gleich-geschwind miteinander fortgegangen. Dann mercket, die Sinus sind Geometrische Linien einem Circul eingeschrieben, wie Tabula I. Fig. 12. die Buchstaben a o. a o. a o. y x. e i. etc. anzeigen. Die Logarithmi aber sind nur Zahlen, und keine Linien. Da nun

nun die Linien in einem Circul deutlicher zu ziehen und zu beweisen sind, hingegen die Logarithmi, ob sie gleich aus einem Circul entstehen, dennoch, weil sie Zahlen sind, in einem Circul nicht so bequem, wie die *Sinus*, können gebracht werden, so ist die Lehre von denen Sinibus leichter die Lehre von denen Logarithmis aber Anfangs schwehrer zu begreiffen.

II. Aus dem vorhergehenden Capitel ist bekannt, wie der Radius der gröste Sinus sey, und eben darum der Sinus totus genennet werde. Es ist auch gewiesen worden daß aus dem *Sinu toto* alle übrige *Sinus*, die weniger als 90 Grad zum *Arcu* haben, herkommen, also daß die *Sinus* immer abnehmen und kleiner werden bis daß bey dem Anfang eines Quadrantens der *Sinus totus* gar vergehe. Nun kommen auch aus eben dem *Sinu toto* alle Logarithmi her, alleine mit diesem Unterscheid, daß, da die andern Sinus immer kleiner werden, gegen dem Sinu toto gerechnet, so werden die *Logarithmi Sinuum* immer grösser, gegen dem Logarithmo *Sinus totius*, der der allerkleineste ist: Denn der Sinus totus ist bekannter massen 10000000. oder wenn man zehen annimmt 10000000000, und dieser verliehret sich endlich bey dem Anfang eines Quadrantens in ein Null. Der *Logarithmus Sinus totius* aber ist ein 0 und aus diesem wachsen die Logarithmi sinuum secundariorum in infinitum.

III. Man muß auch das Verhältnüß des Wachsthums derer Logarithmorum und das Verhältnüß der Abnahm derer *Sinuum* wohl mercken. Die *Logarithmi* steigen in Arithmetischer *Proportione*, die Sinus nehmen ab in Geometrischer Proportion. Exempli gratia: Setzet, es solte der *Sinus totus* auf etliche Grad in *Proportione* geometrica abnehmen, das ist: Es soll der *Sinus totus partium* 10000000. in solchem Geometrischen Verhältnüß abnehmen, wie die Linie a. gegen b. oder d f. zu f e. sich verhält, nemlich wie 1000. zu 10000000. und g i = d f. = a sey 1000. i h = f e = b sey 9999000. es soll nun i h. ferner abnehmen in eben der proportione, wie 1000. zu 10000000, mithin wird m h. 9998000 seyn. Denn wenn diese Termini nach der Regula de Tri gesetzet wer-

den, daß man sagt: Wie sich verhält 10000000. zu 9999000. so verhält sich 9999000. zu der *Quarta proportionali*, so wird solche seyn 9998000. ferner soll auch, m h, in eben der Propotione geometrica, wie 1000, zu 10000000. abnehmen, so wird n h. seyn 9997000. denn: Wie sich verhält 10000000. zu 9999000. also verhält sich 9999000. zu 9998000, und 9998000 zu 9997000. auf solche Weise ist in 3 gleich-geschwinden Zeiten, in welchen der Sinus totus bis auf 9997000. in Proportione geometrica verringert worden, unterdessen zugleich der Logarithmus Sinus totius, welcher ein 0 ist, bis auf 3000. in Proportione geometrica angewachsen, wie gegenwärtige Tabell zeiget.

Momentum.	Sinus.	Decrementum.	Incrementum.	Log.	Mom.
	10000000.			0.	
1.	9999000.			1000.	1.
2.	9998000.			2000.	2.
3.	9997000.			3000.	3.

Wie nun aber die Logarithmi selbst alsdenn berechnet werden, ausser der in dem Problemate gezeigten Weise, das kan in dem *Ursino*, loco citato, von denen die verlangen dahin tragen und überflüssige Zeit und Gedult den Canonem Logarithmorum zu examiniren, gelesen werden. Vor einen Anfänger ist genug, daß er wisse nach diesem letzten Problemate, einen Logarithmum Sinus zur Noth zu finden aus denen Logarithmis derer natürlichen Zahlen in denen Tabellen.

Scholion II.

Es ist zwar die in dem Problemate gezeigte Art einen Logarithmum Sinus zu finden nicht allzu accurat, denn es sind die Differentiæ Logarithmorum mit denen *Differentiis* numerorum naturalium nicht Proportionales; jedoch weilen in Praxi die kleinesten Kleinigkeiten so hoch nicht geachtet wer-

den,

den, so ist diese Methode hier dienlich genung, wenn zumahlen der grössere Canon Logarithmorum genommen wird, und deren hinten zur rechten abgeschnittener Zahlen nicht zu viel sind.

Problema XVIII.

Wenn der *Logarithmus* eines *Sinus* und der *Logarithmus* des *Sinus complementi* gegeben, den *Logarithmum Tangentis* zu finden.

Resolutio.

I. Addiret den Logarithmum Sinus zu dem Logarithmo Sinus totius.

II. Von der Summa subtrahiret den Logarithmum Sinus complementi, der Rest ist der Logarithmus Tangentis.

Exemplum I.

Es ist in dem Problemate I. Cap. III. der Sinus von 30 Grad gefunden, daß er sey 5000000. 0000000. nehmet davon zehen Zahlen an, um den Logarithmum zu finden, nach dem vorhergehenden Problemate, 5000000. 000. Es ist auch aus dem Problemate IV. der Cosinus zu 30 Grad, nemlich der Sinus von 60 Grad bekannt, 8660254. 0378433. nehmet auch davon zehen Zahlen zum Sinu an, 8660254. 037. Nunmehro suchet nach dem Problemate XVII. beyder Sinuum ihre Logarithmos, so wird der Sinus von 30 Grad zum Logarithmo haben 9. 6989700 und des Cosinus, das ist des Sinus von 60 Grad sein Logarithmus, wird seyn 9. 9375306. hierauf addiret den Logarithmum Sinus von 30° zu

dem Sinu toto, so kommt 19.6989700. von dieser Summa subtrahiret den Logarithmum sinus complementi von 60 Grad, so bleibt im Rest 9.7614394. welches der verlangte Logarithmus Tangentis zu 30° ist.

Log. Sin. tot. = 10. 0000000.
Log. Sin. 30°. = 9. 6989700. add.

Summa = 19. 6989700.
Log. Sin. compl. 60°. 9. 9375306. subtr.

Log. Tang. 30°. = 9. 7614394.

Exemplum II.

Ich solte finden den Logarithmum Tangentis zu 87 Grad, so stehet die Rechnung nach dem Problemate also:

Log. Sin. tot. = 10. 0000000.
Log. Sin. 87°. = 9. 9994044. add.

Summa = 19. 9994044.
Log. Sin. compl. 3°. 8. 7188002. subtr.

Log. Tang. 87°. 11. 2806042.

Problema XIX.

Wenn der *Sinus complementi* **gegeben zu deß darzu gehörigen** *Sinus* **seinen Bogen den** *Logarithmum secantis* **zu finden**

Re-

Resolutio.

I. Multipliciret den Logarithmum sinus totius durch 2. das ist, nehmet in dieser Arbeit den Logarithmum sinus totius, welcher ist 10. 0000000. allemahl dupliret an, 20. 0000000.

II. Subtrahiret davon den gegebenen Logarithmum sinus complementi, der Rest giebt den verlangten Logarithmum secantis des gegebenen Arcus.

Exemplum I.

Behaltet das vorige Exempel: Es sey der Arcus von 30 Graden, dessen Logarithmum secantis soltet ihr finden, und der Sinus complementi zu 30 Grad, das ist der Logarithmus sinus von 60. Graden, wäre bekannt 9. 9375306. demnach nehmet den Logarithmum sinus totius dupliret an, 20. 0000000. Subtrahiret davon diesen Logarithmum sinus von 60 Grad, so bleibt im Rest der Logarithmus secantis von 30 Grad, welcher verlanget worden, 10. 0624694.

Log. Sin. tot. = 10. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
duplirt = 20. 0000000.
Log. Cos. 60°. = 9. 9375306. subtr.

Log. Sec. 30°. = 10. 0624694.

Exemplum II.

Ich weiß den Logarithmum sinus von 87 Grad, 9. 9994044. den Logarithmum secantis von 87 Graden darzu zu finden. So suchet erstlich den Logarithmum sinus complementi zu 87 Grad, das

ist den Logarithmum sinus von 3 Grad, dieser ist nach obiger Rechnung 523359. 563. dessen Logarithmus wird nach dem Problemate XVII. ausgerechnet seyn 8. 7188002. nunmehro dupliret den Logarithmum sinus totius, so habt ihr 20.0000000. Subtrahiret davon den Logarithmum sinus complementi, 8. 7188002 so giebt der Rest den verlangten Logarithmum secantis arcus von 87 Grad.

Log. Sin. tot. = 10. 0000000.
duplum = 2'0'.0'0'0'0'0'0'0'0'.
Log. Sin. compl. 3°. = 8. 7188002. subtr.

Log. Secant. 87°. = 11. 2811998.

Scholion I.

Wenn der Logarithmus secantis allbereit schon gegeben wäre, von einem gewissen Bogen oder Winckel, den man aber nicht wüste wie groß er wäre, so kan man den unbekanten Winckel desselben gegebenen Logarithmi secantis auch leicht berechnen. Dupliret nur wiederum den Logarithmum sinus totius, und subtrahiret davon den gegebenen Logarithmum secantis, so bleibt im Rest der Logarithmus eines Sinus, welchen man alsdann in dem Canone suchet, und den Winckel den man dabey findet, ansiehet, so ist das *Complementum* desselben Winckels just der Winckel des *Secantis*, dessen Logarithmum man schon als angegeben hatte. Exempli gratia: Ich hätte den vorigen Logarithmum secantis 11. 2811998, wüste aber nicht zu welchem Winckel er gehörete so duplire den Logarithmum sinus totius, und subtrahiret diesen Logarithmum secantis davon.

Log. Sin. tot. dupl. = 20. 0000000.
Log. Secant. = 11. 2811998.

Logarith. 8. 7188002.

Die

Diesen Logarithmum residui suchet in denen Tabellen unter denen Logarithmis sinuum, und ihr werdet finden, daß er der Logarithmus Sinus von 3 Grad sey: das Complementum dieses Winckels von 3 Graden, nemlich der Winckel von 87 Grad, ist nun der Winckel des Secantis, dessen Logarithmum man schon als angegeben hatte. Nemlich 11. 2811998.

Scholion II.

Ursinus saget, alle Logarithmi seyen entweder *abundantes*, oder *defectivi*: Die *Logarithmi abundantes* seyen grösser als das *Nihilum*, die *Logarithmi defectivi* seyen kleiner als das Nihilum, in welchem der Logarithmus sinus totius angenommen præsupponiret wird. Die Logarithmi abundantes haben entweder gar kein Zeichen, oder sie werden mit *L* oder † von einigen bemercket: denn weil der Logarithmus Sinus totius ein Null ist, so müssen nothwendig aller anderer Sinuum, die kleiner sind, als der Sinus totus, ihre Logarithmi abundantes seyn, indeme diese Logarithmi wachsen mit gleicher Zeit und gleicher *Proportione arithmetica*, da die Sinus secundarii gegen den *Sinum totum* zu gleicher Zeit mit gleicher proportione geometrica abnehmen. Dergleichen Logarithmi abundantes sind nun aller Sinuum von der ersten Secunden bis auf den 45 Grad, u. von dem 45 Grad bis auf den 90°. ihre Logarithmi. Item die Prosinus oder Tangenten von der ersten Secunden bis auf den 45 Grad, sind ebenfalls kleiner als der *Sinus totus*, dahero sind auch dieser Tangenten ihre Logarithmi, die Ursinus *Differentiales* nennet, welche statt derer Tangenten gelten, ebenfalls abundantes. Denn alle Tangenten von der ersten Secunden bis auf den 45 Grad sind kleiner, als der Sinus totus. Hingegen die *Prosinus* oder Tangentes von 45 Grad bis 90° mit welchen die Differentiales wieder correspondiren, sind grösser als der *Sinus totus*, dahero heissen sie Logarithmi defectivi, und haben das Zeichen — nemlich das Signum defectus, daß sie kleiner sind als das Nihilum. So sind auch alle Transsinuosæ oder *Secantes* grösser, als der Sinus totus, und dahero müssen auch die an ihrer statt geltende Logarithmi kleiner seyn als das Nihilum. Das ist l, die Logarith-

mi secantium sind lauter defectivi: Wenn demnach die Logarithmi beyder Reyhen defectivi werden, mit vorgesetzten Zeichen — so werden die Logarithmi der ersten Reyhen statt derer Secantium des ersten halben Quadrantens von 0° bis 45° die Logarithmi aber der andern Reyhe statt derer Secanten des andern halben Quadrantens von 45° bis 90° gelten können. Man mercke kürtzlich nur dieses.

I. aller Sinuum ihre Logarithmi sind abundantes.

II. Die Logarithmi tangentium von 0° bis 45° sind abundantes, weil solche Tangenten kleiner als der Sinus totus.

III. Die Logarithmi tangentium von 45° bis 90° sind defectivi, weil solche Tangenten, als die Prosinus, grösser als der Sinus totus.

IV. Die Secantes alle haben Logarithmos defectivos, von 0° bis 45° und von 45° bis 90°. denn solche Secanten, als die Transinus, sind grösser denn der Sinus totus.

Scholion III.

Wenn man mit Logarithmis in der Trigonometrie rechnet, so brauchet man die Logarithmos secantium gar nicht, indeme alles durch die Logarithmos sinuum und Tangentium kan verrichtet werden, dahero stehen auch keine Logarithmi secantium in denen Tabellen. Wo aber mit blossen Sinibus tangentibus und secantibus gerechnet wird, und wie wenigstens beyderley Weiße denen Anfängern müssen gezeiget werden; da haben die Secantes einen grossen Nutzen, indeme man dardurch meistens ein verdrießliches Dividiren vermeiden kan. Denn alsdann lässet sich der Sinus totus in der Regula de Tri zum ersten Satz machen, und also in der Division ein Compendium haben.

Scholion IV.

So wenig es nöthig war, in dem vorhergehenden Capitel von neuem die Tabulas sinuum Tangentium und Secantium auszurechnen; so überflüßig und seltsam würde es seyn, wenn man die Logarithmos sinuum Tangentium und Secantium alle nach der Ordnung berechnen, und einen Canonem Logarithmorum sich verfertigen wolte, immassen auch hierinnen

allbereit andere arbeitsame Gelehrte mit erstaunlicher Mühe dieses vollbracht, und uns in diese glückselige Zeiten gesetzet haben, daß wir weiter nichts nöthig finden als nur eines Theils jedem Anfänger zu zeigen, wie diese Logarithmi seyen berechnet worden, welches wir bishero schon gewiesen; andern Theils hinzuzuthun, daß man lerne diesen Canonem Sinuum Tangentium und Secantium und die Logarithmos Sinuum und Tangentium, zu gebrauchen, welches nunmehro soll berichtet werden.

Scholion V.

Was der Unterscheid des Canonis anlanget, so bestehet solcher entweder darinnen, daß man von denen Secunden &c. an durch die Minuten und alle Grad die Sinus berechnet und in der Ausrechnung den Sinum totum wenigstens vor 100000000.00000000. das ist vor eine Unität mit 16 Nullen annimmt, aus welchen berechneten Sinibus und Tangentibus man alsdann, mit Hinweglassung derer Secanten, die Logarithmos annoch darzu setzt, und welches der grosse *Canon* pfleget genennet zu werden; oder man hat aus dem grossen Canone die Sinus tangentes und Secantes nur nach Graden und Minuten berechnet zusammen genommen, und die Secunden hinweggelassen, auch allenthalben, die hintersten Zahlen hinweggeschnitten, die Logarithmos Sinuum und Tangentium aber, nach dem Sinu toto von 10000000000 angenommen, darzu gethan. So ist auch ein Unterscheid an denen Editionen: *Ursinus* hat seine Tabulas in II. Theile getheilet, die eine ist die Tabula Logarithmorum proprie sic dictorum, die andere die Tabula derer Differentialium. Ja die Tabula derer Logarithmorum proprie sic dictorum ist wieder zweyerley, eine andere ist die Tabula Logarithmorum des ersten halben Quadrantens von 90° bis 45°, eine andere die von 45° bis 0°. die Logarithmi prioris semiquadrantis, stehen auf der rechten, die Logarithmi posterioris auf der lincken Seiten eines jeden Blats. Die Tabula differentialium stehet zwischen beyden innen. Von dem berühmten Herrn Professore Mathematum *van Scooten*, zu Leyden, sagt man, er habe seine Tabulas ehe er sie drucken lassen, seinen besten Auditoribus communiciret, und vor einen jeden Fehler, den sie in der Untersuchung und Nachrechnung finden

würden einen Ducaten versprochen, durch diese bedächtliche Revision hat er seine Tabulas in solchen vollkommenen Stand gebracht, daß man sich darauf verlassen konte. Alleine die Boßheit eines heimlichen eingeschlichenen Nachdruckes, darinnen Fehler anzutreffen sind, hat nunmehro wenigstens diesen Irrthum verursachet, daß man so bald nicht wissen kan, ob einer ein Exemplar von dessen guten, oder falsch-nachgedruckten Tabulis habe.

Es sind auch bekannt die Tabulæ *Strauchii, Grünebergii, Stevinii, Wolffii &c.* jedoch sind unter allen, niemands Arbeit zu tadeln, des *Ulacques* seine Tabulæ die geläufftigsten und bequemsten, darinnen stehen die Sinus Tangentes und Secantes von der ersten Minute durch alle Grad bis auf den 90°. nach ihren natürlichen Zahlen ausgerechnet. In der ersten Columna stehen allezeit die Minuten sammt dem oben darüber stehenden Grad, in der andern Columna die Sinus, in der dritten die Tangenten, in der vierten die Secanten; Denn ohnerachtet man die Secanten heut zu Tage nicht mehr brauchet, so haben sie doch vielen Nutzen, wenn man einen Anfänger die Trigonometrie lehret, da man auch mit blossen Sinibus zu rechnen weisen muß. Hernach folgen in der fünfften Reyhe die Logarithmi sinuum und endlich in der sechsten die Logarithmi Tangentium. Über daß so sind diese Tabellen so commod eingerichtet, daß die Sinus und eines jeden Sinus complementum gleich gegen einander überstehen, zu welchem Ende der eine halbe Quadrant von 1 Minuten bis auf 45 Grad allezeit auf der lincken Hand eines jeden Blats, bis zum Ende des Buchs, stehen, hernach in dem hintersten Blat fängt auf der rechten Hand unten in den letzten Blat der 45te Grad und 1 Minuten an, und steiget hinauf bis 45°. 30 Minuten. Alsdann in dem andern Blat rechter Hand unten von dem 45°. $30'$ steiget es hinauf bis auf den 45°. $60'$. das ist bis auf den 46 Grad, und so durch das gantze Buch hervor wiederum, bis auf den 89 Grad und 60 Minuten, welches 90° Grad, als den Quadranten, ausmachet, allwo der Sinus totus stehet, welches in vielen Dingen ungemein grossen Nutzen giebt. Denn zum Exempel: Ich hätte den 36 Grad und 15 Minuten, der Sinus darneben ist 59130. 96. der Sinus complemen-

ti

ti, ist den Augenblick gefunden, ich darff in dieser Reyhe fortfahren hinüber auf die andere Seiten, so finde ich den, 53 Grad 45′. welches mit 36°. 15′. die 90°. ausmachet. Dessen Sinus ist nun 80644. 46. und so kan auch der Logarithmus dieses Sinus 9. 7718150. sammt dem Logarithmo Sinus complementi, 9. 9065745. zugleich heraus geschrieben werden.

Item der Logarithmus tangentis 9. 8652404 und der Logarithmus tangentis complementi 10. 1347596. das nun aber bey einem jeden Sinu, Tangenten und Secanten die zwey hintersten Zahlen zur rechten Hand mit einem Punct unterschieden sind, dieses geschiehet darum, wenn man auf der Erde etwas messend, nicht so viel Zahlen, um der Kürtze willen, schreiben will, so kan der Sinus totus vor 100000. nur angenommen, mithin jeder Sinus nach denen 5. erstern Zahlen behalten werden. Wie nunmehro in dem Gebrauch derer Tabellen selbst deutlicher folgen soll.

CAPUT V.

Von dem Gebrauch des Canonis.

Problema XX.

Zu einem angegebenen Winckel oder Bogen, der nicht über 90 Grad ist, seinen *Sinum*, *Tangenten* und *Secanten*, nebst denen *Logarithmis Sinuum* und *Tangentium* in dem *Canone* zu finden.

Resolutio.

I. Ist der Winckel unter 45 Grad, so suchet solchen allemahl auf denen lincken Seiten in der ersten Reyhe, denn oben stehet die Anzahl derer Gra-

Graden, und vornen in der ersten Reyhe herunter, die Minuten von der ersten bis zur dreyßigsten und in dem folgenden Blat zur lincken von der dreyßigsten bis zur sechzigsten. Bey einer jeden Minuten stehet nun in der zweyten Reyhe der Sinus des Winckels, hernach der Tangens, darauf der Secans, weiter fort kommt der Logarithmus Sinus, und endlich der Logarithmus Tangentis.

II. Ist aber der Winckel über 45 Grad, so suchet solchen auf denen Blättern zur rechten Seiten von hinten am Ende des Buchs hervorwärts gegen dessen Anfang, von unten hinauf, wie albereit erkläret worden.

Exemplum I.

Ich soll zu dem Winckel von 24 Grad 11. Minuten den Sinum suchen, so suche erstlich den Winckel von 24 Grad oben über denen Sinibus stehend, auf der lincken Seiten, hernach wenn ich diejenige Seite des Blats gefunden, auf welchen 24 Grad stehen, so lauffe ich in die erste Reyhe, darinnen die Minuten stehen, und fahre mit dem Finger herunter, bis ich die Zahl 11 erlange, so stehet gleich darneben in der zweyten Reyhe der Sinus, den ich alsdann heraus schreibe 4096577. müste ich den Tangenten haben, so fahre nur in gerader Linie hinuber in die dritte Reyhe, da stehet der Tangent zu 24°. 11'. welcher ist 4490682. Solte man den Secanten wissen, so stehet er in der folgenden Reyhe 10962036. wolte ich den Logarithmum Sinus, so stehet er in der

gleich

gleich darauf folgenden Reyhe 9. 6124211. oder den Logarithmum Tangentis, welcher in der letzten Reyhe stehet 9.6523123.

Exemplum II.

Gesetzt ich solte zu einem Winckel, der über 45 Grad ist, als zu 68 Grad, 59 Minuten den Sinum, Tangenten, Secanten, &c. suchen, so suche ich von hinten hervor auf der rechten Seiten allezeit bis ich oben in der Mitte finde die Zahl 68. und von unten hinauf fornen in der ersten Reyhe die 59ste Minuten, so stehet darneben der Sinus 9334761. der Tangent 26028258. der Secant 27883153 der Logarithmus Sinus darauf 9. 9701032. und endlich der Logarithmus Tangentis, 10. 41544 51.

Problema XXI.

Zu einem gegebenen Winckel, der über 90 Grad ist, seinen *Sinum, Tangenten* und *Secanten*, wie auch die *Logarithmos sinuum* und *Tangentium* in dem *Canone* zu finden.

Resolutio.

Subtrahiret den gegebenen Winckel von 180 Grad, und alsdann procediret mit dem Rest wie im vorhergehendē Problemate gewiesen worden: Dann der Sinus Tangens und Secans des im Rest bleibenden Winckels, ist auch der Sinus, Tangens, und Secans des gegebenen Winckels, der grösser ist als 90 Grad. Weil zwey Arcus, die einen halben Circul mit-

miteinander ausmachen, einerley Sinum rectum gemeinschafftlich miteinander haben.

Exemplum.

Es sey der Stumpff-Winckel von 120 Grad 40 Minuten, diesen Subtrahiret von 180 oder von 179 Grad, 60 Minuten, bleibt im Rest 59 Grad 20 Minuten. Schlaget diesen in denen Tabellen auf, wie gelehret worden, so ist dessen daselbst stehender Sinus Tangens und Secans, sammt denen Logarithmis gemeinschafftlich beyden Bögen von 59°, 20′ und von 120°, 40′. weil beyde einen halben Circul miteinander ausmachen.

179°. 60′
120. 40

59. 20. Sinus. 8601491.
Tang. 16864261.
Sec. 19606206.
Log. Sin. 9.9345738.
Log. Tang. 10.2269673.

Problema XXII.

Zu einen gegebenen *Sinu*, *Tangenten* und *Secanten*, oder auch denen *Logarithmis sinuum* und *Tangentium* den darzu gehörigen Winckel in dem *Canone* zu finden.

Resolutio.

1. Ist es ein Sinus, den man in einer Rechnung heraus bringet, und noch nicht weiß zu welchen Winckel er gehöre, so suchet solchen unter der

Reyhe

Reyhe derer Sinuum; Ist es ein Tangent, so suchet ihn unter den Tangenten; ists ein Secant, so gehet in die Reyhe derer Secanten, bis daß ihr einen findet, der entweder eurem gegebenen gantz gleich, oder doch am allernächsten, entweder grösser oder kleiner sey.

Exemplum I.

Ich hätte gefunden den Sinum 35020. fraget sich was ist dessen sein Winckel? suche ich nun solchen in dem Canone unter denen Sinibus, so finde ich ihn auf demjenigen Blat lincks, allwo oben 20 Grad und vornen unter denen Minuten 30 stehet, demnach ist dieser Sinus sein Winckel 20°/30'.

Exemplum II.

Ich habe den Sinum 81678. wenn ich diesen in denen Tabellen unter den Sinibus suche, so finde ich solchen nicht just nach denen Zahlen allen, sondern der nechst-grössere ist 18680. u. der nechst-kleinere 81664. weil nun der nächst-grössere meinem Sinui viel näher kommt, als der nächst-kleinere, denn er differiret nur um 2, da der nächst-kleinere, um 14 von meinem Sinu unterschieden ist, so nehme ich auch den nächst-grösseren darfür an, dessen Winckel, welcher darneben stehet und gefunden werden soll, ist 54 Grad 46 Minuten:

Eben so procediret man auch mit denen Tangenten, Secanten, Logarithmis Sinuum und Tangentium.

II. Wenn aber zu einem Sinu complementi, oder Tangente complementi, oder Secante complementi,

menti, oder denen Logarithmis Complementorum der Winckel zu suchen wäre, welcher über 90 Grad hielte, so suchet erstlich die gegebene Zahl des Sinus, Tangentis und Secantis, &c. die ihr habt, in denen Tabellen, und fahret vorwärts unter die Minuten, und sehet oben auf die Grad, wie viel die Zahl an Graden und Minuten zum Winckel anzeige.

Hernach weilen man den Winckel deß Complementi haben muß, welcher grösser als 90 so fahret hinüber in derselben Reyhe auf die andere Seiten deß andern Blats, so findet ihr den verlangten Angulum complementi zu euren gegebenen Sinum oder Tangenten, oder Secanten, oder Logarithmum deren, zu welchen alsdann 90 addirt wird.

Exemplum.

Es sey gegeben der Sinus complementi 48455. dessen Winckel ist nach denen Tabellen 28 Grad 59 Minuten. Will ich nun das Complementum dieses Winckels zu einem halben Circul haben, so gehe ich nur von der lincken Seiten hinüber in die rechte derer Tabellen in der Reyhe der 59ten Minuten fort und finde auf dem andern Blat 1 Minuten und oben 61 Grad. Demnach ist 61°, 1′ der Winckel des Complementi zu 90 Grad für den Sinum 48455 addiret nunmehro zu 61° 1′ annoch 90°. so ist 151°, 1′ der Winckel vor das Complementum zu einem halben Circul.

Pro-

Problema XXIII.

Wenn ein gegebener *Sinus* nicht accurat in denen *Tabulis* kan gefunden werden, und man wolte mit dem nächst-grösseren oder kleineren nicht zufrieden seyn, die *Differenz* desselben accurat an *Secunden* zu finden.

Resolutio.

I. Schreibet aus denen Tabellen den nächst-grösseren und nächst-kleineren Sinum und Tangenten, oder Secanten, oder Logarithmum, wovon euch eben die Rede ist, heraus.

II. Subtrahiret den kleineren von dem grösseren, und mercket ihre Differenz, die sie untereinander von einer Minute zu der andern haben.

III. Ziehet auch den nächst-kleineren in denen Tabellen gefundenen von euren gegebenen ab, als welcher in dem Canone nicht anzutreffen war, so ist der Rest die Differenz, um wie viel euer gegebener Sinus, oder Tangent, &c. grösser ist, als der nächst-kleinere des Canonis, von einer Minuten zu der andern verstanden.

IV. Hierauf saget nach der Regula de Tribus also: **Die *Differenz* zwischen dem nächst-grösseren und nächst-kleinerem *Sinu*, oder *Tangenten*, &c. bringt 60 *Secunden*, das ist eine Minuten, was giebt die *Differenz* zwischen meinem gegebenen *Sinu*, oder *Tangenten*, &c. und dem nächst-kleineren des *Canonis*?** Resp. Facit etliche Secunden, die mein Sinus, oder Tangens, &c. mehr hat, als der nächst-kleinere des Canonis.

Exemplum.

Behaltet den obigen Sinum 81678. welcher nicht völlig in denen Tabellen anzutreffen ist. Der nächst-grössere ist 81680. und hat zum Winckel 54 Grad 46. Minuten; der nächst-kleinere ist 81664 und hat zum Winckel 54 Grad 45 Minuten und hat also eine Minute, oder 60 Secunden weniger. Nun subtrahiret beyde von einander, so wird ihre Differenz seyn 16. Ingleichen subtrahiret auch euren gegebenen Sinum 81678. von dem nächst-kleinerem Sinu Canonis, 81664. so bleibt zur Differenz im Rest 14. darauf saget nach der Regula de Tri also: Die Differenz 16. welche ist zwischen dem nächst-grösseren und nächst-kleineren SinuCanonis giebt 1 Minuten, oder 60 Secunden, was giebt die Differenz 14. welche ist zwischen dem nächst-kleineren Sinu Canonis und meinem gegebenen Sinu, der nicht accurat in dem Canone stehet? Resp. Facit 52 und nicht gar $\frac{1}{2}$ Secunden.

81680. nächst-grösserer Sinus,
81664. nächst-kleinerer.

16. Differentia.

81678. gegebener Sinus.
81664. nächst-kleinerer Sinus.

14. Differentia.

16 — 60 — 14. 328
60. 840 (52. Secunden.
166
840
8

Sche-

Scholion I.

Eben so machet man es nun mit denen Tangenten, Secanten, Logarithmis Tangentium und Sinuum, wo sie nicht accurat in denen Tabellen anzutreffen sind, und man mit dem nächst-grösseren oder nächst-kleineren nicht zufrieden seyn wolte, oder dörffte.

Scholion II.

Gesetzt es wäre ein Winckel bekannt, daran Secunden stünden, man solte den accuratern Sinum haben, da doch in denen kleineren Hand-Tabellen die Secunden aussen gelassen sind, so verfahret eben also, nur daß die Frage hier verkehret werden muß. In dem Problemate wurde gefraget, wie viel Secunden auf denjenigen übrigen Theil des Sinus kommen, welchen man in denen Tabellen nicht accurat hat finden können, und dahero dessen nächst-grösseren, oder nächst-kleineren Sinum nehmen muste. Hier in diesem Fall aber heisset es, wie viel Theile von denen 10000000 Theilen des Radii zu denen Secunden correspondiren, die noch über die in denen Tabellen befindliche Grad und Minuten gegenwärtig seyn, damit mit denenselben Theiligen der Sinus vermehret werden könne, welcher Secunden am Winckel haben muß.

Exempluin.

Ich hätte den Winckel von $25^{\circ}.15'.40''$. hierzu soll der Sinus gefunden werden, also, daß ich auch von denen 10000000. Theiligen des Sinus totius noch so viel zu ihm bringe, als viel auf diese 40 Secunden allhier in der That zu stehen kommen: So lasset erstlich die Secunden hinweg, und suchet zu $25^{\circ}.15'$. den Sinum in denen Tabellen, und alsdann den Sinum zu 25° $16'$. als dem nächst-grösseren und nächst-kleineren. Jener wird seyn 42656. 87. dieser aber, 42683. 18. Subtrahiret jenen von diesem, so wird die Differenz seyn 26.

$\frac{2631.}{10000000.}$ das ist $\frac{2631.}{10000000.}$ vor den Anwachß des Sinus von 60 Secunden. Ich meyne um $\frac{2631.}{10000000.}$ Theiligen ist der Si-

nus 4268318. grösser, denn der Sinus 4265687. welche beyde um eine Minute oder 60 Secunden von einander stehen.

Nun saget nach der Regula de Tri also: Sechzig *Secunden*, das ist 1. Minuten, geben zur *Differenz* bey diesen zweyen *Sinubus* 4268318. und 4265687. an Zahlen 2631.

was geben 40 *Secunden*? *Resp. facit* 1754. das ist

1754.
10000000.

die dem nächst-kleinerem Sinui des Winckels von 25°. 15′ müssen addiret werden, so kommt 4267441. vor den begehrten unbekannten Sinum des gegebenen Winckels 25 Grad 15 Minuten 40 Secunden, und eben so wird man ihn auch in des *Ursini* Canone, der von 10 zu 10 Secunden berechnet worden, antreffen.

4268318. Sin. 25°. 16′.
4265687. Sin. 25. 15.

2631. Differentia.

60 — 2631 — 40.
40
105240

4265687. nächst klein. Sin.
1754. addat.
4267441. Sin. 25°. 15′. 40″.

43
105240(1754
6660

Scholion IV.

Das beste ist, daß es nicht offt vorkommet, die Secunden zu beobachten, wo auf der Erden etwas zu messen ist. Jedoch damit, wenn von jemanden es gefordert wird, ein Anfänger auch Nachricht davon haben möge, so habe dieß nicht vorbey lassen wollen. In Astronomicis wird zwar dieses so viel nur möglich nach Secunden, Tertien, &c. gesuchet, allein in Geometricis ist es meistens unnöthig.

Pro-

Problema XXIV.

Auf dem *Proportional-Circul* den *Sinum* von halben Grad zu halben Grad zu finden.

Resolutio.

I. Die Sinus sind halbe Chordæ, wie oben Definitione VI. Cap. I. gewiesen worden. Nun hat auf den Proportional-Circul die Linea chordometrica alle Chordas von 1 Grad bis auf den 180 Grad, deren Chorda maxima der Diameter selbsten ist. Demnach ist einer jeden Chordæ halber Theil der Sinus des halben Winckels, also, daß, wenn ich die Chordam von 60 Grad nehme, so ist deren Helffte der Sinus von 30 Grad. Item der halbe Theil der Chordæ von 120 Grad, ist der Sinus des halben Winckels von 60 Grad. Item der halbe Theil der Chordæ maximæ von 180 Grad ist der Sinus totus von 90 Grad.

II. Nehmet demnach auf der Linea arithmetica vom Centro aus directe 100. und lasset es für 1000. gelten.

III. Stellet den Hand-Circul mit dieser Weite in die Lineam Chordarum transversim zwischen 180 und 180.

IV. Lasset den Proportional-Circul also unverruckt, und nehmet die Weite zwischen 60 und 60. traget sie auf die Lineam arithmeticam directe vom Centro aus, so wird sie in 50 einschlagen, welches jetzo 500 giebt, weil 100 für 1000. ist angenommen worden. Dieß ist nun der Sinus von 30 Grad, wie er auch in denen Tabellen zu

finden, nur mit dem Unterscheid, daß dort der Sinus totus für 10000000. hier aber für 1000 angenommen wird.

V. Nehmet mit dem Hand-Circul auf dem unverruckten Proportional-Circul die Weite zwischen 120 und 120. auf der Linea Chordarum, traget solche in die Lineam arithmeticam vom Centro aus, und es wird in 866 einschlagen, welches der Sinus von 60 Graden ist, und so mit allen.

VI. Wolte ich den Sinum von 10 Grad, so nehme auf dem unverruckt-gebliebenen Instrument die Weite von 20 zu 20. in der Linea Chordarum, und trage solche in die Lineam arithmeticam vom Centro aus, so wird sie einschlagen in 173. als dem Sinu von 10 Graden.

Scholion.

Hier müssen aus dem II. Theil meiner Anfangs-Gründe Sect. I. die Problemata XLI. bis XLV. und aus der Sectione II. die Problemata XCIII. C. CXIV. wiederum nachgelesen werden, als welche hieher ohnumgänglich gehören.

Problema XXV.

Wenn ein Winckel gegeben, dessen *Sinum rectum* auf dem *Proportional-Circul* zu finden.

Resolutio.

I. Nehmet die Anzahl derer Graduum des gegebenen Winckels, der nicht über 90° steiget, auf der Linea Chordarum directe vom Centro aus mit einem Hand-Circul.

II. Wen-

II. Wendet den Proportional-Circul um, und traget dieſe Weite in die Lineam arithmeticam transverſum zwiſchen 1000 und 1000. denn 100 gilt 1000.

III. Laſſet den einen Fuß des Hand-Circuls in 1000 ſtehen, den andern Fuß aber drücket ſo weit zu, bis ihr mit der Spitze die Lineam arithmeticam berühret, wenn ihr mit dem in 1000 ſtehenden Hand-Circul einen Bogen ziehen woltet.

IV. Meſſet hierauf des alſo offen-ſtehenden Hand-Circuls Weite auf der Linea arithmetica vom Centro aus, jeden Theil vor 10 gerechnet, ſo werdet ihr den Sinum rectum des gegebenen Winckels finden.

V. Iſt aber der gegebene Winckel über 90°. ſo ſubtrahiret ſolchen von 180. den Reſt nehmet und verfahret alsdann wie dieſes Problema lehret. Denn 2 Winckel, die einen halben Circul zuſammen machen, haben einen Sinum rectum gemeinſchafftlich.

Exemplum I.

Es wäre mir der Winckel von 60 Grad gegeben, der unter 90° ſtehet, ich ſolte den Sinum darzu finden, ſo ſtelle den Hand-Circul in das Centrum des Proportional-Circuls und nehme auf der Linea Chordarum die Weite bis auf 60°. hernach wende ich den Proportional-Circul um, und trage dieſe Weite des Hand-Circuls in die Lineam arithmeticam transverſum zwiſchen 1000 und 1000. und laſſe den

Hand-Circul mit dem einem Fuß in 1000 stehen, mit dem andern Fuß drücke ich ihn so weit zu, bis daß er die Lineam arithmeticam nur streifft, wenn ein Bogen gezogen wird. Diese also erhaltene Weite des Hand-Circuls trage ich nun directe vom Centro aus in die Lineam arithmeticam, und sehe wo sie einschlage, welches in 866. seyn wird, so groß ist der Sinus von 60 Grad.

Exemplum II.

Gesetzt ich hätte den stumpffen Winckel von 120 Grad, darzu solte ich den Sinum finden, so subtrahire 120 von 180. bleibt 60. darzu ist nun der Sinus schon gefunden worden. Oder ich hätte den Winckel von 160 Grad, so subtrahire 160 von 189. bleibt 20°. demnach suche ich nur nach dem Problemate den Sinum des Winckels von 20 Grad, so habe ich auch den Sinum des Winckels von 160 Grad, weil er beyden Winckeln gemeinschafftlich ist.

Problema XXVI.

Wenn ein *Sinus* gegeben worden, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls, ohne die *Sinus*-Tafeln, desselben Winckel zu finden.

Resolutio.

I. Nehmet die Zahl des gegebenen Sinus auf der Linea arithmetica vom Centro aus directe, ex. gr. 866. als den Sinum, dessen Winckel ich nicht wüste.

II. Traget diese Weite transversim in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000. nur

mit

mit dem einem Fuß des Hand-Circuls; hierauf thut den andern Schenckel des Proportional-Circuls so lang auf und zu, bis die Spitze des andern Fusses vom Hand-Circul die Lineam arithmeticam berühre, wenn der Hand-Circul einen Bogen-Schweiff machet.

III. Lasset nunmehro den Proportional-Circul also unverruckt, und nehmet die Weite zwischen 1000 und 1000. auf der Linea arithmetica, traget solche vom Centro aus in die Lineam Chordarum, so wird solche in 60 einschlagen, mithin anzeigen, daß der gegebene Sinus 866. zum Winckel habe 60 Grad.

Scholion.

Nachdem bishero in diesen fünff Capiteln die Præliminaria der *Trigonometrie*, so viel immer möglich und nöthig gewesen, abgehandelt worden: So wird jetzo in dem folgenden Capitel die würckliche Ausrechnung derer gerad-linigten Triangul desto leichter werden. Gleichwie nun aber dreyerley Sorten derer Triangul sind, nemlich recht-winckligte, spitz-winckligte und stumpff-winckligte: Also sollen sie, und forderſamſt die recht-winckligte ins besondere auszurechnen, das ist, ihre Winckel und Seiten zu finden, wenn drey Stücke an einem Triangul gegeben sind, gezeiget werden.

CAPUT VI.

Von der Ausrechnung derer gerad-linigten Triangul.

Problema XXVII.

An einem jeden Triangul, daran zwey Winckel bekannt sind, den dritten Winckel zu finden.

Resolutio.

Es ist dieß eine general-Vor-Arbeit, welche demnach billig zu erst gelernet werden muß.

Aus dem Theoremate XXXIV. Sect. II. Part. II. ist als demonstrirt bekannt, daß in einem jeden Triangul die 3 Winckel, zusammen genommen gleich seyen zweyen rechten Winckeln das ist, 180 Grad. Demnach folget von selbsten, wenn zwey Winckel in einem Triangul bekannt, daß solche nur addiret und die Summa von 180. subtrahiret werden dörffte, so zeiget der Rest die Anzahl derer Grad, wie viel deren der dritte unbekannte Winckel halte. In denen recht-wincklichten Trianguln, weilen da schon ein rechter Winckel auf einer Seiten anzutreffen, kan man gewiß wissen, daß die übrigen zwey auch einen rechten Winckel von 90° zusammen ausmachen. Wenn dahero nur einer von beyden, ausser dem rechten Winckel, bekannt, so wird solcher von 90 abgezogen, der Rest giebt den spitzigen Winckel an einem recht-wincklichten Triangul.

Exem-

Exemplum I.

Es sey der recht-wincklichte Triangul a b c. der rechte Winckel c. ist ohnedem allezeit bekannt, daß er 90°. hält; der Winckel bey a wäre auch bekannt 55 Grad. Ziehet demnach 55 von 90 ab, so bleibt im Rest 35°. welches der dritte Winckel bey b seyn wird. Tab. III. Fig. 2.

Exemplum II.

In denen spitz- und stumpff-wincklichten Trianguln müssen vorhero zwey Winckel bekannt werden, ehe man den dritten also finden kan. Es sey d e f. ein spitz-wincklichter Triangul. Der Winckel bey d. sey bekannt 40°. der Winckel bey e. wäre auch bekannt 60°. fragt sichs wie groß ist der Winckel bey f.? Resp. addiret beyde bekannte Winckel, giebt 100. dieß subtrahiret von 180. bleibt 80. so groß wird der dritte Winckel f seyn. Tab. III. Fig. 3.

Exemplum III.

Es wäre g h i. ein stumpff-wincklichter Triangul, g. wäre bekannt 27°. i. sey gleichfalls bekannt 28°. fragt sichs wie viel hält der Winckel h? Resp. addiret beyde bekannte Winckel, kommt zur Summa 55. diese subtrahiret von 180. bleibt 125. so viel Grad hält der dritte und stumpffe Winckel h. Und so machet man es bey allen Trianguln. Tab. III. Fig. 4.

Scholion I.

Wenn es kommt, daß Minuten, oder auch wohl gar Secunden in die Subtraction mit einlauffen, so muß man die 90 Grad in denen recht-wincklichten, oder die 180 Grad in denen spitz- und stumpff-wincklichten Trianguln, um einen Grad weniger nehmen, und den letzten Grad, als den neuntzigsten oder hun-

hundert und achtzigsten Grad, zu 60 Minuten machen; item, wenn auch Secunden vorhanden wären, müssen nur 59 Minuten gesetzet, und die letzte als 60 Secunden angeschrieben werden, und alsdann kan man erst die Subtraction anstellen.

Exemplum I.

Tab. III. Fig. 5. Es hätte ein Triangul k l m. bey k am Winckel $39^{\circ}.25'.$ bey l. $42^{\circ}.38'.$ Fragt sichs wie groß ist der dritte Winckel m? Resp. Addiret beyder bekannter Winckel ihre Gradus und Minuten, kommt $82^{\circ}.3'$ diese Summam subtrahiret von $179^{\circ}.60'.$ welches eben so viel ist als 180 Grad, so bleibt im Rest $97^{\circ}.57'.$ vor den dritten Winckel bey m. übrig.

k.	39°, 25.	179°. 60.
l.	42. 38.	82. 3.
k + l =	82. 3.	97. 57.
		Winckel m.

Exemplum II.

Ich hätte einen Triangul, n o p. Der Winckel bey n hielte $50^{\circ}.1'.30''$. Der Winckel bey o hielte $47^{\circ}.59'.50''$. Fraget sichs, wie viel hält der Winckel bey p? Resp. Tab. III. Addiret beyder bekannter Winckel ihre Grad, Minuten und Secunden, und die Summam $98^{\circ}.1'20''$ Fig. 6. subtrahiret von $179^{\circ}.59'.60''$. welches eben so viel ist als 180°. So bleibt im Rest $81^{\circ}.58'.40''$. so viel hält der Winckel p.

Winckel n.	50°.	$1'$.	$30''$.
Winckel o.	47.	59.	50.
n + o. =	98.	1.	20.
subtr.	179.	59.	60.
Winckel p.	81.	58.	40.

Scho-

Scholion II.

Wenn man solche *Tabu'as Sinuum* hat, darinnen die *Complementa* allezeit gegen einander überstehen in einer Reyhe, auf zwey Seiten eines jeden Aufschlages des Buchs, gleichwie des *Ulacques* und *Strauchii* Tabellen sind, und man soll einen Winckel von 90 Grad abziehen, und also sein Complementum suchen, so darff nur der gegebene Winckel in denen Tabellen aufgesuchet werden, gleich gegen über stehet just sein Complementum zum Quadranten.

Exemplum.

Ich habe den recht wincklichten Triangul a b c. Tab III. daran wäre mir nebst dem rechten Winckel c. auch Fig. 2. der Winckel a. bekannt von 55 Grad. Weil ich nun meistentheils ohne dem den bekannten Winckel um seines *Sinus* oder *Logarithmi*, &c. willen aufschlagen muß, so finde ich in dem Aufschlagen gleich gegen diesen 55°. hinüber auf der andern Seite, in eben der Reyhe, den Winckel b. als das Complementum zu a. daß beyde einen rechten Winckel ausmachen, welcher seyn wird 35 Grad. Daß ich also alles Subtrahirens überhoben seyn kan, und durch ein einziges Aufschlagen in denen recht-wincklichten Trianguln alle Winckel erfahren kan.

Problema XXVIII.

An einem recht-wincklichten Triangul, da 2 Winckel und eine Seite bekannt sind, den übrigen dritten Winckel und die zwey übrigen andern Seiten zu finden.

Resolutio.

I. Ein recht-wincklichter Triangul entstehet auf zweyerley Weise: Entweder machet ein jeder Secans, Tangens und Radius einen recht-wincklichten Triangul, oder es entspringet derselbe durch den Radium, Sinum und Sinum complementi,

menti. Diesen Begriff muß sich ein Anfänger der Trigonometrie wohl einprägen, damit man in der Operatione durch die Regulam de Tri sich allezeit dieses Vortheils zu bedienen wisse, den Radium zum ersten Satz zu machen, um dadurch des verdrießlichen dividirens überhaben zu seyn, oder doch wenigstens den Radium unter die hintern zwey Terminos zu bekommen, damit das mühsame multipliciren hinwegbleibe. Gesetzt a c sey der Radius Fig. 7. welcher den Winckel bey a. determiniret: Auf solche Weise nun, wenn a c. der Radius, so ist b c. der Tangens des Winckels a. und a b. der Secans des Winckels a. welche 3 Linien nun einen recht-wincklichten Triangul ausmachen, mithin können sich nach diesem Radio, Tangente und Secante des Winckels bey a. in diesem Triangul die Seiten bequem proportioniren lassen.

Tab. III. Fig. 7. 8. 9.

Bildet euch eben diesen recht-wincklichten Triangul noch einmahl ein, Fig. 8. unter denen Buchstaben d e f, und setzet, es wäre jetzo e f. der Radius, so ist f d. der Tangens und d e. der Secans des Winckels bey e. **Und nun hat sich der Winckel geändert.**

Woltet ihr die vorigen Buchstaben behalten, so wäre jetzo b c. der Radius, a c. der Tangens und a b. der Secans des Winckels b. einfolglich lassen sich auch nach dieser Art die Seiten des Trianguls proportioniren.

Stellet

Stellet euch diesen Triangul zum drittenmal wieder anderst vor unter denen Buchstaben g h i. Fig. 9. und setzet es wäre g h. = a b der Radius, und der mit diesem Radio auf die verlängerte Basin gerissene Bogen determinirte den Winckel g. oder a. und zeigete zugleich daß g h. der Radius dieses Winckels g. sey. Demnach ist h i = b c desselben Winckels Sinus rectus, und g i = h k ist der Sinus complementi. Siehet man nun, daß auf diese Art zuweilen der Radius am füglichsten zum ersten Satz gemachet werden kan, so bedienet man sich dieser Proportionirung derer Seiten untereinander; gehet es manchmahl nach der ersten oder andern Art leichter an, daß der Radius voran zum ersten Satz in der Regula de Tri kan gemacht werden, so greiffet man einen recht-wincklichten Triangul auf die Manier unter denen zwey übrigen an, nach welcher, um der Division zu entgehen, der Radius der erste Terminus in der Regula de Tri wird.

II. Wenn man sich nun mente dieses wohl einbildet, so wird nunmehro die Auflösung dieses Problematis leicht seyn. Es sey Exempli gratia der recht-wincklichte Triangul q r s. Fig. 10. an solchen sey, nebst dem rechten Winckel bey s. auch der Winckel bey q. bekannt 46 Grad, hiernächst wäre die Seite q s. angegeben 2,06 (2. nun fragt sichs wie die übrigen Stücke dieses Triangul, nemlich der Winckel r. und zwey Seiten q r, und r s. zu finden seyen? Resp. Tab. III.

III. Den

III. Den dritten Winckel bey r zu finden, so procediret nach dem vorhergehenden Problemate: Subtrahiret den Winckel q. von 90. der Rest giebt den andern spitzigen Winckel r. von 44 Grad, und so sind alle 3 Winckel bekannt.

90.
Winckel q. 46. subtr.

Winckel r. 44.

IV. Was die noch unbekannten zwey Seiten q r. und r s. betrifft, so erhellet schon, weil alle 3 Winckel bekannt, daß hier die Seiten aus denen Winckeln und ihren *Sinubus*, oder *Tangentibus* und *Secantibus* müssen gesuchet werden. Demnach überlege ich es bey mir selber, wie ich die bekannte Seite q. s. am besten angreiffen und mit dem Radio also vergleichen möge, daß er in der Regula de Tri den ersten Platz bekomme. Wolte ich nun die bekannte Seite q s vor einen Tangenten des Winckels r ansehen, daß r s. der Radius wäre, so bekäme ich in der Regula de Tri diesen Tangenten zum ersten Satz, welches eine verdrießliche Division gäbe. Nähme ich aber diese bekannte Seite q s. vor einen Sinum complementi des Winckels q. so käme dieser Sinus complementi des Winckels q. in der Regula de Tri zum ersten Satz, welches gleich-grosse Unlust in dividiren wäre. Demnach ist es am besten, ich nehme diese gegebene Seite q s, vor den Radium selbsten an des Winckels q. so ist solchergestalt q r der Secans und r s. der

Tan-

Tangens. Das ist, q r. ist hier nach des Winckels q. seinen Secanten, und r s ist hier nach dieses Winckels q seinen Tangenten, der in denen Tabellen befindlich, proportioniret, und der Radius bleibt der erste Satz in der Regula de Tri.

V. Demnach saget erstlich, um die unbekannte Seite r s. zu finden, also: **Der** *Radius* **oder** *Sinus totus* **in denen Tabellen** 10000000. **giebt in meinem Triangul die Seite** *q s.* **von** 2,06(2. **was giebt der** *Tangens* **des Winckels** *q* **von** 46 **Grad in denen Tabellen, welcher ist** 10355303? *Resp.* Facit die Seite r s. als den Tangenten in meinem Triangul, nemlich 2,13(2.

Radius. Lat. q. s. Tang. 46°.
10000000 — 2,06(2 — 10355303.

2,06(2
6213818.
20710606.

2,13 | 31924118(2
1 | 00000000

Demnach ist der Tangens r s. in meinem Triangul, als die unbekannt gewesene Seite, gefunden, daß sie groß ist 2,13(2.

VI. Nun muß die unbekannte Seite qr auch annoch gefunden werden. Sprechet demnach also: **Der** *Radius* **in denen Tabellen** 10000000. **giebt in meinem Triangul die Seite** *q s.* 2,06(2. **was giebt der** *Secans* **des Winckels von** 46 **Grad in denen Tabellen, welcher ist**

1439556? Resp. er giebt die Seite q. r. als den Secanten in meinem Triangul 2,96(2.

Rad. Lat. q. s. Secans 46°.

10000000 — 2,06(2 — 14395565.

2,06(2

86373390.

28791130.

296|548639 0(2

1|0000000

Demnach ist der Secans q r. in meinem Triangul 2,96(2. welches beydes, nemlich q r. 2,96(2. und r s. 2,13(2. wenn es mit q s. 2,06(2. nach einerley Maaß-Stab abgemessen wird, accurat eintreffen muß. Und also ist der gantze Triangul q r s. ausgerechnet.

Basis. dat. q s = 2,06(2

Tang. invent. r s = 2,13(2

Sec. invent. q r = 2,96(2

Ang. r. invent. = 44. Grad.

Ang. dat. q. = 46. Grad.

Ang. rect. = 90. Grad.

VII. Die gantze Operation kan auch Logarithmicè verrichtet werden: Statt derer Sinuum tangentium und Secantium, ingleichen an statt der andern absoluten Zahlen, die in denen drey Terminis der Regulæ de Tri vorkommen, nimmt man ihre Logarithmos, (allein den Logarithmum secantis ausgenommen, wovon bald mehrere Erläuterung

rung folgen soll,) setzet dieselbe in der Ordnung, wie die Regula de Tri erfordert. An statt aber daß man die 2 hintern Sätze durch einander multipliciren solte, werden beyde hintere Logarithmi addiret, und an statt daß man mit dem ersten Satz das Productum dividiren müste, wird der Logarithmus des ersten Satzes von der Summa der zwey hinteren Logarithmorum subtrahiret, der Rest giebt einen *Logarithmum* entweder zu einer absoluten Zahl, wenn man Seiten eines Trianguls suchet, oder es giebt der Rest einen *Logarithmum* Sinus, oder *Tangentis*, welchen man in dem *Canone* aufsuchen muß, wenn Winckel gesuchet werden. Setzet demnach das vorige Exempel logarithmicé: An statt des Radii 10000000, nehmet dessen Logarithmum 10. 0000000. statt der Seite q.s. welche groß ist 2,06(2. nehmet den Logarithmum dieser absoluten Zahl, 2.3138672. an statt des Tangenten zum Winckel q. von 46 Grad, welcher war 10. 355303. nehmet den Logarithmum tangentis, 10. 0151628. und stellet es nach der Regula de Tri, und operiret, so wird heraus kommen nach der Subtractione der Logarithmus 2. 3290300.

Log. Rad.	Log. Lat. 2,06(2	Log. Tang. 46°.
10,0000000 —	2.3138672 —	10.0151628.

10.0151628 add.

12,3290300

10.0000000 subtr.

2,3290300 Log. Lat. rs.

Schläget man diesen Logarithmnm 2. 3290500. in denen Tabellen derer Logarithmorum von absoluten Zahlen auf, so stehet solcher nicht accurat darinnen, man mag ihn unter der Characteristica 2 oder 3 suchen. Doch ist der nächst-kleinere unter der Characteristica 2. dieser: 2. 3283796. neben diesem ähnlichsten stehet die absolute Zahl 213. und so viel ist auch in der ersten Rechnung heraus kommen für den Tangenten r s. Schläget man ihn unter der Characteristica 3. auf, so ist der nächst-kleinere 3. 3289909. neben diesem stehet die absolute Zahl 2133. und so viel ist auch in der ersten Operatione heraus kommen, wenn in der Divisione oben noch ein Bruch-Stück darzu genommen wird, nach dem Numero V. dieses Problematis, nemlich 2 Ruthen, 1 Schuh, 3 Zoll, 3 Gran lang ist der Tangens r s. welches also geschrieben wird: 2,133(3.

VIII. Die zweyte Seite q r. vermöge des Tab III Secantis logarithmicè zu finden, wäre ungemein weitläufftig und unnützlich, weil man keine Logarithmos secantium in denen Tabellen hat, und solche allemahl erst von neuem zu berechnen, würde das Compendium der Logarithmischen Rechnung auf einmahl zu einen Dispendio machen. Dahero hat man einen andern Weg, die Seite q r. Logarithmicè zu finden, welcher Weg zwar mit natürlichen Zahlen, wegen der grossen Division, mühsam wäre, mit Logarithmis aber dennoch geschwind gehet. Es wird nemlich q r. nicht als ein Secans, sondern Fig. 10.

als

als Radius betrachtet, die gegebene Seite q s wird für den Sinum complementi des Winckels q angenommen, und r s für den Sinum rectum. Und demnach verfähret man also:

Es wird der Winckel q von 46 Grad in denen Tabellen aufgesuchet, und gleich gegen über stehet sein Complementum zum Quadranten, nemlich 44 Grad, dessen seinen Logarithmum Sinus schreibet heraus, 9. 8417713. nun saget also: **Wie sich verhält der** *Sinus complementi* **in denen Tabellen gegen seinen** *Radium* **oder** *Sinum totum*, **also muß sich auch die Seite** *q s* **meines Trianguls, die ich dermahlen für einen** *Sinum complementi* **ansehe, verhalten zu der andern Seiten** *q r.* **die ich als einen** *Radium* **annehme.** Logarithmicè stehet nun dieses also:

Log.Sin.compl.44°.	Log.Rad.	Log. Lat. q. s.
9. 8417713 —	10. 0000000 —	2. 3138672.
	12. 3138672	
	9. 8417713	
Log.Lat. q. r.	2. 4720959	

Schläget man diesen Logarithmum auf in dem Canone Logarithmorum derer natürlichen Zahlen, so stehet solcher zwar nicht accurat darinnen, doch der nächst-kleinere unter der Characteristica 2. nemlich 2. 4712917. hat neben sich zur absoluten Zahl 296. und so viel ist auch in der ersten Ausrechnung gefunden worden, daß die Seite q r. halte, nemlich 2 Ruthen 9 Schuh 6 Zoll.

Suchet man den gefundenen Logarithmum unter der Characteristica 3. so ist er zwar auch daselbst nicht völlig anzutreffen, doch bey dem nächst-kleineren Logarithmo 3. 4720247. stehet die absolute Zahl 2965, welche accurat mit der Numero VI. dieses Problematis angestellten Ausrechnung übereintrifft, wenn noch ein Bruch-Stück von denen, die durch die Nullen des Divisoris hinweg geschnitten worden, darzu genommen wird, nemlich 2 Ruthen, 9 Schuh, 6 Zoll, 5 Gran, ist die Hypothenusa q r. lang, und wird also geschrieben: 2,965 (3.

Scholion I.

Wenn man überhaupt in der Ausrechnung derer rechtwincklichten Triangul einen Vortheil haben will, so ist allezeit dahin zu sehen, daß diejenige Seite, die schon bekannt ist, für den Radium angenommen werde. Ist nun die Basis bekannt, so nimmt man solche als den Radium und proportioniret den Tangenten des Trianguls nach dem Tangenten des Canonis von einerley Winckel, und den Secanten des Trianguls nach dem Secanten des Canonis von einerley Winckel. Ist der Cathet bekannt, so nimmt man diesen vor einen Radium an, und die Basin hält man für den Tangenten, der Secans bleibt für sich, und proportioniret eben wieder so die Basin, als einen Tangenten, nach dem Tangenten des Canonis, und den Secanten nach dem Secanten des Canonis. Ist aber die Hypothenusa angegeben als bekannt, so nimmt man diese für den Radium, siehet aber NB. den Tangenten oder Cathetum für einen Sinum rectum, und die Basin für den Sinum complementi an. Nehmet nur die Figuram 7. 8. 9. Tab. III. nochmahlen zur Hand, und mercket folgende Puncta, so könnet ihr euch nicht verwirren.

Figura 7.

I. Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen zu meinem *Radio a c.* als der gegebenen Seiten, so verhält sich der *Tangens* des Winckels *a.* in denen Tabellen, zu dem *Tangenten* des Winckels *a.* in meinem Triangul.

II. Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen zu meinem *Radio a c.* so verhält sich der *Secans* des Winckels *a.* in denen Tabellen zu meinem *Secanten* des Winckels *a.* in dem Triangul *a b.*

Figura 8.

I. Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen zu meinem gegebenen *Radio b c.* oder *e f.* so verhält sich der *Tangens* des Winckels *b.* in denen Tabellen, zu meinem *Tangenten* *a c.* oder *d f.* von eben demselben Winckel *b.*

II. Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen zu meinem *Radio b c.* oder *e f.* als der bekannten Seiten des Trianguls, so verhält sich der *Secans* des Winckels *b.* in den Tabellen zu meinem *Secanten* des Winckels *b.* in dem Triangul. *a b.* oder *d e.*

Figura 9.

I. Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen zu meinem *Radio a b.* oder *g h.* als der bekannten Seiten des Trianguls, so verhält sich der *Sinus rectus* des Winckels *a.* in denen Tabellen zu meinem *Sinu recto* des

Winckels *a.* in dem Triangul, nemlich zu *b c.*

II. Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen zu meinem *Radio a b.* oder *g h.* so verhält sich der *Sinus complementi* des Winckels *a.* in denen Tabellen zu meinem *Sinu complementi b k.* = *a c.* oder *g. i.* des Winckels *a.* in dem Triangul.

Will man aber Logarithmicè verfahren, so mercket nach der Figura 7. 8. 9. folgende Puncte, so könnet ihr niemahlen fehlen.

Figura 7.

Es sey bekannt das Latus a c.

I. Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus totius* zu dem *Logarithmo* der gegebenen Seite *a c.* so verhält sich der *Logarithmus tangentis* des Winckels *a.* in denen Tabellen, zu dem *Logarithmo* derjenigen absoluten Zahl, welche die Länge des *Tangentens b c.* in meinem Triangul abgiebt.

II. Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus complementi* des Winckels *a.* das ist des Winckels *b.* sein *Sinus* in denen Tabellen, zu dem *Logarithmo Sinus totius*: So verhält sich der *Logarithmus lateris a c.* als der *Sinus complementi* des Winckels *a.* zu dem *Logarithmo* derjenigen absoluten Zahl, welche die Länge der Seiten *a b.* als des *Radii* meines Winckels *a.* wie *fig.* 9. *Tab. III.* anzeigen wird.

Fig. 8.

Figura 8.

Es sey gegeben das Lat. b. c.

I. Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus totius* zu dem *Logarithmo* der gegebenen Seiten *b c* oder *ef.* so verhält sich der *Logarithmus tangentis* des Winckels *b.* in denen Tabellen zu dem *Logarithmo* derjenigen absoluten Zahl, welche die Länge des *Tangentens a c.* oder *df.* des Winckels *b.* in meinem Triangul angeben soll.

II. Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus complementi* des Winckels *b.* das ist der *Logarithmus Sinus* des Winckels *a.* zu dem *Logarithmo Sinus totius*, so verhält sich der *Logarithmus lateris b c.* als der *Sinus complementi* des Winckels *b.* das ist der *Sinus* des Winckels *a.* in dem Triangul, zu dem *Logarithmo* derjenigen absoluten Zahl, welche die Länge der Seiten *a b.* oder *g h.* die vor einen *Radium* angenommen worden, anzeiget. *Fig.* 10 & 11.

Figura 9.

Es sey gegeben das Latus a b.

I. Wie sich verhält der *Logarithmus radii* in denen Tallellen zu dem *Logarithmo lateris a b.* von absoluten Zahlen, der als der *Radius* meines Trianguls angenommen wird: So verhält sich der *Logarithmus Sinus* des Winckels *a.* in denen Tabellen, zu dem *Logarithmo* derjenigen absoluten Zahlen, welche die Länge meines *Sinus b c.* oder *h i.* des Winckels *a.* anzeigen sollen.

II. Wie sich verhält der *Logarithmus radii* in denen Tabellen zu meines *Radii a b Logarithmo*; so verhält sich der *Logarithmus Sinus complementi* des Winckels *a*. das ist der *Logarithmus Sinus* des Winckels *b*. in denen Tabellen zu demjenigen *Logarithmo*, welcher die Länge des *Sinus complementi a*. in meinem Triangul, das ist die Länge des *Sinus b k = a c*. oder *g i*. zu erkennen geben soll.

Hier hat man nun auf einmahl, wie in denen recht-wincklichten Trianguln zu verfahren sey, es mag eine Seite deren, welche man will, gegeben werden. Und so siehet man deutlich, wie eines-theils mit Logarithmis geschwinder zu rechnen, und warum man andern theils keine Logarithmos secantium in denen Tabellen habe, weilen nemlich in denen recht-wincklichten Trianguln dennoch alles ohne Secanten kan gefunden werden, und die spitz- und stumpff-wincklichte Triangul keine Secantes haben.

Scholion II.

So offt der Logarithmus Radii oder Sinus totius zu einem andern Logarithmo zu addiren ist, so offt setzet nur vornen zur Characteristica desjenigen Logarithmi, zu welchem der Logarithmus Radii zu addiren ist, eine Unität. Wenn aber der Logarithmus Radii subtrahiret werden soll von einem andern Logarithmo, so werffet nur die vordere Unität von der Characteristica hinweg, und behaltet hernach alle übrige Zahlen desjenigen Logarithmi, von welchen der Logarithmus Radii solte subtrahiret werden, denn die Nullen addiren und subtrahiren nichts.

Exem-

Exemplum I.

Es solte nach dem Numero VIII. des letzten *Problematis* der Logarithmus Radii 10.0000000. addiret werden zu dem Logarithmo daselbst 2.3138672. Demnach setzet nur geschwind zu der Characteristica 2 eine Unität, so ist der Logarithmus Radii addiret, und stehet also: 12. 3138672.

Exemplum II.

Es solte nach dem Num. VIII. des letzten *Problematis* der Logarithmus radii von dem Logarithmo 12. 3290300. subtrahiret werden, so werffet nur die vordere Unität von der Characteristica 12 hinweg, so ist der Logarithmus Radii schon subtrahiret, und stehet der Logarithmus des Rests also: 2. 3290300.

Scholion III.

Es ist schon in dem Scholio I. erwehnet, daß man an einem recht-wincklichten Triangul alle 3 Seiten finden kan, ohne einen Logarithmum Secantis zu haben und zu gebrauchen. Jedoch dem curieusen Anfänger ein Exempel zu geben, wie man mit denen Logarithmis *Secantium* rechnen müste: So soll nach dem Numero VIII. des letzten *Problematis*, darinnen durch die *Sinus* die Seite q. r. gefunden worden, nunmehro diese Seite q. r. als ein *Secans* angesehen werden, dessen Logarithmus zu finden wäre. Dupliret demnach den *Logarithmum* Radii, 20. 0000000, subtrahiret davon den *Logarithmum Sinus* complementi, das ist des Winckels r seinen *Sinum* von 44 Graden, welcher ist 9. 8417713, so bleibt im Rest 10. 1582287. als der nunmehrige Logarithmus Secantis. Saget hierauf nach der Regula de *Tri* also: Der Logarithmus radii in denen Tabellen ist 10.0000000. die bekannte Seite q s. in meinem Triangul sehe ich auch für einen *Radium* an, deren *Logarithmus* ist 2.3138672. wie wird sich nun der *Logarithmus secantis* des Winckels von 46 Grad bey q. s in denen Tabellen zwar nicht befindlich, aber hier besonders berechnet, verhalten, zu meinem Secanten q r. in dem Triangul? das ist, saget: Tab. III. Fig. 10. c

Wie sich verhält der *Logarithmus Radii* in denen Tabellen zu dem *Logarithmo lateris* q s. so verhält sich der *Lo-*

Logarithmus Secantis des Winckels von 46 Grad zu dem *Latere q r.* in meinem Triangul.

Log.Rad. Log.Lat.q s.2,0662 Log.Sec.46°.
10,0000000 — 2,3138672 — 10,1582287.
10,1582287

12,4720959

Dieser nach der Subtractione bleibender Logarithmus 2. 4720959. welcher eben so Numero VIII. des letzten Problematis heraus kam, da mit Logarithmi-Sinuum gerechnet wurde, wird nunmehro unter denen *Logarithmis* der absoluten Zahlen gesuchet. Der nächst-kleinere dessen unter der Characteristica 2. ist 2. 4712917. darneben stehet die absolute Zahl 296. so lang ist auch der Secans q r. in dem Triangul, nemlich 2. Ruthen, 9 Schuh, 6 Zoll, wie solches Numero VI. des letzten Problematis mit blossen Secantibus auch ausgerechnet wurde. Schlaget den gefundenen Logarithmum unter der Characteristica 3. auf, so wird der nächst-kleinere daselbst seyn 3.4720247. dessen absolute Zahl ist, 2965. das ist, 2 Ruthen, 9 Schuh, 6 Zoll, 5 Gran ist die Seite q r. lang, wie eben auch Numero VI. citato zu sehen, wenn noch ein Bruch-Stück aus der *Division* darzu genommen wird. Allein, wie erwehnet, diese Arbeit kan man entbehren.

Problema XXIX.

Wenn an einem recht-winclichten Triangul der *Secans* und einer von beyden daran liegenden Winckeln bekannt, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls den *Sinum* des gegen-über-stehenden Winckels zu finden.

Resolutio.

I. Es sey gegeben der Triangul q s r. daran wäre
Tab. III. bekannt der Secans 500. der Winckel r q s
Fig. 12. wäre 41 Grad. den Sinum q s des gegen-über-

überstehenden Winckels q r s zu finden; so subtrahiret den bekannten Winckel 44 Grad von 90. bleibt 46 Grad für den andern spitzigen Winckel q r s.

II. Nehmet auf der Linea Chordarum directè von Centro aus 46 Grad, stellet solche transversim in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000.

III. Hierauf stellet den Hand-Circul in 500. und fället damit das Perpendiculum, das ist: Stellet den Hand-Circul mit der einen Spitzen in 500. und mit dem andern Fuß drucket den Hand-Circul so lange zusammen, bis dessen Spitze, in währender Formirung eines Bogens, die Lineam arithmeticam berühre, so giebt diese Weite des Hand-Circuls alsdann den Sinum q s. des gegenüberstehenden Winckels q r s. von 46 Grad. Messet diese gefundene Weite vom Centro aus auf der Linea arithmetica, wird einschlagen in 360. jeden Theil für 10. genommen, und so lang ist q s.

IV. Gesetzt es wäre neben dem Secanten q r. der 500 lang ist, der andere spitzige Winckel q r s. von 46 Grad bekannt, den Sinum r s des gegenüberstehenden Winckels r q s. zu finden: So subtrahiret 46 von 90. bleibt 44. Nehmet auf der Linea Chordarum directé vom Centro aus 44 Grad, traget sie in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000 transversim. Stellet darauf den Hand-Circul in 500. auf die Lineam arithmeticam des einen Schenckels, und machet den Hand-Circul so lange zu, bis die andere

Spitze

Spitze dessen die Lineam arithmeticam auf dem andern Schenckel bestreiche, wenn ein Bogen gezogen wird, so ist diese Weite der Sinus r s. des gegen-überstehenden Winckels q. Messet solche Weite auf der Linea arithmetica vom Centro aus, wird einschlagen in 350. so lang ist der Sinus r s.

Problema XXX.

An einem recht-wincklichten Triangul, daran nebst dem rechten Winckel auch der spitzige Winckel auf der *Base*, sammt der *Base* selbst bekannt, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls den *Secanten* zu finden.

Resolutio.

I. Behaltet die vorige Figur wiederum, q s r. sey der rechte Winckel von 90 Grad, r q s der spitzige Winckel auf der Base 44 Grad, die Basis q s sey groß 360. subtrahiret 44 Grad von 90 bleibt 46°. so habt ihr den dritten Winckel q r s.

Tab. III. Fig. 12.

II. Nehmet auf der Linea Chordarum 46 Grad vom Centro aus, und stellet solche in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000 transversim.

III. Hierauf nehmet auf der Linea arithmetica directè 360. als viel die Basis q s hält, und sehet aus welchen Punct sie perpendiculariter herab falle, daß sie auf den einen Schenckel die Lineam arithmeticam berühre: Das ist, wenn ihr von Centro aus auf der Linea arithmetica die Weite 360 ge-

genommen, so probiret alsdann in welches Punct der Lineæ arithmeticæ ihr den Hand-Circul mit dieser Weite einsetzen müsset, bis die andere Spitze des Hand-Circuls die Lineam arithmeticam auf dem andern Schenckel berühre, wenn ein Bogen gezogen wird. Dieß Punct wird nun 500 seyn; nehmet demnach 500 vom Centro auf der Linea arithmetica, und messet den Secanten, so groß wird er seyn.

IV. Wann das Latus r s. von 350 Schuh groß, als bekannt darzu gegeben ware, man solte damit den Secanten finden q r. so nehmet auf der Linea Chordarum den Winckel q. von 44 Grad directé, und traget solche Weite transversum in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000.

V. Lasset das Instrument unverruckt, und nehmet directé auf der *Linea* arithmetica 350, als groß nemlich die gegebene Seite r s ist. Fället damit das Perpendiculum, das ist: Suchet ein Punct auf der einen Seiten der Lineæ arithmeticæ, in welchem der Hand-Circul mit der einen Spitze stehend mit der Weite 350. die Lineam arithmeticam auf dem andern Schenckel berühre, wenn ein Bogen formiret wird, dieß wird nun just in 500 eintreffen. Demnach ist vom Centro aus 500 genommen auf der Linea arithmetica die Grösse des Secanten q r von 44 Graden.

Problema XXXI.

Auf eine andere und leichtere Art den *Sinum*, *Tangenten* und *Secanten* eines rechtwinckelichten Trianguls, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls, zu finden.

Re-

Resolutio.

I. Es sey der recht-winckl̃chte Triangul q s r. wiederum; daran sey bekannt die Seite q s. 360. machet mit der Weite q s. als einem Semidiametro, den Bogen s e. Tab. III. Fig. 12.

II. Stellet diese Weite q s. in die Lineam Chordarum transversim zwischen 60 und 60. und lasset den Proportional-Circul also unverruckt liegen.

III. Nehmet mit dem Hand-Circul die Weite s. e als die Chordam des Winckels q. und probiret, zwischen welchen gleichen Zahlen diese Weite auf der Linea Chordarum einschlage, welches zwischen 44 und 44 seyn wird, so groß ist der Winckel q.

IV. Eben so ziehet mit der Weite q s. aus r. einen Bogen s p. und traget die Chordam s p. in die also unverruckt offen-gebliebene Lineam Chordarum, wird zwischen 46 und 46 einschlagen, so groß ist der Winckel r.

V. Die zwey unbekannten Seiten r s. und q r. zu finden, so nehmet die gegebene Seite q. s. 360. stellet solche in die Lineam arithmeticam zwischen 360 und 360. und lasset das Instrument unverruckt liegen.

VI. Nehmet das Latus r s. von dem Triangul mit einem Hand-Circul, und sehet zwischen welchen gleichen Zahlen auf der Linea arithmetica solches einschlage, welches in 350. seyn wird, so groß ist r s.

VII. Nehmet auch das Latus q r. als den Secanten, und traget es in die Lineam arithmeticam

und

und sehet, zwischen welchen gleichen Zahlen solche eintreffe, wird kommen in 500. so groß ist qr.

Scholion I.

Diese Manier gehet bey allen Triangulu an, wenn solche auch nicht aufgerissen sind, sondern nur eine Seite und 2 Winckel, oder 1 Winckel und zwey Seiten gegeben werden.

Scholion II.

Wenn die Weite einer Seite vom Triangul genommen, nicht accurat zwischen zwey gleichen Zahlen eintrifft, so nimmt man auf der einen Seite eines mehr und auf der andern Seite eines weniger, und nimmt ein halbes als ein Bruch-Stück dafür in der Zahl an. Exempli gratia, q r. schlüge nicht accurat in 500. sondern auf dem einen Schenckel des *Proportional*-Circuls in 500. auf dem andern in 501 ein, so nimt man einen halben Schuh, als 5 Zoll, dafür noch an, und schreibet 50,05(2. das ist 500 Schuh und 5 Zoll, oder 50 Ruthen, Null Schuh, 5 Zoll, wie oben allbereit gelehret worden.

Problema XXXII.

Wenn in einem recht-wincklichten Triangul ein spitziger Winckel und eine Seite, entweder *Basis*, oder *Cathetus*, bekannt, durch den *Proportional*-Circul die zwey übrigen Seiten zu finden.

Resolutio.

I. Es sey der recht-wincklichte Triangul a b c. der rechte Winckel sey b. die Basis b c. halte 210 Schuh, der Winckel c. 60 Grad; subtrahiret 60 von 90. bleibt 30. Grad für den Winckel a.

Tab. IV. Fig. 1.

II. Dupliret diesen dritten Winckel a, der 30 Grad hält, kommt 60. Nehmet solchen directe vom

Centro aus auf der Linea Chordarum, und traget es auf die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. und lasset den Proportional-Circul unverrückt.

III. Nehmet auf der Linea arithmetica directè die Basin Trianguli b c. 210. u. sehet zwischen welchen gleichen Zahlen solche auf der Linea arithmetica eintreffe, dieß wird seyn in 212 u. ein wenig darüber, dessen Duplum 425. ist die Hypothenusa a c. die man finden solte.

IV. Oder, nehmet gleich auf der Linea arithmetica directè das Duplum der Seite b c. 210. das ist 420. und sehet zwischen welchen gleichen Zahlen solches transversim auf der Linea arithmetica des unverrückten Proportional-Circuls einschlage, wird ein klein wenig über 424 eintreffen, darfür man 425. nimmt, so groß ist die Hypothenusa a c.

V. Endlich den Cathetum dieses Trianguls zu finden, so nehmet von der Linea Chordarum directe 90 Grad, und traget solches in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. Nehmet auf dem unverrückten Proportional-Circul von der Linea arithmetica directè 425. und stellet den einen Fuß in 210. so wird der andere Fuß des Hand-Circuls oblique accurat in 370 einfallen: Nehmet von Centro aus auf der Linea arithmetica 370. und messet den Cathetum damit, so groß wird er seyn.

Scho-

Scholion.

Es sey der Deutlichkeit wegen noch ein Triangul gegeben, d e f. der Winckel e. sey 90 Grad, der Winckel f. 36°. die Basis e f. sey 400. den dritten Winckel erstlich zu finden, so subtrahiret 36 von 90. bleibt 54°. für den Winckel d. Dupliret, um die Hypothenusam d f. zu finden, den Winckel 54. kommt 108. Grad. Nehmet solche directè auf der Linea Chordarum und stellet sie transversim in die Lineam arithmeticam zwischen 1000. und 1000. lasset den Proportional-Circul also unverruckt, nehmet directè auf der Linea arithmetica die bekannte Seite e f. 400. und sehet zwischen welchen gleichen Zahlen transversim sie in der Linea arithmetica eintreffe, wird seyn in 250. Nehmet demnach vom Centro aus 250 auf der Linea arithmetica gedoppelt, nemlich 500. so groß wird die Hypothenusa seyn d f. Tab. IV. Fig. 2.

Den Cathetum zu finden, so nehmet wiederum directè 90 auf der Linea Chordarum und traget es in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. nehmet ferner auf der Linea arithmetica die gefundene Hypothenusam d. f. 500. und stellet mit solcher Weite den einen Fuß des Hand-Circuls in 400. und probiret wo der andere Fuß einschlage, wird in 300 seyn, so groß ist der Cathetus d e. wenn man nemlich 300 vom Centro aus auf der Linea arithmetica nimmt, und damit den Cathetum d. e. misset.

Gesetzt aber es wäre d e. der Cathet die bekannte angegebene Seite, und e f nebst d f. wären zu suchen, so dupliret den Winckel f. von 36 Grad. ist 72°. nehmet auf der Linea Chordarum directe mit einem Hand-Circul 72°. traget solche in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. nehmet ferner mit dem Hand-Circul auf der Linea arithmetica directe die Grösse der gegebenen Linie d e. nemlich 300. und probiret zwischen welchen gleichen zwey Zahlen solche auf der Linea arithmetica einschlage, wird abermahlen seyn in 250. dessen duplum 500. die Hypothenusa ist.

Nun nehmet auf der Linea Chordarum directe 90°. und traget es in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. nehmet mit einen Hand-Circul 500 die Grösse

der Hypothenusæ d f. auf der Linea arithmetica directe, und stellet den einen Fuß in 300. so wird der andere Fuß in 400. eintreffen, auf dem andern Schenckel des Proportional-Circuls in der Linea arithmetica. So groß ist die Seite e f. wenn man vom Centro aus 400. auf der Linea arithmetica nimmt und e f. darnach misset.

Problema XXXIII.

An einem recht-wincklichten Triangul *c d e.* daran die *Hypothenusa c d.* und nebst dem rechten Winckel *e.* der Winckel *c.* 53 Grad 8. Minuten bekannt, die zwey übrigen Seiten *c e.* und *d e.* und den Winckel bey *d.* zu finden.

Resolutio.

I. Mit blossen Sinubus.

I. Die bekannte Seite c d sey groß 2,68 (2. der Tab. IV. Fig. 3. dritte Winckel d. wird seyn, wenn 53 Grad 8 Min. von 90 abgezogen werden, 36 Grad 52 Minuten; noch geschwinder wird dieser Winckel gefunden, indeme man ohnehin bey Auflössung dieses Trianguls in denen Tabellen entweder einen Sinum, oder Tangenten, &c. aufsuchen muß, so stehet gleich auf dem andern Blat in einer Reyhe hinüber, der Angulus complementi zu $53^{\circ}.8'$. nemlich der Winckel von $36^{\circ}.52'$.

II. Was die Ausrechnung derer zwey unbekannten Seiten betrifft, so könnte zwar die Hypothenusa c d. als die bekannte Seite vor einen Secanten des gegebenen Winckels a. angenommen werden, wie Figura 7. Tab. III. zu sehen. Oder vor den Secanten des Winckels b. als des Comple-

plementi, wie Figura 8. Tab. III. anzeiget. Und also wären die zwey anderen Seiten, nachdeme es kommt, der Tangens und Radius. Alleine so käme der Secans zum ersten Satz in der Regula de Tri, welches eine verdrüßliche Division geben würde, diese zu vermeyden, so nehmet die bekannte Seite c d. als die Hypothenusam, für einen Radium an, mithin ist d. e. ein Sinus des Winckels c. und c e. ist ein Sinus des Winckels d. als des Complementi, und saget nunmehro also:

Wenn der *Radius* in denen Tabellen ist 10000000. so ist der *Sinus* des 53°. 8′ in denen Tabellen 8000338. Nun ist mein *Radius* an dem Triangul nur 2,68(2. was kommt nach solcher *Proportion* für einen *Sinum* d. e. des Winckels bey c.? Resp. Es kömmt die Seite d e.

Rad. — Sin. 53°. 8′ — Rad. d c.

10000000. — 8000338 — 2,68(2

2,68(2

64002704

48002028

16000676

214|4090584(2 (214(2. Lat.

1|0000000 d. e.

III. Die dritte Seite c e zu finden, so sehet diese als den Sinum complementi zu 53 Grad 8 Minuten an, das ist, als den Sinum des Winckels von 36 Grad 52 Minuten, und saget nach der Regula de Tri also:

Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen 10000000. zu dem *Sinu complementi* von 53°.8′ das ist zu dem *Sinu* des Winckels *d.* von 36. Graden 52 Minuten in denen Tabellen, 5999549. so verhält sich meines Trianguls sein *Radius c d.* 2,68(2. zu dem *Sinu* des Winckels *d.* das ist zu der Seite *c c.*

Rad.	Sin. 36°. 52′.	Rad. d c.
10000000. —	5999549 —	2,68(2

2,68(2

47996392
35997294
11999098

160	78791 32(2	160(2	Lat. c e.
1	0000000		So groß ist die
			3te Seite des Δ

II Mit Logarithmis.

I. Behaltet die Sätze, wie das erste Exempel mit blossen Sinubus gestanden, nur statt eines jeglichen Satzes schreibet dessen Logarithmum dafür an.

II. Addiret die beyden hintern Logarithmos, von der Summa subtrahiret den Logarithmum des ersten Satzes, der Rest giebt einen Logarithmum zur absoluten Zahl, welche anzeiget, wie groß der Sinus d. e. sey.

Log. Rad.	Log. Sin. 53°. 8′.	Log Rad. d c. 2,68(2
10.0000000 —	9.9031084 —	2.4281348.

2.4281348

12.3312432,

III. Schla-

III. Schlaget diesen Logarithmum 2. 3312432. in denen Tabellen der absoluten Zahlen auf, so wird der nächst-kleinere darinnen seyn, 2.3304138. neben ihm stehet die absolute Zahl 214. so viel ist auch in der Rechnung mit blossen Sinubus herauskommen für den Sinum d e. Oder schlaget diesen Logarithmum unter der Characteristica 3. auf, daselbst ist der nächst-kleinere 3. 3312248. darneben stehet 2144. und so viel machet auch die Länge des Sinus d e. an kleinern Bruch-Stücken aus, wenn man die Division dieses Exempels mit blossen Sinubus berechnet ansiehet, nemlich 2,144 (3.

IV. Den Sinum complementi Logarithmicè zu finden, so setzet nur des zweyten Exempels in diesem Problemate berechnet seiner drey Sätze ihre Logarithmos, und operiret wiederum wie gelehret worden, so wird auch dieser Sinus c e wiederum herauskommen, wie er mit blossen Sinubus auch berechnet worden.

Log. Rad.	Log Sin. 36°. 52'.	Log. Rad. d c.
10.0000000 —	9.7781186 —	2,4281348.
	2.4281348	
	12.2062534.	Log. Lat. c e.

Der nächst-kleinere in denen Tabellen unter der Characteristica 2. ist 2.2041200, dessen absolute Zahl ist 160, und so viel ist auch in der Operatione mit blossen Sinubus vor den Sinum complementi in der Division heraus kommen. Schlaget diesen Logarithmum unter der Characteristica 3

auf, der nächst-kleinere daselbst ist 3.2060159. neben welchem die absolute Zahl 1607. stehet, nemlich 1 Ruthe, 6 Schuh, null Zoll und 7 Gran lang ist der Sinus c e.

Problema XXXIV.

Wenn an einem recht-wincklichten Triangul die *Hypothenusa* und ein spitziger Winckel angegeben werden, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls die übrigen Seiten des Trianguls zu finden.

Resolutio.

I. Es sey der Triangul y x z. nebst dem rechten Winckel. x. wäre bekannt der spitzige Winckel z. 39 Grad, und die Hypothenusa y z. hält 510 Schuh, oder Ruthen, wie man will, zur Länge, nach der Linea arithmetica directè vom Centro aus gemessen: So subtrahiret 39 von 90. bleibt 51 Grad für den dritten Winckel y. Tab. IV. Fig. 4.

II. Die zwey unbekannten Seiten y x. und x z. zu finden, so nehmet auf der Linea Chordarum directè 39 Grad, und stellet solche in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. und lasset das Instrument unverruckt liegen.

III. Hierauf nehmet mit dem Hand-Circul die Länge der bekannten Hypothenusæ 510. lasset den einen Fuß des Hand-Circuls in 510 stehen, und sehet in welchen Punct der andere Fuß ob-

lique

lique eintreffe, wird seyn in 790, deren Helffte ist 395. so groß ist die Basis x z.

IV. Die dritte Seite zu finden, so setzet auf dem unverruckten Instrument den Hand-Circul wieder in 510. und nehmet oblique auf dem andern Schenckel die Weite bis auf 395, so groß ist der Cathet, und welches vom Centro aus gemessen seyn wird 320. Nota 100 ist für 1000 auf dem Instrument angenommen.

Scholion.

Bis hieher ist in denen *Problematibus* allemahl eine Seite und zwey Winckel an denen recht-wincklichten Trianguln bekannt gewesen: Nun sollen 2 Seiten allezeit nebst dem rechten Winckel gegeben werden.

Problema XXXV.

An einem recht-wincklichten Triangul, daran nebst dem rechten Winckel die zwey Seiten *Basis* und *Cathetus* bekannt, die zwey spitzigen Winckel und die dritte Seite zu finden.

Resolutio.

I. Mit blossen Tangenten und Secanten.

I. Es sey der Triangul f g h. daran sey bekannt die Basis f g. 1,96(2. der Cathet g h. 1,84(2. Tab. IV. der rechte Winckel ist vor sich bekannt. Fig. 5.

II. Hierzu die dritte Seite f h. zu suchen, so könnte dieß durch die Quadrata der zwey bekannten Seiten geschehen, wenn nemlich f g. und g h. jedes mit sich selbst multipliciret, die heraus kommende Quadrata addiret und aus der Summa Ra-

dix Quadrati extrahiret würde, so wäre dieß die Hypothenusa fh. die man zu wissen verlangte, wie solches Part. II. Sect. II. Theor. XLVI. pag. 198 demonstriret worden; alleine hier soll es Trigonometrice gesuchet, und die übrigen Winckel auch darzu gefunden werden, welches letztere durch Quadrirung der bekannten Seiten nicht angehet, denn durch die Quadrata kan man wohl die Seiten, aber keine Winckel heraus bringen.

III. Trigonometricè aber kan man hier die dritte Seite nicht finden, sondern es muß vorhero einer von beyden Winckeln, die noch unbekannt sind, gesuchet werden, mithin erhellet hieraus, **daß die Winckel durch die Seiten, wie die Seiten durch die Winckel gesuchet werden.** Demnach muß eine von beyden bekannten Seiten voran stehen, die mit dem im zweyten Satz stehenden Radio in die Vergleichung komme. Welche nun von beyden als ein Radius des Trianguls angesehen wird, so ist die andere der Tangens des gegenüberstehenden spitzigen Winckels; demnach nehme ich unter beyden bekannten Seiten diejenige zum ersten Satz an, mit welcher ich glaube am leichtesten dividiren zu können. Unter beyden ist nun h g. die commodeste, 1,84(2. und also ist f. g. der Tangens des Winckels h. Ergo sage ich nach der Regula de Tri also: **Wie sich verhält der** *Radius* **an meinem Trianguls das ist die Seite** *h g.* 1,84(2. **zu dem** *Radio* **in denen Tabellen** 10000000. **so verhält sich mein** *Tangens* **des Trianguls** *f g.* 1,96(2. **des**

Win-

Winckels *h.* zu dem *Tangenten* dieses Winckels *h* in denen Tabellen.

Rad.	Rad.	Tang. Winck. h.
1,84(2	10000000	1,96(2

11
12·6
1·42·6·33 7
6·943 6· 4·0
122·64·2262
196000000(2(10652717.
18444444444 Tang. 46°,49'
18888888
1111111

Diesen Tangenten, der 8 Zahlen hat, schlaget in denen Tabellen unter den Tangenten auf, die auch 8 Zahlen haben, so werdet ihr unter dem 46 Grad 49 Minuten den nächst-grössern dafür antreffen, der der ähnlichste ist, und welcher den Winckel h. anzeiget. Gleich gegenüber stehet nun in denen Tabellen der Angulus complementi zu dem Winckel h. nemlich der Winckel f. 43 Grad, 11 Minuten. Und demnach sind alle 3 Winckel an dem Triangul bekannt.

IV. Nun ist leicht die dritte annoch unbekannte Seite zu finden. Saget nur umgewendet: **Wie sich verhält der *Radius* in denen Tabellen** 10000000. **zu meiner Seite des Trianguls *hg.*** 1,84(2. **die ich als einen *Radium* annehme, so verhält sich der *Secans* des Winckels *h*, 46 Grad 49 Minuten in denen**

Ta-

Tabellen, 14612726. zu meinem Secanten des Trianguls *f h*. den man zu wissen verlangt.

Rad. Lat. h g. Sec. 46°. 49'.

10000000. — 18,4(2 — 14612726.

1,84(2

584509 04
11690180 8
14612726

268|8741584(2
1|0000000

Demnach ist die unbekannte Seite des Trianguls f h. groß 2,68(2. oder 2,688(3. das ist 2 Ruthen, 6 Schuh, 8 Zoll, 8 Gran; man könnte auch alle Bruch-Zeichen da lassen und sagen, f h. wäre lang 2 Ruthen, 6 Schuh, 8 Zoll, 8 Gran, 7 erste Scrupel, 4 zweyte Scrupel &c. alleine das ist meistentheils unnöthig.

II. Mit Logarithmis.

I. Setzet derer drey Sätze ihre Logarithmos ordentlich, und verfahret wie mit denen Logarithmis in der Regula de Tri operiret wird, so stehet das erste Exempel, um den Winckel h zu suchen, also:

Log. Lat. 1,84(2. Log. Rad. Log. Tang. 1,96(2.

2.2648178 — 10.0000000 — 2.2922561.

10.

12.2922561.
2.2648178.

Log. Tang. Winck. h. 10.0274383.

Schla-

Schlaget diesen in denen Tabellen auf, so wird der nächst-grössere, als der am wenigsten von diesem Logarithmo differiret, seyen 10.0275587. welcher zum Winckel hat 46 Grad, 49 Minuten.

II. Die dritte Seite Logarithmicè zu finden, so muß man hier mit dem Logarithmo Sinus complementi verfahren, weil bekannt, daß keine Logarithmi secantium in denen Tabellen sind, und stehet demnach das Exempel also:

Log. Sin. compl. zu
$46^{\circ}.49'$. das ist zu $43^{\circ}.11'$. 9.8352688 — 2.2648178

Log. Lat. h. g. 1,84(2. 2.2648178

Log. Rad. 10.0000000

10.

12.2648178

9.8352688

Log. Lat. h. f. 2,4295490

Schlaget diesen Logarithmum gleich unter der Characteristica 3. auf, um ein Bruchstück desto mehr zu bekommen, so wird neben dem nächst-grössern Logarithmo, denn accurat stehet er nicht in denen Tabellen, die absolute Zahl 2688. anzutreffen seyn, und so viel ist auch für h f. in der Ausrechnung mit blossen Secanten herauskommen.

Scholion.

Es ist wohl zu mercken, wenn man die Winckel durch die Seiten suchet, so müssen in der Regula de Tri, der vorderste und der hinterste Satz (das ist die bekannten Seiten) von einers

einerley Maaß und Bruch-Zeichen seyn, oder mit zugesetzten Nullen darzu gemachet werden; das ist, wenn ex. gr. die Seite h g. 1485(3. gehalten hätte, die Seite f g. aber wäre nur 1,96(2. groß gewesen, so müsse in solchen Fall das letztere Latus noch eine Null bekommen, damit die Bruch Zeichen einander gleich werden, und stünde mithin also: 1,960(3.

Problema XXXVI.

Wenn an einem recht-winckelichten Triangul die *Basis* und *Cathetus* bekannt, auf dem *Proportional*-Circul die *Hypothenusam* zu finden.

Resolutio.

I. Behaltet den vorigen Triangul h g f. nur daß die zwey bekannten Seiten auf der Linea arithmetica gemessen nach ihren Zahlen angesetzet seyen, und so hielte die Basis g f. 350 Schuh oder Ruthen, und der Cathetus h g. 330. fragt sichs wie lang ist die Hypothenusa.

II. Nehmet von der Linea Chordarum durch einen Hand-Circul 90 Grad directè, und stellet solche in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. und lasset das Instrument unverruckt liegen.

III. Setzet den einem Fuß des Hand-Circuls in 330, und den andern Fuß öffnet bis er in das 350 Punct obliquè komme, so ist diese Weite die Hypothenusa.

IV. Messet diese Weite auf der Linea arithmetica directè, wird 480 geben, so lang ist auch die Hypothenusa h g. ohne den kleinen Bruch.

Scholion.

Wie man die Winckel auf dem *Proportional*-Circul finden soll, ist allbereit Parte II. und Problemate XXXI. dieses Partis III. gewiesen worden, und soll unten, wenn von denenjenigen Trianguln die Rede seyn wird, daran alle 3 Seiten und kein Winckel bekannt, noch besser gezeiget werden.

Problema XXXVII.

An einem gegebenem recht-wincklichtem Triangul *i k l.* wann die Seite *i k.* und *i l.* sammt dem rechten Winckel bekannt, die übrigen 2 Winckel und die dritte Seite *k l.* auszurechnen.

Resolutio.

I. Mit bloßen Secanten und Sinubus.

I. Es sey die Seite i k. 2,6(1. die Seite i l 2(0. der rechte Winckel l ist so bekannt; nun könnte durch quadriren der bekannten Seiten u. subtrahiren des Qudrati Lateris i l. von dem Quadrato Lateris i k. und extrahiren des Radicis aus dem Quadrato residui die dritte Seite k l. zwar, aber kein Winckel von den unbekannten gefunden werden. Dahero weil beydes zu wissen nöthig, solle es Trigonometrice hier gesuchet werden, und also könnte der Triangul auf zweyerley Weise angesehen werden: Erstlich wenn i l vor einen Radium gehalten würde, so wäre i k der Secans und k l der Tangens. Zweytens kan i k vor einen Radium angesehen werden, und also wäre l k der Sinus des Winckels i. der zu suchen, und l i der *Sinus complementi* zum Winckel i, das ist der Sinus des Winckels k. Es sol-

Tab.IV. Fig.6. N.1.2.

sollen in diesem Problemate beyde Arten, um dem Anfänger ja alles deutlich zu machen, angenommen werden.

II. In dem Triangul des Numeri I. Fig. 6. sey die bekannte Seite i l der Radius; demnach saget also: **Wie sich verhält die Seite** *i l.* **als der** *Radius* **meines Trianguls, zu dem** *Radio* **in denen Tabellen, so verhält sich** *i k* **der** *Secans* **des Winckels** *i.* **meines Trianguls, zu dem** *Secanten* **des Winckels** *i.* **in denen Tabellen.**

Lat. i l.	Rad.	Lat. i k.
2,0(1	— 10000000	— 2,6(1
2600000000(1		(13000000.
22	0(1	Secans des Winckels i. in denen Tabellen.

Schlaget diesen Secanten in denen Tabellen auf, so wird der nächst-grössere 13000288. ihme am ähnlichsten seyn. Uber diesen Secanten stehet der 39 Grad, und neben ihme vornen die 43 Minuten, demnach ist mein unbekannter Winckel i groß 39 Grad, 43 Minuten, dessen Complementum zu 90. nemlich der Winckel k. stehet gleich gegen über auf dem andern Blat, 50. Grad, 17 Minuten.

III. Nach dem Triangul, welcher Num. 2. Fig. 6. stehet, und an welchen i k der Radius und also k l. der Sinus und i l der Sinus complementi ist, stünde das Exempel also: **Wie sich verhält der** *Radius i k.* **zu dem** *Radio* **in denen Tabellen, so verhält sich mein** *Sinus complementi* **zum**

Win-

Winckel i. das ist der *Sinus* des Winckels k in dem Triangul zu dem *Sinu* des Winckels k in denen Tabellen.

Lat. ik.	Rad.	Lat. il.
2,6(1	10000000	2,0(1

2.
1 6.6 2.2 1
6.84.68 26.8
2000 000000(7692307.
26666666 Sinus compl. des Winckels i. das ist des Winckels k.
2 2 2 2 2 2

Schlaget diesen Sinum in denen Tabellen auf, so wird der nächst-kleinere der ähnlichste seyn 7692137. über und neben welchen der Winckel 50 Grad 17 Minuten, als der Angulus complementi zum Winckel i. nemlich der Winckel k stehet, und wenn man also unter denen 2 spitzigen unbekannten Winckeln den Winckel k auf diese Weise zu erst gefunden, so stünde dessen Complementum zu 90 Grad, nemlich der Winckel i. gleich gegen über auf der andern Seiten, 39 Grad, 43 Minuten.

IV. Nachdeme also die zwey unbekannte Winckel gefunden, so ist die dritte unbekannte Seite kl auch leicht berechnet. Saget, nach dem Num. 2. Fig. 6. den Triangul betrachtet, also: **Der *Sinus totus* in denen Tabellen giebt die Seite ik. was giebt der *Sinus* des Winckels bey i. ?**

Resp. den Sinum ik, meines Winckels i an dem Triangul.

Sin. tot.	Lat. ik.	Sin. Winck. I. 39°.43′.
10000000	— 2,6(1	— 6389916
		2,6(1
		38339496
		12779832
		166137816 (1,6(i
		10000000

Demnach ist die dritte unbekannte Seite kl. lang 1,6(1. oder 1,66(2. das ist, eine Ruthe, 6 Schuh, 6 Zoll.

II. Mit Logarithmis.

I. Einen von beyden unbekannten Winckeln Logarithmicè zu finden, so nehmet den Triangul des Numeri 2. Fig. 6. da keine Secanten, sondern Sinus betrachtet werden, und saget: **Wie sich verhält der** *Logarithmus* **der Seite** *ik* 2,6(1. **als meines** *Radii* **zu dem** *Logarithmo Radii* **in denen Tabellen; So verhält sich der** *Logarithmus* **der Seite** *il.* **als des** *Sinus complementi*, **zu dem Winckel** *i.* **das ist, der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels** *k.* **zu dem** *Logarithmo Sinus* **eben dieses Winckels** *k* **in denen Tabellen.**

Log.

Log.Lat. ik. 2,6(1 Log.Rad. Log. Lat. il. 2,0(1

1. 4149733 — 10,0000000 — 1,3010300.

10.

11,3010300.

1.4149733.

Log. Sin. compl. des Winckels i. das ist Logarithmus Sinus des Winckels k. 9.8860567.

Schlaget diesen in denen Tabellen auf, der nächst-kleinere 9.8860470. ist ihme am ähnlichsten, dessen Winckel ist 50 Grad, 17 Minuten, so viel hält auch der Winckel k.

II. Die dritte unbekannte Seite Logarithmice zu finden, so saget: **Wie sich verhält der** *Logarithmus Sinus totius* **zu dem** *Logarithmo* **der Seite** *i k.* **so verhält sich der** *Logarithmus sinus* **des Winckels** *i.* **von** 39 **Grad,** 43 **Minuten, zu dem** *Sinu k l* **meines Trianguls.**

Log.Sin.tot. Log.Lat.ik. Log. Sin.39°.43'.

10.0000000 — 1.4149733 — 9.8054951.

9.8054951

11.2204684 Log. Lat. k l.

Schlaget diesen Logarithmum 1. 2204684. in denen Tabellen der absoluten Zahlen auf, und zwar gleich unter der Characteristica 3. um der kleinen Bruchstücker willen, so ist der nächst-kleinere 3. 2203696. neben ihme stehet die absolute Zahl, 1661. das ist 1,661(3. so viel ist auch mit blossen Zahlen gerechnet heraus kommen.

Scholion I.

Nachdeme das, was bey denen recht-wincklichten Trianguln vorkommen kan, deutlich genug wird erkläret worden seyn; so ist überhaupt dieß annoch zu mercken, daß man in *Praxi* gemeiniglich bloß mit Logarithmis rechne, mithin muß das *Scholion I. Probl.* XXVIII. sich wohl bekannt gemacht werden. Denn alles, was bishero mit blossen *Sinubus*, Tangenten und Secanten zu rechnen gewiesen worden, hat nicht dieß Absehen, als solte und müste man damit rechnen, da es doch mit Logarithmis weit geschwinder gehet, sondern nur bloß einem Anfänger zu weisen, wie auf beyderley Art zu rechnen seye. Demnach ist hierbey weiter nichts mehr, als nur folgendes, zu mercken:

I. Muß allezeit das unbekannte durch das bekannte gesuchet werden. Wenn demnach mehr Seiten als Winckel bekannt, so muß man durch die Seiten die Winckel suchen. Hingegen wenn mehr Winckel als Seiten bekannt, so müssen durch die Winckel die Seiten gefunden werden.

II. Sind mehr Seiten als Winckel bekannt, so heisset es also in der Regula de Tri: Die bekannte Seite, welche dem bekannten Winckel gegen-überstehet, giebt den *Sinum* desselben Winckels; was giebt die andere bekannte Seite? *Resp.* Sie giebt den Sinum des andern gegen-überstehenden Winckels, der zu suchen ist.

III. Sind mehr Winckel als Seiten bekannt, so suchet man erstlich den dritten Winckel, hernach heisset es allezeit also: Der *Sinus* des Winckels, welcher einer bekannten Seiten gegen-überstehet, giebt dieselbe bekannte Seite, was giebt der *Sinus* des Winckels, welcher der unbekannten Seiten gegen-überstehet? *Resp.* Er giebt die unbekannte Seite, die man zu wissen verlanget. Doch ist ein einziger Casus bey denen recht-wincklichten Trianguln auszunehmen, der unten soll erkläret werden.

Scholion II.

Ein Anfänger überlege, daß alle die Triangula ex Radio, Tangente und Secante in dem Canone durch alle Gradus und

Minu-

Minuten &c. deßwegen ausgerechnet werden, damit man nach solchen diejenigen Triangula, welche uns in denen Operationibus fürkommen, proportioniren, und ihr Verhältnüß gegen jene finden könte, so werden ihm in Wahrheit die wichtigsten Arbeiten der Trigonometrie leicht fallen.

Problema XXXVIII.

Wenn an einem recht-wincklichten Triangul der *Cathet* und die *Hypothenusa* bekannt, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls die dritte Seite und die zwey unbekannten Winckel zu suchen.

Resolutio.

I. Behaltet der Figuræ 6. Numerum 2. Tab. IV. und bildet euch ein l i. wäre der Cathet, der hielte nach der Linea arithmetica gemessen 350. die Hypothenusa ik hielte 460 dergleichen Theile.

II. Nehmet derowegen auf der Linea Chordarum directè 90. mit einem Hand-Circul, und stellet diese Weite transversim in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000, und lasset das Instrument unverruckt liegen.

III. Nehmet mit dem Hand-Circul die Länge der Hypothenusæ ik. 460. und stellet den einen Fuß des Hand-Circuls in 350. als die Grösse der bekannten Seiten li. und sehet, wo der andere Fuß obliquè auf der Linea arithmetica eintreffen wird, welches in 298 einschlagen wird, so groß wird die unbekannte Seite kl seyn, welches auch eintrifft, wenn von Centro aus 298. genommen und in k l getragen wird.

IV. Gesetzt k l wäre sammt der Hypothenusa k i. bekannt gewesen, und l. i. als der Cathet, sey zu suchen, so thut alles wiederum wie gewiesen worden: Nehmet 90 auf der Linea Chordarum, tragt es in die Lineam arithmeticam zwischen 1000. und 1000. nehmet die Hypothenusam 460. und stellet mit dieser Weite den einen Fuß des Hand-Circuls in 298. und sehet wo der andere Fuß auf der Linea arithmetica einschlage, wird seyn in 350. nehmet von Centro aus 350. und traget es, in den Cathet l i. wird just die gantze Grösse seyn.

V. Die zwey unbekannte Winckel zu suchen, so kan man nach dem Problemate XXXI. verfahren, und unten, wenn von Trianguln die Rede seyn wird, da alle 3 Seiten und kein Winckel bekannt, soll es auf eine andere Art gewiesen werden.

Scholion.

Nunmehro sollen die spitz- und stumpff-winckligte Triangul folgen, und deren Ausrechnung so deutlich, als in meinen Kräfften seyn wird, erkläret werden.

Problema XXXIX.

An einem spitz-winckligten Triangul *d e f* woran zwey Winckel *d* und *f*. sammt einer Seite *d e*. bekannt sind, die übrigen zwey Seiten und den dritten Winckel durch Rechnung zu finden.

Resolutio.

I. Mit blossen Sinubus.

Tab. IV. Fig. 7. I. Der Winckel d halte 51 Grad, 30 Minuten, der Winckel f. 60 Grad, 50 Minuten,

die

die bekannte Seite d e sey lang 1,86(2. den dritten Winckel nun darzu zu finden, so addiret die zwey bekannten Winckel, die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den dritten Winckel c.

ang. d.	51°.	30'.
ang. f.	60.	50.
Sum.	112.	20.
	179.	60.
Ang. e.	67.	40.

II. Nun sind in diesem Triangul alle drey Winckel und eine Seite bekannt: Die zwey übrigen Seiten zu finden, so mercket, weil hier mehr Winckel als Seiten bekannt, so müssen die Winckel voran, und durch diese, als die bekannten Stücke, die unbekannten Seiten gesuchet werden. Saget demnach also: **Der** *Sinus* **des bekannten Winckels** *f* **giebt die bekannte Seite** *d e.* **was giebt der** *Sinus* **des bekannten Winckels** *d? Resp.* Er giebt die gegen-überstehende unbekannte Seite f e. Saget ferner also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *f* **giebt die bekannte Seite** *d e.* **was giebt der** *Sinus* **des gefundenen Winckels** *e.*? Resp. Die gegen-überstehende unbekannte Seite d f.

III. Beydes kan nun so wohl mit blossen Sinubus, als auch ihren Logarithmis ausgerechnet werden, und soll dieß hier zum letztenmahl geschehen, in denen folgenden Problematibus wollen wir bloß Logarithmice rechnen.

Sin. Winck. f. 60°. 50'. Lat. de. Sin. Winck. d. 51°. 30'

8732058 — 1,86(2 — 7826082.

1,86(2

46956492
62608656
7826082

145565 1252(2

16129
5031
16.8542 6
500.6259 2
6.82446.47.4
145565'12 52(2 (1,66(2 Lat. fe.
8732058 88
873205 5
87320

Demnach wird die eine unbekannte Seite fe lang seyn 1,66(2. welches auch accurat eintrifft, wo nach einerley Maaß-Stab de und fe. gemessen werden.

IV. Die dritte unbekannte Seite df. zu finden, so setzet die Terminos in der Regula de Tri also:

Sin.

Sin. 60°. 50'. Lat. de. Sin. 67°. 40'.

8732058 — 1,86(2 — 9249888

1,86(2

55499328

73999104

9249888

17204791168(2

263

6·5·4·7·4·7

12·13·8·8·14

8·4·4·5 3·8·9

9·5·7·2·9·4·3·4·2

17204791168(2(1,97(2 Lat. d f.

8732058·8

87320·55

8732·0

873·2

Demnach ist die andere unbekannte Seite d f. auch gefunden, daß sie nach dem Maaß-Stab, damit de gemessen worden, lang sey 1 Ruthe, 9 Schuh, 7 Zoll, und also wäre der gantze Triangul mit blossen Sinubus ausgerechnet.

II. Mit Logarithmis.

I. Die unbekannte Seite f. c. an dem Triangul zu finden, so setzet es also, wie es vorhero auch gestanden in dem ersten Exempel, nur daß ihr allenthalben die Logarithmos dafür annehmet.

Log.Sin.60°.50′. Log.Lat.d.e. Log.Sin.51°.30′
9.9411166 — 2.2695129 — 9.8935444
9.8935444

12.1630573
9.9411166

Log.Lat. f, e. 2.2219407

Schlaget diesen Logarithmum unter denen Logarithmis der absoluten Zahlen auf, unter der Characteristica 2. sein nächst-kleinerer, der in denen Tabellen anzutreffen, 2.2201081. hat neben sich zur absoluten Zahl 166. und so viel ist für das Latus f e. mit blossen Sinubus auch heraus kommen.

II. Die dritte Seite d f. an dem Triangul zu finden, so behaltet die Sätze, wie sie mit blossen Sinubus berechnet stunden, nur allenthalben schreibet deren Logarithmos dafür an, so stehet das Exempel also:

Log.Sin.60°.50′. Log. Lat. d e. Log.Sin.67°.40′.
9.9411166 — 2.2695129 — 9.9661365
9.9661365

12.2356494
9.9411166

Log. Lat. d f. 2.2945328.

Schlaget diesen Logarithmum in dem Canone Logarithmorum von absoluten Zahlen auf, der nächst-kleinere, welcher ihme am ähnlichsten kommet, ist 2.2944662. neben ihm stehet die absolute Zahl 197. so viel ist auch für die Seite f d. mit blossen Sinubus gerechnet heraus kommen.

Scho-

Scholion I.

Suchet die beyde Logarithmos Laterum fe und d f. unter der Characteristica 3. so erhaltet ihr um ein Bruch-Stück noch genauer die Grösse dieser unbekannten Seiten. Neben dem Logarithmo Lateris fe. dessen nächst-ähnlichster ist 3.221935 6. stehet die absolute Zahl 1667. das ist 1 Ruthen, 6 Schuh, 6 Zoll, 7 Gran, ist die Seite fe lang. Neben dem Logarithmo Lateris d f. als dessen nächst-ähnlichsten 3. 2944662. stehet die absolute Zahl 1970. und ist also ein Anzeigen daß die dritte Seite accurat 1 Ruthe, 9 Schuh, 7 Zoll, Null Gran lang sey. Wer es noch accurater haben wolte, der müste sich die Differenz aus diesem Logarithmo suchen, und nach dem Problemate LXVIII. Part. I. verfahren.

Scholion II.

Es ist in dem Scholio des Problematis XXXV. allbereit angemercket worden, daß in jeder Operatione Regulæ de Tri die Bruch-Zeichen alle erst einerley seyn, oder gemacht werden müssen, damit man derer Zahlen ihre Logarithmos auch darnach unter ihrer rechten Characteristica aufschlagen könne. Zum Exempel es wäre gefehlet, wenn die drey Sätze in der Regula de Tri also stünden:

Log. Lat. 1,6(1 — Log. Sin. 42°. — Log. Lat. 2,23(2.

1. 1760913 — 9. 8255109 — 2. 3463530.

Denn in diesem Exempel wäre das Bruch-Zeichen in dem ersten Satz eine Unität, und in dem dritten Satz wären es zwey Unitäten, mithin hätte der Logarithmus des ersten Satzes zur Characteristica 1. und der Logarithmus in dem dritten Satz zur Characteristica 2. Es müssen die Characteristicæ sowohl in dem ersten und dritten Satz, wenn durch die bekannten Seiten die unbekannten Winckel gesuchet werden, als auch in dem andern und herauszukommenden vierdten Satz, wenn durch derer bekannten Winckel ihre Sinus die unbekannten

Sei-

Seiten berechnet werden, nach der Gleichheit des Bruch-Zeichen sich richten; das Exempel solte demnach also stehen:

Log.Lat.1,60(2 — Log.Sin.42°.' — Log.Lat.2,22(2

2.1760913 — 9.8255109 — 2,3463530.

Hingegen wenn durch die Sinus derer Winckel die unbekannten Seiten gesuchet werden, und also der mittlere Satz in der Regula de Tri die Zahl einer Seiten des Trianguls ist, dessen Logarithmus dafür im Rechnen angenommen wird, so mercket nur auf der Zahl des mittleren Satzes ihr Bruch-Zeichen. Eben ein solches muß der vierdte Satz, der gefunden werden soll, auch bekommen. Exempli gratia: Es stünden die drey Termini also sammt ihren Logarithmis:

Log.Sin. 42°. Log.Lat. 1,60(2 Log.Sin. 55°.59'.

9.8255109 — 2.1760913 — 9.9184890

So kommt nach der Operatione, wenn die zwey hinteren Logarithmi addiret und der vorderste Logarithmus von der Summa subtrahiret wird, zu der quarta proportionali heraus der Logarithmus 2.2690694. Diesen schlaget unter der Characteristica 2 auf, so stehet darneben die absolute Zahl 185. weil nun der mittlere Satz zum Bruch-Zeichen 2 hatte, so muß auch dieser vierdte Terminus solch Bruch-Zeichen bekommen, und demnach stehet die Zahl also: 1,85(2. wird aber dieser Logarithmus unter der Characteristica 3. aufgeschlagen, so wird noch eine Unität zum Bruch-Zeichen gethan, weil eine Zahl noch mehr gefunden wird, und stehet also. 1.858(3.

Problema XL.

An einem stumpff-wincklichten Triangul *d e f.* an welchem der spitzige Winckel *d.* 36. Grad, 42. Minuten, der stumpffe Winckel *f.* 121. Grad, 25. Min. und eine Seite *d f.* 10,8(1 bekannt, den übrigen dritten Winckel *e.* und die zwey andern Seiten *d e.* und *e f.* zu finden.

Re-

Resolutio.

I. Addiret die zwey gegebene Winckel, die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den dritten Winckel e. 21°. 53′. Tab. IV. Fig. 8.

Ang. d.	36°.	42′.
Ang. f.	121.	25.
Summa.	158.	7.
	179.	60.
Ang. e.	21.	53′.

Weilen hier auch in der Rechnung ein stumpfer Winckel vorkommt, mit dessen Complemento zum halben Circul man operiren muß, wie schon erkläret worden, so subtrahiret zugleich den stumpffen Winckel f. 121. Grad, 25. Minuten, von 180. kommt zum Complemento 58°. 35′.

Ang. f.	121°.	25′.
	179.	60.
Ang. compl.	58.	35.

II. Nun sind alle 3 Winckel bekannt, d. ist 36. Grad, 42. Minuten, f. ist 121°. 25′. oder sein Complementum zum halben Circul, mit deme man eigentlich rechnet, statt des stumpffen Winckels, ist, 58°. 35′. Der Winckel e. 21°. 53′. Mit diesen und der Seiten d. f. 10,8(1. suchet die zwey andern unbekannten Seiten.

III. Die Seite e f. zu finden, so saget: Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus* des Winckels 21. Grad, 53. Minuten, zu dem *Logarithmo*

seiner gegen-überstehenden bekannten Seiten *d f.* 10,8(1. So verhält sich der *Logarithmus Sinus* des Winckels *d.* 36. Grad, 42. Minuten, zu seiner gegen-überstehenden unbekannten Seiten *e f.* die berechnet werden soll.

Log. Sin. 21°. 53'. Log. Lat. d f. 10,8(1. Log. Sin. 36°. 42'.

9.5713802 — 2.0334238 — 9.7764289.

9.7764289

11.8098527

9.5713802

Log. Lat. e f. 2.2384725.

Schlaget diesen Logarithmum gleich unter der Characteristica 3. auf, so ist dessen nächst-grösserer 3.2385479. der ähnlichste, neben ihm stehet die absolute Zahl, 1732. das ist, weil das Bruch-Zeichen 1. und die Characteristica 3 ist, 17,32(2. lang ist die Seite e f. Wolte man damit nicht zufrieden seyn, sondern verlangte zu wissen, wie viel es noch über 17,31(2. betrüge, denn es machet nicht gar 17,32(2. aus, so verfahret nach dem Probl. LXVIII. Partis I. und es wird heraus kommen 17,31699(5. das ist aufs allernächste 17,3117(3. dafür nimmt man nun billig an 17,32(2.

IV. Endlich die Seite d e. zu berechnen, so sage:

Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus* des Winckels e. 21. Grad, 53. Minuten, zu dem *Logarithmo* der gegen-überstehenden Seiten *d f.* 10,8(1. So verhält sich der *Logarithmus Sinus complementi* des Winckels *f.*

nem-

nemlich 58. Grad, 35. Min. zu seiner gegenüberstehenden unbekannten Seiten *d e.*

Log. Sin. 21°. 53. Min. Log. Lat. df. Log. Sin. 58°. 35'.

9.57138o2 — 2.0334238 — 9.9311522

9.9311522

11.9645760

9.5713802

Log. Lat. d e. 2.3931958.

Wird dieser Logarithmus gleich unter der Characteristica 3. aufgesucht, so wird der nächst-grössere 3. 3932241. ihme am ähnlichsten seyn, neben welchem die Zahl 2473. stehet. Nun ist das Bruch-Zeichen in der Regula de Tri Eines, und unter der Characteristica 3. ist es aufgeschlagen, so schneide hinten 2 Zahlen weg, und müssen der gantzen an Zahlen zwey seyn, ist also die Seite d. e. lang 24,73(2.

Also ist nun der gantze Triangul ausgerechnet.

Ang. d. 36°. 42'.
Ang. f. 121. 25.
Compl. 58. 35.
Ang. e. 21. 53.
Lat. d. f. 10, 8(t.
Lat. e f. 17, 32(2.
Lat, d e, 24, 73(2.

Proj

Problema XLI.

Wenn an einem Triangul zwey Winckel und eine Seite bekannt sind, durch Hülffe des *Proportional*-Circuls die zwey unbekannten Seiten zu finden.

Resolutio.

I. Es sey der Triangul Fig. 9. Tab. IV. daran ist bekannt der Winckel d. 60. Grad, der Winckel f. 50. Grad, und das Latus d f sey 310. lang auf der Linea arithmetica gemessen. Addiret die zwey bekannten Winckel, und die Summam 110. subtrahiret von 180. bleibt 70. für den dritten Winckel e.

II. Suchet dieser drey nunmehro bekannter Winckel ihre Sinus rectos auf dem Proportional-Circul, nach dem Problemate XXV. so wird der Sinus rectus des Winckels d. von 60. Grad seyn 866. der Sinus des Winckels f. von 50. Grad, 766. und der Sinus des Winckels e. von 70. Grad 939.

III. Hieraus die Seiten zu finden, so nehmet die bekannte Seite d f. 310. directe von der Linea arithmetica, und stellet solche Weite transversim in die Lineam arithmeticam zwischen die Zahl des Sinus vom Winckel e. als welcher der gegebenen Seiten gerade gegen-übersteht. Nun hält der Sinus des Winckels e. von 70°. 939. demnach stellet die Weite 310. zwischen 939. und 939. Nehmet unverruckt die Weite des Sinus von 50. Grad, der gefunden worden, daß er sey 766. das ist, nehmet die Weite zwischen 766. und 766. so

giebt

giebt dieſe das gegen-überſtehende Latus d e. welches vom Centro aus gemeſſen ſeyn wird 253.

III. Nehmet ferner auf dem unverruckten Proportional-Circul die Weite zwiſchen 856 und 866. dieß giebt die gegen-überſtehende Seite e f. welches von Centro aus auf der Linea arithmetica gemeſſen ſeyn wird 286.

IV. Hätte man einen ſtumpff-wincklichten Triangul, ſo wird der ſtumpffe Winckel ſubtrahiret von 180. der Reſt giebt das Complementum zu einem halben Circul. Hernach verfahret mit dieſem Complemento und ſonſt in allen, wie in dieſem Problemate gezeiget worden, ſo könnet ihr nicht fehlen.

Scholion.

Bis hieher ſind in allen ſpitz- und ſtumpff-wincklichten Trianguln allezeit zwey Winckel und eine Seite bekannt geweſen. Nun ſollen in andern Trianguln zwey Seiten und 1. Winckel als bekannt angegeben, und deren Ausrechnung darnach angeſtellet werden.

Problema XLII.

Es werden an einem ſtumpff-wincklichten Triangul zwey Seiten und ein Winckel, welcher der einen bekannten Seiten gegen über ſtehet, gegeben, fragt ſichs, wie groß ſind die zwey Winckel, und die dritte unbekannte Seite?

Reſolutio.

I. Der Winckel g ſey bekannt 31°. das gegen-überſtehende Latus h i. ſey lang 1,54(2. und das Latus g h. 2,04(2. ſo ſuchet forderſamſt Tab. IV. Fig. 10.

samst die 2 andern Winckel heraus, hernach giebt sich die dritte Seite leicht.

II. Sprecht dahero also: **Der *Logarithmus* der Seiten *h. i*, welche dem bekannten Winckel *g* gegen-überstehet, giebt den *Logarithmum Sinus* dieses bekannten Winckels: Was giebt der *Logarithmus* der andern bekannten Seiten *g h*?** Resp. Den Logarithmum Sinus des gegen-überstehenden unbekannten Winckels i.

Log.Lat.h i.		Log. Sin. 31°.		Log.Lat. h g.
2.1875207	—	9.7118393	—	2.3096302
		2.3096302		
		11.0214695		
		2.1875207		
Log.Sin. 43°.1′.		9.8339488		

Schlaget diesen Logarithmum Sinus auf in dem Canone, der nächst-kleinere darinnen 9.8339188. ist ihm der ähnlichste. Uber und neben solchem nun stehet der Winckel von 43. Grad, 1 Minuten, so groß ist der Winckel i.

III. **Nun addiret beyde bekannte Winckel, die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den dritten Winckel h. 105°,59′.**

Ang. g.	31°.	1.
Ang. i.	43.	1.
	74.	1.
	179.	60.
Ang. h.	105.	59.

IV. Die

IV. Die dritte unbekannte Seite endlich heraus zu bringen, so sprechet: **Wie sich verhält der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels** *g* **von** 30°. **zu seiner gegen-überstehenden Seiten** *h i* **ihrem** *Logarithmo*: **So verhält sich der** *Logarithmus Sinus complementi* **des Winckels** *h.* **von** 105 **Grad,** 59 **Minuten, das ist der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels von** 74 **Grad,** 1 **Minute, zu der gegen-überstehenden unbekannten Seiten** *g i.*

Log. Sin. 31°.	Log. Lat. h. i.	Log. Sin. 74°. 1'.
6. 7118393	— 2. 1875207	— 9. 9828778.
	9. 9828778	
	12. 1703985	
	9. 7118393	
Log. Lat. g. i.	2. 4585592	

Suchet gleich unter der Characteristica 3. in denen Tabellen den Logarithmum, der nächst-kleinere 3. 4584867. ist der ähnlichste. Neben ihm stehet die absolute Zahl 2874. nun ist das Bruch-Zeichen des mittlern Satzes eine 2. demnach stehet die Zahl von rechts wegen also: 2,874(2. so lang ist die Seite g i.

Problema XLIII.

Wann an einem Triangul zwey Seiten und ein Winckel, welcher der einen Seiten gegen-überstehet, bekannt: Das übrige daran auf dem *Proportional*-**Circul zu finden.**

Resolutio I.

I. Gesetzt, es wäre an dem Triangul l m n Tab. IV. bekannt die kürtzeste Seite m n. 320. das Fig. II. andere Latus l n 590. auf der Linea arithmetica gemessen, der Winckel l halte 30 Grad.

II. Suchet den Sinum rectum des Winckels l von 30 Grad auf dem Proportional-Circul, vermöge des *Probl.* XXV. solcher wird seyn 500.

III. Nehmet diesen Sinum 500. directe auf der Linea arithmetica und traget ihn transversim zwischen 320 u. 320 auf die Lineam arithmeticam, als groß nemlich die Seite m n. des Trianguls ist.

IV. Hierauf nehmet unverruckt mit einem Hand-Circul die Weite zwischen 590. und 590. als der andern Seiten l n. ihre Grösse, und messet solche directè auf der Linea arithmetica, giebt 924. welches der Sinus des Winckels von 67 Grad, 33 Minuten ist. Diesen Winckel subtrahiret von 180°. bleibt 112°. 27'. für den stumpffen Winckel m.

V. Addiret nunmehro den Winckel l. 30 Grad, und den Winckel m. 112 Grad 27. Minuten, die Summa ist 142 Grad 27 Minuten, diese subtrahiret von 180. giebt im Rest den dritten Winckel n 37 Grad 33 Minut.

VI. Suchet nunmehro den Sinum von 37 Grad 33 Minuten, nach dem Probl. XXV. welcher 609 seyn wird. Nehmet hierauf 609 mit dem Hand-Circul und traget solche transversim zwischen 1000 und 1000 auf der Linea arithmetica. Hernach stellet den einen Fuß des Hand-Circuls in

590.

590. den andern thut so weit zu, bis er oblique in 320 einfalle; diese Weite des Hand-Circuls wo sie directè wird auf der Linea arithmetica gemessen, hält 390. so groß ist die unbekannte Seite m l.

Resolutio II.

I. Es wäre eben dieser Triangul l mn. da- Tab. IV.
ran wäre bekannt die Seite m n 320. die Fig. II.
Seite m l 390. und der Winckel l. 30 Grad. Es solte die Seite n l. gesuchet werden, nebst dem Winckel m. und n. so suchet des Winckels l. seinen Sinum, dieser ist hier schon bekannt daß er sey 500. weil der Winckel 30 Grad hält, wie in der ersten Resolutione.

II. Nehmet directè auf der Linea arithmetica 500. als diesen Sinum, und traget ihn transversim zwischen 320 u. 320. auf die Lineam arithmeticam.

III. Nehmet auf dem unverruckten Instrument die Weite zwischen 390 und 390. und messet es directè auf der Linea arithmetica, giebt 610. welches der Sinus von 37°. 33′ ist, als des Winckels n.

IV. Addiret hierauf den Winckel l. 30°. und den Winckel n 37°. 33′. kommt 67°. 33′. dieß subtrahiret von 180. bleibt 112°. 27′. für den dritten und stumpffen Winckel m.

V. Da nun die 3 Winckel und die 2 Seiten m n. und m l. bekannt, so findet sich die dritte Seite n l. also: Nehmet von der Linea Chordarum directè 112°. 27′ mit einem Hand-Circul, stellet diese Weite in die Lineam arithmeticam transversim zwischen 1000 und 1000. und unverruckt nehmet die Weite zwischen 320 und 390. obliquè, so

giebt dieß die Seite n l. denn wo ihr die Weite des zwischen 320 und 390 stehenden Hand-Circuls auf der Linea arithmetica messet vom Centro aus, so wird solche 590 ausmachen, so lang ist just n l.

Problema XLIV.

An einem spitz-wincklichten Triangul zu zwey bekannten Seiten und einem bewusten Winckel die zwey übrigen Winckel und die dritte Seite zu finden.

Resolutio.

Tab. IV. Fig. 12. I. Es sey der spitz-wincklichte Triangul o p q. daran sey bekannt die Seite o p. 1,5(1. die Seite o q. 2,22(2. und der Winckel q. 42 Grad.

II. Suchet am ersten die noch fehlende Winckel, und saget also: Der *Logarithmus* der bekannten Seiten *o p.* 1,5(1. giebt den *Logarithmum* Sinus des gegen-überstehenden Winckels *q.* 42°. Was giebt der *Logarithmus* der andern bekannten Seiten *o q.* 2,22(2 ? Resp. Er giebt den Logarithmum Sinus des gegen-überstehenden unbekannten Winckels p

Log. Lat. o p. 1,50(2 Log. Sin. 42°. Log. Lat. o q. 2,22(2

2. 1760913. — 9. 8255109 — 2. 3463530.

2. 3463530

12. 1718639

2. 1760913

Log. Sin. Ang. p. 9. 9957726

Schla-

Schlaget diesen Logarithmum Sinus in dem Canone auf; der nächst-kleinere darinnen 9.9957705 ist der ähnlichste. Uber und neben dem stehet der Winckel 82°. 1′.

III. Indeme nun 2 Winckel bekannt, nemlich der Winckel q. 42°. der Winckel p. 82°. 1′. so addiret beyde, die Summam 124 Grad 1 Min. subtrahiret von 180. bleibt 55°. 59′. vor den drittē Winckel o.

IV. Nunmehro suchet auch die dritte unbekannte Seite, und sprechet: Der *Logarithmus Sinus* des Winckels *q* von 42°. giebt den *Logarithmum* der gegen-überstehenden Seite *o p*. 1,5(1. was giebt der *Logarithmus Sinus* des Winckels *o* von 55°. 59′. ? Resp. Er giebt den Logarithmum der gegen-überstehenden unbekannten Seiten p q. die man zu wissen verlangt.

Log.Sin.42°.	Log.Lat. o p.	Log.Sin.55°. 59′.
9.8255109	— 2.1760913	— 9.9184890.
	9.9184890	
	12.0945803	
	9.8255109	
	2.2690694 Log. Lat. p q.	

Schlaget diesen Logarithmum unter der Characteristica 3. in dem Canone Logarithmorum von absoluten Zahlen auf, der nächst-kleinere darinnen, 3. 2690457. wird der ähnlichste seyn, neben diesem stehet die absolute Zahl 1858. und weilen in der Operatione Regulæ de Tri das Bruch-Zeichen 2 war, so solten 2 Zahlen hinten als Bruchstücker davon gehen, alleine, weilen es un-

ter der Characteristica 3. aufgeschlagen worden, so stehet es also: 1,858(3. das ist p. q. ist lang 1 Ruthen, 8 Schuh, 5 Zoll, 8 Gran.

Scholion I.

Einem Anfänger ist zu rathen, er nehme bey jedem Problemate unterschiedliche Triangul von unterschiedenen Winckeln und Seiten, exercire sich in diesen schönen Trigonometrischen Rechnungen, denn dieß ist der beste Weg, sich alle diese Dinge rechtschaffen bekannt zu machen.

Scholion II.

Bis hieher sind die spitz-wincklichte und stumpff-wincklichte Triangul also ausgerechnet, und deren unbekannte Stücke gesuchet worden, daß NB. allemal entweder denen bekannten Winckeln eine gegen-über stehende Seiten, oder denen gegebenen Seiten ein gegen-über stehender Winckel bewust war; alleine es giebt auch ein Exempel, da zwey Seiten und der darzwischen stehende Winckel bekannt sind, man soll die zwey andern Winckel und die dritte Seite heraus bringen. In solchen Fall gehet es nun nicht an, nach bisheriger gezeigter Methode, sondern es muß also verfahren werden, wie das folgende Problema lehren wird.

Problema XLV.

An einem spitz-wincklichten Triangul, da 2 Seiten und der Winckel, welcher zwischen innen stehet, bekannt, die 2 übrigen Winckel und die dritte Seite zu finden.

Resolutio.

Hier lässet sich die bisherige Methode nicht gebrauchen, sondern es sind zwey andere Wege, durch welche die unbekannte Stücke an einem solchem Triangul können ausfündig gemachet werden. Den ersten Weg soll nun dieses Problema zeigen.

I. Es

I. Es sey der Triangul a b c. daran wären bekannt die zwey Seiten a c. 400. und a b. 320. sammt dem darzwischen stehenden Winckel a. 38°. 50′.

II. Bildet euch ein, es wäre eine Perpendicular-Linie von dem einen unbekannten Winckel, ex. gr. von b. herunter auf a c. gezogen, (oder ziehet auch wohl würcklich eine solche blinde Perpendicularem b d.) diese theilet also den Triangul a b c. in zwey recht-wincklichte Triangul a d b. und c d b. Tab. IV. Fig. 13.

III. An dem einem Triangul c x b. ist nun gar nichts bekannt, an dem andern Triangul aber a d b. ist bekannt der rechte Winckel d. der spitzige Winckel a. und die Seite a b. Aus diesen dreyen bekannten Stücken suchet nun die Linie a d. und d b. und den Winckel b. nach dem Problemate XXXIII. der Winckel b. giebt sich, wenn der Winckel a. 38°. 50′ von 90 subtrahiret werden: Denn der Rest 51°. 10′ machet den Winckel b. Die zwey Seiten a d. und d b. weil ich deren Ausrechnung in dem angeführten Problemate deutlich beschrieben, will ich hier ohne Erklärung nur gleich nach der Rechnung hersetzen.

Log. Sin. tot.	Log. Lat. a b.	Log. Sin. 38°. 50′.
10. 0000000 —	2. 5051500 —	9. 7973071.
	9. 7973071	
	12 3024571.	Log. Lat. d b. 201.

Log. Sin. tot.	Log. Lat. a b.	Log. Sin. compl. 51°. 10′.
10. 0000000 —	2. 5051500 —	9. 8915226
	9. 8915226	
	12. 3966726	

Log.

Demnach ist an dem Triangul a d b alles gefunden: Der unbekannt gewesene Winckel ist 51°. 10′. das unbekannte Latus b d. 201. das Latus a d. 249.

IV. Nunmehro subtrahiret das gefundene Latus a d 249 von dem gegebenen Latere a c. 400. der Rest giebt das Latus x c. an dem andern Triangul.

Lat. a c. 400.
Lat. a d. 249.

Lat. x c. 151.

Mithin ist jetzo in dem Triangul c x b. bekannt das Latus b x = b d. 201. das Latus x c. 151. und der rechte Winckel x.

Mit diesen drey bekannten Stücken suchet anjetzo nach dem Problemate XXXV. die zwey übrigen Winckel und die dritte Seite, und weilen auch dieses in dem angeführten Problemate deutlich gezeiget worden, so will ich, um der Kürtze willen, es bloß, wie es in der Rechnung zu stehen kommet, hieher setzen.

Log. Tang. Ang. r.
Log. Lat. b d — b x. Log. Rad. id. est. Lat. xc. 151.
2.3031961. — 10. 0000000 — 2. 1789769
2. 1789769

12. 1789769
2. 3031961

9. 8757808 Log. Tang. Ang. r.
in denen Tabellen
36°. 55′.

Sub-

Subtrahiret den Winckel r. 36°. 55'. von 90. der Rest ist der Winckel c. nemlich 53 Grad 5 Minuten. Endlich die dritte Seite zu finden b c. so könnte dieses zwar nach dem Theoremate Pythagorico geschehen, wenn die bekannte Latera b x. und x c. quadriret, die beyden Quadrata addiret, aus der Summa der Radix Quadrati extrahiret würde; alleine weilen es hier Trigonometrice geschehen soll, so saget also: **Wie sich verhält der** *Logarithmus Sinus complementi* **des Winckels** *r.* **das ist der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels** *c.* **von 53 Grad 5 Minuten, zu dem** *Logarithmo Lateris b x.* **So verhält sich der** *Logarithmus Radii* **zu dem** *Logarithmo Lateris b c.*

Log. Sin. 53°. 5'	Log. Lat. b x.	Log. Rad.
9.9028239	— 2.3031961 —	10.0000000.
	10.	
	12.3031961	
	9.9028239	
	2.4003722	Log. Lat. b c. 251.

Demnach ist nunmehro der gantze Triangul a b c berechnet: Die 3 gegebenen Stücke waren.

Lat. a b. 320.
Lat. a c. 400.
Ang. a. 38°. 50'.

Die drey unbekannten und gefundenen Stücke dieses Trianguls sind:

Ang. b † r.	51°. 10'.	† 36°. 55'. das ist.	88°. 51'.
Angulus c. welcher ist			53. 5.
Latus tertium b c			251. (0.

Sche-

Scholion.

Man hätte das Werck nach eben diesem Weg auch also angreiffen können: Wann der Triangul a d b. völlig ausgerechnet, daß man weiß, wie groß a d u. b d: Wann nachgehends a d von a c subtrahiret worden, und der Rest x c heraus gekommen: wenn dadurch an dem Anfangs unbekannten Triangul b x c. die zwey Latera b x. und x c. bekannt worden, alsdann könten diese zwey Latera quadriret, die Quadrata addiret und der Radix Quadrati aus der Summa extrahiret werden, so wäre die dritte Seite b c. an dem Triangul a b c. bekannt, und fehleten die 2 Winckel noch b und c. welche leicht zu finden wären, da nunmehro an dem Triangul a b c. die 3 Seiten und der Winckel a. bekannt sind: Saget also: Der *Logarithmus* der Seiten *b c* giebt den *Logarithmum Sinus* des gegen-überstehenden Winckels *a.* von $38^{\circ}.50'.$ was giebt der *Logarithmus* der Seiten *a b*? Resp. Er giebt den Logarithmum Sinus des gegen-überstehenden unbekannten Winckels c. Wenn nun dieser Winckel c. gefunden, so addiret die zwey bekannte Winckel a und c. die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den Winckel b. an dem Triangul a b c. wenn die blinde Perpendicularis mente scheinet wieder hinweggethan zu seyn. Die gantze Arbeit stehet berechnet also:

Lat. d b. 201. Lat. x c. 151.

201. 151.

201. 151.

755

402 151

40401 □ 22801 □

22801 □

63202 □

2

2 7 1

6 3 2 0 2 (251. Lat. b c.

445

5

225

1

50 1

Log.Lat.b c. Log.Sin.38°.50'. Log.Lat.a b.

2.3996737 — 9.7973071 — 2.5051500.

2.5051500

12.3024571

2.3996737

Log.Sin.Ang.c. 9.9027834

53°. 5'

Ang. a. datus 38°. 50'.

Ang. c. invent. 53. 5.

91. 55.

179. 60.

Ang. b. invent. 88. 5.

Hier siehet man, daß eben das wiederum heraus gekommen, was in dem Problemate die Rechnung zuletzt gegeben hat.

Problema XLVI.

Nach eben dieser *Methode* einen stumpff-wincklichten Triangul auszurechnen, an welchem zwey Seiten und der darzwischen stehende Winckel bekannt.

Resolutio.

I. Es sey der stumpff-wincklichte Triangul a b c. die Seite a c sey lang 17(1. die Seite c b 1,95(2. der darzwischen stehende Winckel c halte 147. Grad. Tab. IV. Fig. 15.

II. Suchet am ersten das Complementum des Winckels c. von 147 Grad, wie viel nemlich noch

noch fehlet zu einem halben Circul, das ist, subtrahiret 147 von 180. der Rest giebt den Angulum Complementi a c d. von 33 Grad.

III. Nunmehro ist an dem Triangul a c d. bekannt die Seite a c. 1,7(1. der Winckel a c d. 33 Grad, und der rechte Winckel a d c. 90 Grad. Mit diesen dreyen bekannten Stücken suchet die Seite a d. und d c. und den Winckel c a d.

III. Subtrahiret den Winckel a c d. 33°. von 90. der Rest 57°. giebt den Winckel d a c.

V. Saget nun nach dem Problemate XXXIII. also: **Der** *Logarithmus Radii* **in denen Tabellen giebt den** *Logarithmum* **der Seite** *a c.* 1,7(1. **Was giebt der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels** *a c d* 33°.? Resp. **Er giebt den** Logarithmum **der Seite** a d.

Log. Rad.	Log. Lat. a c. 1,7(1.	Log Sin. 33°.
10,0000000 —	1.2304489 —	9.73610088
	9.73610088	
	10. 9665577	Log. Lat. ad. 9(1.

Suchet man diesen Logarithmum unter der Characteristica 0. so ist neben dem nächst-ähnlichsten die Zahl 9. und weilen der mittlere Satz eins zum Bruch-Zeichen hatte, so muß diese quarta proportionalis auch eins zum Bruch-Zeichen haben, und stehet demnach also: 9(1. Schlaget diesen gefundenen Logarithmum unter der Characteristica 3. auf, der nächst-grössere ist der ähnlichste, 3,9665641. neben ihm stehet die absolute Zahl 9259.

das

das ist 9259(4. oder 9 Schuh, 2 Zoll, 5 Gran, 9 erste Scrupel ist die Seite a d lang.

VI. Saget ferner: **Der** L*ogarithmus Radii* **in denen Tabellen giebt den** L*ogarithmum* **der Seite** *a c*. 1,7(1. **was giebt der** L*ogarithmus Sinus* **des Winckels** *c a d*. **von** 57 **Grad**? Resp. Er giebt den Logarithmum der Seite c d.

Log. Rad.	Log. Lat. a c.	Log. Sin. 57.
10,0000000	— 1. 2304488	— 9.9235914.

9.9235914

11. 1540403

Suchet diesen Logarithmum unter der Characteristica 1. Der nächst-ähnlichste wird seyn 1. 1461280. neben ihm stehet die absolute Zahl 14. weilen nun der mittlere Satz in der Regula de Tri eine Unität zum Bruch-Zeichen hatte, so muß auch dieser vierdte gefundene Satz 14. eine Unität zum Bruch-Zeichen bekommen, und stehet dieser also: 1,4(1. das ist 1 Ruthen, 4 Schuh lang ist die Seite d c. Wolte man noch mehrere Bruch-Stücker wissen, so schlaget diesen Logarithmum unter der Characteristica 3 auf, der nächst-ähnlichste wird seyn 3.1541195. dessen absolute Zahl ist 1429. Weil ich nun schon eine Unität im Bruch-Zeichen hatte, und durch die Characteristicam 3 noch zwey Unitäten darzu bekomme, so muß das Bruch-Zeichen 3 seyn, und stehet demnach die Zahl also: 1,426(3. das ist: Alle die hinteren Zahlen, die noch zu 1,4(1. gesuchet werden, sind lauter Bruch-Stücker, die alle zusammen nicht ein gantzes ausmachen, mithin

muß

muß das Bruch-Zeichen um so viele Unitäten vermehret werden, als viele Zahlen der kleineren Theiligen die Länge einer Grösse genauer determiniren.

VII. Addiret anjetzo d c. zu c b. so kommt in der

Summa d b. 3,376(3
Lat. d c. 1,426(3
Lat. c b. 1,950(3

Lat. d b. 3,376(3

VIII. Nunmehro ist an dem recht-winckligten Triangul a d b. bekannt die Seite a d. die Seite d b. und der rechte Winckel d. Mit diesen dreyen Stücken ist leicht einer von beyden unbekannten spitzigen Winckeln a oder b. des Trianguls a d b. zu finden. Saget nach der Regula de Tri also: **Die Seite** *a d.* 9(1. **oder** 9259(4. **giebt den** *Radium* **in denen Tabellen, was giebt die Seite** *d b.* 3,376(3.? Resp. Es giebt den Tangenten des gantzen Winckels a. in Ansehung des Trianguls a d b. Logarithmice, wenn die Bruch-Zeichen des ersten und dritten Satzes einerley vorhero gemacht werden, stehet es also:

Log.Lat.a d. 925(3. Log.Rad. Log.Lat. d b. 3,376(3.
2.9661417 — 10.0000000 — 3.5284024
10.

13.5284024
2.9661417

10.5622607

Der nächst-kleinere Logarithmus Tangentis in denen Tabellen, 10.5619413. ist der ähnlichste, über

und

und neben welchem stehet der Winckel 74°. 40'. so groß wird der gantze Winckel a. seyn, oder d a b. verstanden. Sehet zugleich in dem Canone hinüber auf die andere Seiten in einerley Reyhe, so wird dieses Winckels 74°. 40'. sein Complementum seyn 15°. 20'. so groß ist der Winckel b.

IX. Nun kan der andere spitzige Winckel c a b. auf zweyerley Weise gefunden werden: Entweder subtrahiret den gefundenen Winckel c a d. 57°. von dem gefundenen gantzen Winckel d a b. das ist, c a d † c a b. welcher ist 74. Grad, 40. Minuten, so bleibt im Rest der Winckel c a b. 17. Grad, 40 Minuten.

Ang.	c a d † c a b	74°. 40'
Ang.	c a d - - -	57. -
Ang.	c a b	17. 40

Oder addiret die zwey bekannten Winckel des Trianguls a b c. nemlich den Winckel c. 147°. und den Winckel b. 15°. 20'. die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt auch den Winckel c a b.

Ang.	c.	147°. 0'
Ang.	b.	15. 20
Summa.		162. 20
		179. 60
Ang.	c a b.	17. 40

X. Da nunmehro an dem gegebenen stumpffwincklichten Triangul bekannt die 3 Winckel und die zwey Seiten a c. und c b. so ist die dritte Seite a b. bald gar gefunden. Entweder neh-

met mente wiederum den Triangul a d b. an, quadriret die beyden bekannten Latera a d. und d b. die Quadrata addiret, aus der Summa extrahiret Radicem Quadrati, so ist der Radix die dritte verlangte Seite a b.

Lat. a d. 925(3 — Lat d b. 3,376(3
925(3 — 3,376(3

4625 — 20256
1850 — 23632
8325 — 10128
— 10128

855625(6□ — 11397376(6□
11,397376(6□
855625(6□

12,2530001(6□

3
12,2530001(6(3,500(3 Lat, a b.

965
5

325
1
700
1
700

XI. Oder, man kan den recht-wincklichten Triangul a d b. behalten und die Seite a b. Trigonometrice finden. Sehet die Seite a b. des Triangulsa d b. vor einen Radium an, so ist a d. der Sinus des Winckels b. u. d b. ist der Sinus comple-

menti des Winckels b. das ist der Sinus des Winckels b a d. Saget demnach also: Der *Logarithmus Sinus complementi* des Winckels *b.* das ist der *Logarithmus Sinus* des Winckels *b a d.* giebt den *Logarithmum* der gegen-überstehenden Seiten *d b.* was giebt der *Logarithmus Radii* in denen Tabellen? Resp. Er giebt den Logarithmum der Seiten a b. in meinem Triangul als ein Radius betrachtet.

Log. Sin. 74°. 40'. Log. Lat. d b. 3,3763. Log. Rad.
9,9842589 — 3,5284024 = 10,0000000

10

13,5284024
9,9842589

Log. Lat. a b. 3,5441435

Suchet diesen Logarithmum in den Tabellen, der nächst-kleinere 3,5440680. ist der ähnlichste, neben ihm stehet die absolute Zahl 3500. Nun ist in dem mittleren Satz das Bruch-Zeichen 3 gewesen, demnach muß auch diese gefundene quarta proportionalis zum Bruch-Zeichen 3 haben, und stehet die Zahl also: 3,500(3. eben so viel ist auch in der Extractione Radicis Quadrati heraus gekommen vor die Seite a b.

XII. Man könnte auch die Ausrechnung der Seite a b. also anstellen: Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus* des Winckels *c a b.* von 17. Grad 41'. zu dem *Logarithmo* seiner gegen-überstehenden Seite *c b.* 1,9500(3. So verhält sich der *Logarithmus Sinus complementi*

zu 147. Grad, das ist, der *Logarithmus Sinus* von 33. Grad zu dem *Logarithmo* der unbekannten gegen-überstehenden Seite *a b*.

Log. Sin. 17°. 40′. Log. Lat. c b. 1,950(3. Log. Sin. 33°.
9.48212 83 — 3.29003 46 — 9.73610 88.
9.73610 88

13.02614 34
9.48212 83

Log. Lat. a b. 3.54401 51

Suchet diesen Logarithmum in denen Tabellen, der nächst grössere 3.5440680. ist der ähnlichste, neben ihme stehet oben auch wiederum die Zahl 3500. das ist 3,500(3. die Seite a b.

Problema XLVII.

An einem Triangul, dessen zwey Seiten sammt dem darzwischen stehenden Winckel bekannt sind, die zwey übrigen Winckel sammt der dritten unbekannten Seiten auf eine bequemere Art zu finden.

Resolutio.

I. Addiret die zwey bekannten Seiten, und mercket ihre Summam.

II. Subtrahiret auch die kleinere gegebene Seiten von der gröfferen bekannten Seiten, und mercket ihre Differenz.

III. Suchet die Summam derer zwey unbekannten Winckel, das ist, subtrahiret den gegebenen Winckel von 180. der Rest ist die Summa der zwey an-

andern Winckel des Trianguls, wiewohl noch indeterminiret, wie viel Grad auf einen jeden Winckel ins besondere kommen.

IV. Halbiret diese Summam der zwey unbekannten Winckel, und saget nach der Regula de Tri darauf also: **Wie sich verhält die** *Summa* **derer beyden gegebenen Seiten gegen die** *Differenz* **der zwey bekannten Seiten; so verhält sich auch der** *Tangens* **der halben** *Summæ* **von denen zwey unbekannten Winckeln, gegen dem herauskommenden** *Facit*, **nemlich gegen den** *Tangenten* **ihrer** *Differenz*, das ist, gegen denjenigen Taugenten eines solchen Winckels, um welchen der grössere Winckel, der zu finden ist, grösser ist als die halbe Summa beyder unbekannten Winckel, und um welche der kleinere Winckel, der gesucht werden soll, kleiner ist als die halbe Summa der zwey unbekannten Winckel.

V. Addiret demnach darauf den gefundenen Angulum Differentiæ zu der halben Summa der 2 unbekannten Winckel, so ist solches der grössere unbekannte Winckel.

VI. Subtrahiret den gefundenen Angulum Differentiæ von der halben Summa der zwey unbekannten Winckel, so ist der Rest der kleinere Winckel des Trianguls, den man finden soll.

VII. Die dritte Seite, wenn alle 3 Winckel bekannt, ist leicht zu finden. Saget: **Wie sich verhält der** *Sinus* **eines bekannten Winckels zu seiner gegen-überstehenden Seite; so verhält**

hält sich auch der *Sinus* desjenigen bekannten Winckels, welcher der unbekannten Seiten gegen über stehet, zu solcher gegen über stehenden Seite, die man finden soll.

VIII. Es sollen diejenige zwey Triangul, welche Problemate XLVI. und XLV. nach dem ersten Weg sind ausgerechnet worden, mit Fleiß hier wiederum behalten werden, damit eine Arbeit der andern Prob zugleich sey. Erstlich nehmet den spitz-wincklichten Triangul a b c. Fig. 13. Tab IV. daran ist bekannt die Seite a b. 320. die Seite a c. 400. und der darzwischen stehende Winckel a. 38°. 50'. so stehet die Rechnung nach der deutlichen Beschreibung dieses Problematis also:

Lat. a c. 400. Lat. a. c. 400.
Lat. a b. 320. Lat. a b. 320.

Summa. 720. Differentia. 80.
179°. 60'.
Ang.dat. 38. 50.

141. 10. Rest und Innhalt der 2 unbekannten Wincket b und c.
70°. 35'. Semi-Summa.
Log. Tang. Semi-Sum.
Log.Sum.720. Log.Differ.80. 70°. 35'.
2,8573325. — 1.9030900 — 10.4528523.
10.4528623

12.3559523
2.8573325

9.4986198

Die-

Dieser im Rest gekommene Logarithmus, oder dessen nächst-ähnlichster in denen Tabellen, 9. 4987223. ist der Logarithmus Tangentis des Winckels 17°. 30'. diese 17 Grad und 30 Minuten sind nun die Differenz derer zwey noch unbekannten Winckel b und c. denn addiret man diese Differenz zu der halben Summa der zwey unbekannten Winckel, so giebt die heraus kommende Summa den grösseren Winckel b. subtrahiret ihr diese Differenz von dieser halben Summa, so giebt der Rest den kleineren Winckel c.

Semi-Summa. 2 Angul.	70°.	35'.	
Differentia.	17.	30.	add.
Ang. major, b.	88.	5.	
Semi-Sum. duor. Ang.	70°.	35'.	
Differentia.	17.	30.	subtr.
Ang. minor c.	53.	5.	

Eben so ist es auch Problem. XLV. nach dem ersten Weg berechnet heraus gekommen. Die dritte Seite b c. zu finden, so saget also: **Der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels** *c* 53°. 5'. **giebt den** *Logarithmum* **des gegen-überstehenden** *Lateris ab.* 320. **was giebt der** *Logarithmus Sinus* **des Winckels** *a* **von** 38°. 50'.? Resp. Er giebt den Logarithmum der gegen-überstehenden Seiten b c. die zu wissen begehret wird.

Log.Sin 53°.5'. Log Lat. a b.320. Log.Sin.38°.50'.
9.9028239 — 2.5051500 — 9.7973071.
9.7973071

12.3024571
9.9028239

2.3996332 Log. Lat. b c.

Suchet diesen Logarithmum in denen Tabellen, der nächst-ähnlichste wird seyn 2.3996737. neben ihme stehet die absolute Zahl 251. so groß ist die dritte Seite b c. wie auch in dem Probl. XLV. heraus gebracht worden.

IX. Eben so können auch solche stumpff-wincklichte Triangul ausgerechnet werden: Behaltet die Figuram 15. Tab. IV. daran ist bekannt a c. 1,7(1. und c b. 1,95(2. sammt dem darzwischen liegenden stumpffen Winckel c. 147. Grad. Wenn nun die Rechnung nach dem Problemate allhier angestellet wird, so kommt eben das wiederum heraus vor den Winckel a und b. und die dritte Seite a b. was in dem Problemate XLVI. nach dem ersten Weg berechnet worden. Dieß stehet nun also:

Lat. dat. c b.	1,95(2	
Lat. dat. a c.	1,70(2	add.
Summa.	365	
Lat. dat. c b.	1,95(2	
Lat. dat. a c.	1,70(2	subtr.
Differentia,	25(2	

Semi-

Semicirculus. 180.
Angul. dat. c. 147.

Sum. duor. Ang. 33.
Semi-Summa. 16°. 30′.

Log. Sum. Lat. 3,65(2. — Log. Differ. 25(2. — Log. Tang. Semi-Sum. 16°. 30′.

2.5621929 — 1.3979400 — 9.4716048

9.4716048

10.8695448
2.5622929

Log. Tang. 8.3072519

Den nächst-grösseren Logarithmum Tangentis in denen Tabellen dafur genommen, ist 8.3088842. über und neben welchem stehet der Winckel von 1 Grad, 10 Minuten, und dieses ist der Angulus Differentiæ zwischen denen zwey unbekannten Winckeln a und b, das ist, um 1 Grad 10 Minuten ist der eine unbekannte Winckel grösser, als die halbe Summa derer zwey unbekannten Winckel, und um 1 Grad und 10 Minuten ist der andere unbekannte Winckel kleiner, als die halbe Summa. Addiret demnach diesen Angulum Differentiæ zu der halben Summa, so erhaltet ihr den grösseren Winckel c a b. subtrahiret auch diesen Angulum Differentiæ 1 Grad, 10 Minuten, von der Semi-Summa derer zwey unbekannten

Winckel, so giebt der Rest den kleineren Winckel a b. c. an dem Triangul.

Semi-Summa duorum Ang. dat.	16°.	30′.
Angul. Different.	1.	10.
Ang. major c a b.	17.	40.
Semi-Summa duor. Ang.	16°.	30′.
Angulus Differ.	1.	10.
Ang. minor a b c.	15.	20.

Eben so viel ist auch in der Ausrechnung des Problematis XLVI. heraus gekommen..

Endlich die dritte Seite zu finden, so ist dieses nunmehro leicht, da alle drey Winckel bekannt sind. Saget nach der Regula de Tri also: Wie sich verhält der *Logarithmus Sinus* des Winckels *a* 17°. 40′. zu dem *Logarithmo* seiner gegen-überstehenden Seite *c b.* 1,9512. so verhält sich der *Logarithmus Sinus complementi* zu 147 Gr. das ist der *Logarithmus Sinus* des Winckels von 33 Grad zu dem *Logarithmo* der gegen-überstehenden Seiten *a b.* als der dritten unbekannten, die gesucht werden soll, und es wird nach vollendeter Operation eben das wieder heraus kommen, was auf unterschiedliche Weise in dem vorhergehenden Problemate auch durch die Rechnung zur Länge der Seiten a b. ist gefunden worden.

Log.Sin.17°.40'. Log.Lat. c b.1,950(3. Log.Sin.33°.
9.48211283 — 3.29003346 — 9.73611088.

9.73611088

13.02611434
9.48211283

Log. Lat. a b. 3.54400151

Schlaget diesen Logarithmum in denen Tabellen auf, der nächst-grössere, der darinnen anzutreffen, wird der ähnlichste seyn, denn völlig ist der gefundene Logarithmus nicht in denselben zu finden. Neben dem ähnlichsten Logarithmo stehet nun die absolute Zahl 3500. das ist, weil der mittlere Satz zum Bruch-Zeichen 3. hatte, so muß der vierdte gefundene Satz auch dergleichen Bruch-Zeichen haben, 3 Ruthen, 5 Schuh, null Zoll, null Gran, ist die Seite a b lang, und wird also wiederum geschrieben 3,500(3. auf solche Weise ist nun der gantze Triangul bequemer ausgerechnet worden, als nach dem ersten Weg in dem Problemate XLV. und XLVI. geschehen war.

Demonstratio.

An einem spitz-wincklichten Triangul.

I. Es seyen an dem Triangul a b c. bekannt die Seiten a b. und a c. sammt deme darzwischen stehenden Winckel a. verlängert mit einer blinden Linie die Seite a b. damit das Stück a m = a c. der kürtzern bekannten Seiten werde. Tab. V. Fig. 1.

II. Zie-

II. Ziehet aus a mit der Weite a m = a c. als einem Semidiametro, den blinden halben Circul m c n. so wird sich bey n. die längere gegebene Seite des Trianguls a b. schneiden, und zwar also, daß a n = a c. und n b der Uberschuß ist, um wie viel die bekannte Seite a b. grösser, als die andere bekannte Seite a c. und ist dieß so viel gethan, als wenn die zwey gegebenen Seiten a c und a b. addiret worden wären, deren Summa ist m b. Item, als wenn die Seite a c von a b. subtrahiret worden, deren Rest n b ist.

III. Ziehet aus c eine blinde Linie auf n. und eben so auf m. als die zwey Ende des halben Circuls, so wird m c n. ein rechter Winckel seyn.

IV. Nun sind die Winckel o &. x des Trianguls c a n. beyde zusammen gerechnet, so groß, als die Winckel a c b und a b c. des Trianguls b a c. beyde auch zusammen gerechnet. Denn die zwey Winckel o & x. machen mit dem Winckel a. 2 rechte Winckel aus in dem Triangul c a n. und eben so machen die zwey Winckel a c b. und a b c. mit eben diesem dritten Winckel a auch 2 rechte Winckel aus an dem Triangul b a c. nach dem Theor. XXXIII. P. II. *Sect.* II. Wenn ich demnach den gemeinschafftlichen Winckel a. von beyden Trianguln c a n. und b a c. hinweg nehme, so muß in beyden Trianguln einerley Rest überbleiben, demnach müssen die zwey Winckel o & x zusammen genommen gleich seyn denen zwey Winckeln a c b. und a b c. zusammen genommen.

V. Verlängert die blinde Linie m c. und ziehet aus b. mit n c. eine Parallelam b. y. so wird diese in y.

eben

eben einen solchen Winckel machen, als n c. in x. den Winckel mit m c. formirte, / das ist, x und y wird ein rechter Winckel seyn, nach dem Theoremate V. Part. I. Sect. I. Es wird auch diese Parallela bey b eben so auf m b. auffallen, wie c n. auf m b. aufgefallen war, das ist, die Winckel m n c. und m b y. werden auch einander gleich seyn. vid. Theor. IV. Sect. Part. III.

VI. Ferner so sind auch die Winckel o & x. einander gleich, denn a c und a n. sind Semidiametri eines Circuls, und machen also zwey gleiche Schenckel an dem Triangul n a c. aus. Nun sind aber an den gleich-schenckelichten Trianguln die zwey Winckel auf der Base einander gleich. Vid. Theor. XXIX. Part. II. Sect. II.

VII. Da nun die Winckel o & x. zusammen addiret die zwey Winckel gegen dem dritten Winckel a. an dem Triangul n a c ausmachen, so muß jeder davon die Helffte der Summæ seyn, das ist, der Winckel a mag Grad haben so viel er will, als ein spitziger Winckel, oder auch als ein stumpffer, so stecket der Rest zu 180 Graden in denen zwey Winckeln o & x, und zwar also, daß der Winckel o so viel, als der Winckel x von diesem Rest in sich halte.

VIII. Es ist auch der Winckel a b y. weil er gleich ist dem Winckel o, so groß als der Winckel o oder x. und also eben auch die Helffte von der Summa derer zwey Winckel, wie o. Hingegen der Winckel a b c. ist kleiner als diese Helffte a b y — a n c. und zwar um den Winckel c b y.

ist

ist er kleiner; desgleichen ist auch a c b. um den Winckel n c b. grösser, als a c n. die andern zwey Helfften aber, n c b. und c b y. sind einander gleich, weil sie Anguli alterni und zwischen zweyen Parallelen n c und b y. sich befinden Vid. Theorem. IV. Part. II. Sect. I.

IX. Endlich so ist auch in y. der Tangens des Winckels m b y. welcher auch zugleich der Tangens des Winckels o. weil der Winckel o = m b y: ist; des Winckels c b y sein Tangens aber ist c y. demnach kan ich nach dem Theoremate XXXVII. Part. II. Sect. II. sagen: Wie sich verhält *m b.* die Summa der zwey Seiten *a c + a b.* zu *n b.* der *Differenz* beyder Seiten, so verhält sich *m y.* der *Tangens* des Winckels *m b y.* als der Helffte von denen zwey unbekannten Winckeln, oder der *Tangens* des Winckels *o.* welcher auch die Helffte von beyden unbekannten Winckeln ist, zu dem *Tangenten c y.* des Winckels *c b y.* welcher an des gegebenẽ Trianguls *a b c.* seinem Winckel *b* mangelt, und welcher an dem andern Winckel bey *c* um die erwähnete Helffte zu groß ist. Ergo, wenn dieser Winckel c b y = n c b. addiret wird zu dem Winckel x. als der Helffte der Summæ der beyden Winckel o & x zusammen gerechnet, so bekommt man den verlangten Winckel a c b. Hingegen wenn dieser Winckel c b y. von dem Winckel m b y. subtrahiret wird, welcher Winckel m b y gleich ist m o c. als der andern Helffte der Summæ der zwey unbekannten Winckel, so bleibt im Rest der andere Winckel a b c. Q. e. d.

De-

Demonstratio

An einem stumpff-wincklichten Triangul.

I. Es sey gegeben der stumpff-wincklichte Triangul a b c. daran wären bekannt die zwey Seiten a c. und c b. samt deme darinnen liegenden stumpffen Winckel c. *Tab. V. Fig. 2.*

II. Verlängert die gröste unter denen gegebenen Seiten c b also, daß c n = a c werde, so ist b n die Summa beyder Seiten, die bekannt sind.

III. Ziehet aus c mit der Weite c a = c n. als denen Semidiametris, einen blinden Circul, so ist e b. die Differenz derer zwey bekannten Seiten, um wie viel nemlich c b grösser ist, als a e = a c. Und dieß ist eben so viel, als wenn man die zwey gegebenen Seiten an Zahlen addiret, und auch voneinander subtrahiret, und beydes die Summam und Differenz gemercket hätte.

IV. Ziehet nunmehro a e und n a. mit blinden Linien zusammen, so entspringet bey a ein rechter Winckel.

V. Verlängert n a. und ziehet aus b eine blinde Parallelam b d. mit a e, welche mithin auch auf n d perpendiculariter auffallen wird, nach dem Theorem. V. Part. II. Sect. I.

VI. Nunmehro beschauet mit Verstand den Triangul a e c. dieser ist ein gleich-schencklichter, weil a c und c e. Semidiametri eines Circuls sind. Demnach sind auch die zwey Winckel e a c und c a e auf der Base a e einander gleich, nach dem Theoremate XXIX. Part. II. Sect. II.

VII. Es

VII. Es ist auch der Winckel d b n. gleich diesen zwey Winckeln e a c und a e c. denn er fällt eben also auf die Linie d b und b n. gleichwie a e auffällt. Sodenn stellet euch nur vor, als wenn der recht-wincklichte Triangul e a n. alleine stünde, Fig. 3. Tab. V. Ihr verlängert dessen Basin a us a in d u. ziehet d b parallel mit a e. Ihr continuiret auch die Hypothenusam n e bis b. so sehet ihr ja leicht, daß, wenn auch noch mehr solche Parallelæ gezogen würden, ex. gr. f g. daß sage ich, alle die auf einerley solche Weise auffallende Winckel d b n. a e n. g f n. einander gleich seyn, nach dem Theoremate IV. Part. II. Sect. I. denn sie sind Triangula similia. Nun aber sind in denen Figuris similibus die Anguli homologi einander gleich, nach dem Theorem. XXVI. Part. II. Sect. II. Ergo ist d b n = a e n.

VIII. Hieraus siehet man, daß der Winckel a b c des gegebenen Trianguls a c b. Fig. 2. Tab. V. spitziger ist, als der Winckel d b c. und zwar um so viel, als der kleinere Winckel d b a ausmachet. Item man siehet, daß der andere Winckel b a c in dem gegebenen Triangul b c a. grösser ist, als der kleinere Winckel c a e, und zwar um so viel ist er grösser, als der kleine Winckel e a b ausmachet.

IX. Nun sind aber diese zwey kleine Winckel e a b und d b a einander gleich als Anguli alterni, die zwischen zweyen Parallelen stehen, nach dem Theoremate IV. Part. II. Sect. I.

X. Weilen nun die zwey unbekannten Winckel des gegebenen Trianguls a und b zusammen genom-

nommen, so groß sind als die zwey Winckel c a e. und a e c. an dem Triangul a c e. indeme beyde Triangula, a c e und a c b. in vertice den Winckel c gemeinschafftlich haben. Und aber in diesen beyden letzten Winckeln a' und e. ihre Summa in zwey gleiche Theile eingetheilet wird, daß jeder Winckel die Helffte hat, weil es ein Triangulum æquicrurum ist. Vid. Theor. XXIX. Part. II. Sect. II.

XI. Es ist auch der kleinere Winckel, wie schon gesagt, e a b. oder d b a. die Differenz, um wie viel der Winckel a b c zu spitzig und der Winckel b a c zu groß sey, daß sie nicht gleiche Grad hätten mit denen Winckeln e a c und a e c. jeden besonders genommen, obgleich e a c und a e c zusammen genommen gleich sind denen Winckeln c a b. und a b c. zu sammen genommen.

XII. Endlich so ist d n der Tangens des Winckels d b n. das ist, der Helffte derer zwey unbekannten Winckel des gegebenen Trianguls, welche beyde mit dem Winckel c 180°. ausmachen. Und d a. ist der Tangens des kleinen Anguli differentiæ d b a. Item b n. ist die Summa der zwey gegebenen Seiten, und e b ist die Differenz derer zwey bekannten Seiten.

XIII. Demnach kan man nach dem Problemate XXXVII. Part. II. Sect. II. also proportioniren: **Wie sich verhält** *b n.* **die Summa der zwey gegebenen Seiten zu** *b e.* **der** *Differenz* **beyder Seiten, so verhält sich** *d n.* **der** *Tangens* **des Winckels** *d b n.* **als der Helffte der zwey un-**

bekannten Winckel, zu dem *Tangenten* d a. als des Winckels der *Differenz*, um wie viel nemlich der eine unbekannte b a c. gröſſer, und der andere unbekannte Winckel a b c kleiner ist, als die Helffte derer zwey unbekannten Winckel. Q. e. d.

Scholion I.

Hieraus erhellet, daß diese zweyte Manier vor der ersten billig den Vorzug habe, wenn an einem Triangul zu zwey bekannten Seiten und dem darzwischen liegenden Winckel das übrige unbekannte zu suchen ist.

Scholion II.

Wenn an recht-winklichten Trianguln zwey Seiten und der darinnen liegende Winckel bekannt, so hat man dieser Methode nicht nöthig, indeme dieß schon in der Ausrechnung derselben gezeiget worden, daß es ohne diesen Weg angehe.

An gleich-seitigen Trianguln ist es noch weniger nöthig, denn an solchen sind nicht nur die drey Seiten, sondern auch die 3 Winckel allezeit einander gleich. Wenn nun zwey Seiten und der darzwischen stehende Winckel bekannt, so sind mithin selbst auch die 2 übrigen Winckel und die dritte Seite bekannt. Ja man kan bey solchen Trianguln wohl sagen: Wenn nur eine Seite daran bekannt, so könnten die übrigen 2 Seiten und 3 Winckel von selbst bekannt werden: Denn an denen gleichseitigen Trianguln hat jeder Winckel 60 Grad. Wenn also nur eine Seite bekannt, so müssen die zwey andern Seiten eben auch so groß seyn, weil alle 3 Seiten einander gleich, und die Winckel sind allemal einerley, nemlich jeder 60°. Mich dünckt unter allen Gleichnissen der **höchsten Dreyeinigkeit** sey ein gleich-seitiger Triangul das wunderbahrste. Daran ist jede Seite der andern gleich, jeder Winckel dem andern gleich, keins gröſſer, keins kleiner, keins höher, keins niedriger, alles einerley in einem.

Bey denen gleich-schencklichten Trianguln ist diese Methode auch unnöthig, dennan solchen sind die 2 Winckel auf der Base allezeit einander gleich, dahero wenn ich nur einen von beyden habe, und weiß eine Seite, so ist es leicht den gantzen Winckel auszumessen. Exempli gratia, es wäre Fig. 4. Tab. V. der gleich-schencklichte Triangul a b c gegeben, daran wäre der eine Schenckel a b bekannt, samt dem dabey auf der Spitze stehenden Winckel b. so ist die Ausrechnung dessen geschwind verrichtet. Gesetzt a b wäre lang 1,6(1. so ist b c eben so groß 1,6(1. weil es gleiche Schenckel sind. Gesetzt der Winckel b hielte 73°. 40'. so subtrahire dieß nur von 180. der Rest giebt die Summam der zwey auf der Base stehenden Winckel a und c. 126°. 20'. Halbiret dieß, kommt für jeden Winckel auf der Base 63°. 10'. Oder man könnte den Winckel b halbiren, ist 26 Grad, 50 Minuten. Diesen Winckel a b x von 90 subtrahiren, so bekäme man im Rest auch den einen Winckel auf der Base 63 Grad 10 Minuten. Die dritte Seite wird hernach durch der bekannten Winckel ihre gegen-überstehende Sinus gefunden, nach dem Problemate XXXIII. Bildet euch ein es wäre Fig. 5. Tab. V. an einem gleich-schencklichten Triangul bekannt, die Seite a b und a c. jene hielte 1,6(1. diese 1,4(1. der darzwischen stehende Winckel a hielte 63°. 10'. So dupliret nur den Winckel, kommt 126 Grad 40. Minuten vor die beyden Winckel a und c. diese Summam subtrahiret von 180 bleibt 53° 40'. für den dritten Winckel b. Die dritte Seite b e ist von selbst bekannt, weil b c — a b. der bekannten Seiten. vid. Corollarium VII. Theorem. XXXIV. Part II. Sect. II.

Problema XLVIII.

Auf dem *Proportional*-Circul zu zwey gegebenen Seiten und dem darzwischen liegenden bekannten Winckel eines spitz-wincklichten Trianguls die zwey übrigen Winckel und die dritte Seite zu finden.

Resolutio.

Tab. IV. Fig. 16. I. Es seyen an dem Triangul a bc. bekannt die Seite a c. 200. und b c. 180 samt dem darinnen liegenden Winckel c. 48 Grad. So nehmet auf der Linea Chordarum directe 48 Grad, und stellet solche transversim in die Lineam arithmeticam zwischen 1000 und 1000. das ist zwischen 100 und 100, welche für 1000 angenommen werden, so ist das Instrument nach dem 48 Grad geöffnet.

II. Nehmet unverruckt die Weite oblique zwischen 180. und 200. so ist diese Weite die dritte unbekannte Seite a b. welche vom Centro aus auf der Linea arithmetica gemessen in 150 einschlagen wird, so groß ist a b.

III. Die zwey unbekannten Winckel zu finden, so nehmet diejenige bekannte Seite, welche dem unbekannten Winckel gegen über stehet, ex. gr. rechnet die Lineam a c. 200. um den Winckel b zu finden, und traget diese Weite 200 in die Lineam arithmeticam obliquè zwischen 180 und 150. und unverrucket nehmet die Weite zwischen 100 und 100 für 1000. gerechnet, transversim auf der Linea arithmetica.

IV. Messet diese Weite auf der Linea Chordarum directè vom Centro aus, und es wird in 73 eintreffen so viel Grad hält der Winckel b.

V. Addiret die zwey bekannte Winckel c 48°. und b 73° die Summam 121°. subtrahiret von 180. bleibt 59° für den Winckel a.

VI. Oder

VI. Oder, nehmet die bekannte Seite bc und suchet den gegen-überstehenden unbekannten Winckel a. nach der ersten Weise. Nehmet mit einem Hand-Circul directè die Weite bc, welche Seite lang ist 180 Schuh, stellet solche oblique in die Lineam arithmeticam zwischen 200 und 150. Unverruckt nehmet die Weite zwischen 100 und 100. für 1000 gerechnet, traget diese Weite in die Lineam Chordarum directè, selbige wird einschlagen in 59°. so groß ist der Winckel a. Addiret hernach den Winckel c. 48° und diesen Winckel a. 59° die Summam 107° subtrahiret von 180° der Rest 73°. ist der dritte Winckel b.

Problema XLIX.

Auf dem *Proportional*-Circul zu zwey gegebenen Seiten und dem darzwischen liegenden Winckel eines stumpff-wincklichten Trianguls die zwey übrigen Winckel und die dritte Seite zu finden.

Resolutio.

Es sey gegeben der stumpffe Triangul a b c. Tab. IV daran sey bekannt die Seite a c. 230. die Seite c b 270 und der darzwischen liegende stumpffe Winckel c. 119°. 30'. Fig. 14.

I. Die dritte Seite zu finden, so nehmet 119 Grad 30 Minuten directè auf der Linea Chordarum, und traget es transversim zwischen 100 und 100. für 1000 gerechnet, in die Lineam arithmeticam, und unverruckt nehmet oblique die Weite zwischen 270 und 230. messet es auf der Linea

arithmetica, wird eintreffen in 432. so lang ist die dritte unbekannte Seite a b.

II. Die Winckel zu finden, so nehmet des unbekannten Winckels a seine gegen-überstehende Seiten c b. 270. und traget diese Weite oblique zwischen 230 und 432; lasset das Instrument unverruckt, und nehmet transversim auf der Linea arithmetica die Weite zwischen 1000. und 1000. messet es directè auf der *Linea Chordarum*, wird einschlagen in 32°. 57'. so groß ist der Winckel a. Addiret den Winckel a. 32°. 57'. zu dem gegebenen Winckel c 119°. 30'. die Summam 152°. 27'. subtrahiret von 180. der Rest giebt 27°. 33'. für den dritten Winckel b.

III. Man hätte auch die bekannte Seite a c nehmen und den unbekannten Winckel b also suchen können, so wäre 27°. 33' zuerst heraus gekommen. Diese zu dem Winckel c. 119°. 30' addiret die Summam 147°. 3' von 180 subtrahiret, brächte im Rest 32°. 57' für den dritten Winckel a.

Problema L.

An einem Triangul, woran alle drey Seiten und kein Winckel bekannt, die gehörigen 3 Winckel zu finden.

Resolutio.

I. An recht-wincklichten Trianguln ist keine besondere Auflösung vonnöthen, sondern wenn
Tab. V. ex. gr. ein solcher Triangul m n o. gegeben
Fig. 6. wird, daran alle 3 Seiten bekannt, m n.

9,24

9,245(3. n o 5,800(3. m o. 7,200(3. so tractiret man ihn nur nach dem Problemate XXXV. man nimmt m n vor den Radium, n o für den Sinum des Winckels m. und m o. für den Sinum des Winckels n. als des Complementi zu dem Winckel m an, und spricht hernach also: **Wie sich verhält mein** *Radius m n* 9,245(3. **zu dem** *Sinu toto* **in denen Tabellen** 10000000. **so verhält sich mein** *Sinus n o*,5800(3. **des Winckels** *m* **zu dem** *Sinu* **der Tabellen des Winckels** *m*. **den ich zu wissen begehre.** Die 4te Proportional-Zahl, die nach der Rechnung heraus kommt, wird ein Sinus seyn, über und neben welchen der Winckel m. an Graden und Minuten hält 38°. 51′. so groß ist der Winckel m. Subtrahiret diesen von 90. bleibt 51°. 9′ für den dritten Winckel n. wie dieses in dem angeführten Problemate XXXV. ausführlich gezeiget worden.

II. In denen **gleich-schencklichten Trianguln** hat man folgenden Vortheil: Es sey der Triangul r s t. daran seyen die zwey gleiche Schenckel r s und t s. jeder 1,14(2. die Basis r t. halte 1,48(2. Bildet euch nun ein, es fiele ein Perpendiculum aus s herunter auf r t. als die Basin des gleich-schencklichten Trianguls, so würde dadurch der gantze Triangul in 2 recht-winckelichte Triangul zertheilet, nach dem Theoremate XXIX. Part. II. Sect. II. Fraget ihr nach dem Punct, wo diese Perpendicularis auffallen werde, so halbiret nur die gegebene Basin r t. ohne daß es nöthig wäre das Perpendiculum selbst zu ziehen, und es wird jede Helffte 74(2. haben, zwischen

Fig. 7.

innen, nemlich von r gegen t. gerechnet, 74(2. und von t gegen r. 74(2. gerechnet, ist das Punct, wo die mente gezogene Perpendicularis auffallen würde. Demnach ist an jeden recht-winckligten Triangul r.o.s und t.u.s bekannt, nebst dem rechten Winckel u = o. die Seite s t = s r. und die Seite t u = o r. Nehmet dahero einen von beyden Trianguln, und saget vermöge des Problematis XXXVII. nach der Regula de Tri Logarithmice also: **Wie sich die Seite** *s t.* **als der** *Radius* **meines Trianguls, zu dem** *Radio* **in denen Tabellen verhält, so verhält sich der** *Sinus u t.* **des Winckels** *t s u.* **in meinem Triangul zu dem** *Sinu* **der Tabellen von eben diesen Winckel** *t s u.*

Logarithmice stehet die Rechnung nun also:

Log Lat. s t. 1,14(2. Log. Siu. tot. Log. Sin. u t. 74(2.

2.0569049 — 10,0000000 — 1.8692317.

10.

11.8692317.

2.0569049.

Log. Sin. Ang. u t. 9. 8123268.

Schlaget diesen Logarithmum unter denen Logarithmis Sinuum in denen Tabellen auf, der nächst-kleinere ist der ähnlichste, über und neben ihm stehet 40 Grad 28 Minuten, so groß ist der Winckel t s u. Nun kan das übrige leicht gar gefunden werden: Entweder dupliret diesen Winckel, so ist die Sum-

ma

ma 80°. 56′. der gantze obere Winckel r s t. subtrahiret diesen von 180. der Rest 99°. 4′. ist die Summa beyder Winckel r und t. halbiret solche, so ist die Helffte 49°. 32′. der Winckel r. und die andere Helffte der Winckel t. Oder man kan die übrigen Winckel auch also finden, indeme in der Rechnung der Logarithmus Sinus von 40 Grad 28 Minuten heraus gekommen: Indeme ich nun solchen aufschlage, so sehe zugleich hinüber in das andere Blat, woselbst in einer Reyhe der Sinus complementi zu 90°. stehet, nemlich 49°. 32′. so groß ist der Winckel t. Da nun der Winckel r = t. weil es ein gleich-schencklichter Triangul, so dupliret diesen Winckel, kommt 99°. 4 Minuten; dieß subtrahiret von 180. der Rest ist 80 Grad 56 Minuten, welches der dritte Winckel bey s ist.

III. In andern spitz- und stumpff-wincklichten Trianguln aber, wo alle 3 Seiten und kein Winckel bekannt, verfahret also:

1) Es sey der spitz-wincklichte Triangul x y z. daran seyen alle 3 Seiten aber kein Winckel bekannt, y z. halte 2,43(2. x z. sey 3,16(2. x y. 2,31(2. Lasset entweder mente oder in der That eine Perpendicularem aus y herunter fallen. *Tab. V. Fig. 8.*

2) Damit man aber wisse auf welches Punct solche Perpendicularis in die Linie x z falle, und in was für Stücker durch diese Perpendicularem die Basis zerschnitten werde, so saget nach der Regula de Tri also: **Wie sich die gröste Seite des Trianguls verhält gegen die** *Summam*

derer zwey andern Seiten: So verhält sich die *Differenz* derer zwey kürtzern Seiten gegen dem *Facit*, nemlich demjenigen Stück der grösten Seiten *p z.*

3) Subtrahiret darauf solch gefundenes Stück von der gantzen Base, so giebt der Rest die Basin zu einem gleich-schencklichten Triangul, mit welchem ihr nach dem Numero II. dieses Problematis verfahren könntet. Oder

4) Halbiret solchen Rest, so ist die eine Helffte x o. das Stück der Baseos jenseits des Perpendiculi, und die andere Helffte o p. addiret zu dem vorher gefundenen Stück p z. so ist das Punctum Perpendiculi o. gefunden.

5) Wenn man dieß Punctum o hat, so sind leicht die 3 Winckel des Trianguls gefunden: Denn man bekommt auf solche Weise aus dem Triangul x y z. zwey recht-wincklichte Triangul x o y. und y o z. an deren jeden nebst dem rechten Winckel zwey Seiten bekannt sind, nemlich x y und x o. an dem einem, und y z und o z. an dem andern Triangul, und werden demnach durch das Problema XXXVII. aufgelöset.

Exemplum I.

An einem spitz-wincklichten Triangul.

Die gröste Seite x z des Trianguls x y z. ist groß 3,16(2. Die Summa der zwey andern Seiten x y + y z ist 4,74(2. Die Differenz dieser beyden Seiten ist 12(2. Nun saget also: Wie sich

ver-

verhält die gröste Seite 3,16(2. zu der Summa der zweyen andern Seiten, 4,74(2. So verhält sich ihre *Differenz* 12(2. zu dem Stück der gröſten Seite als *Baſeos p z.*

Lat max.	Sum. 2. Lat.	Differ.
3,16(2 —	4,74(2 —	12(2
	12(2	

948
474

5688(4

3'4
252
5688(4(18(2. Stück p z.
3166(2
31

Nehmet nunmehro 18(2. von dem Latere x z hinweg, so wird x p die Baſis zu einem gleich-ſchencklichten Triangul werden, und p z iſt das Differenz-Stück. Auf der Baſe x p aber iſt leicht dasjenige Punctum zu finden, wo die Perpendicularis aus y herunter gezogen, auffallen müſte. Man darff nur von x z. 3,16(2. ſubtrahiren p z. 18(2. den Reſt 2,98(2. als die Baſin eines gleich-ſchencklichten Trianguls x p. halbiren, ſo iſt die Helffte x o = o p. 1,49(2. und alſo wird o das Punctum Perpendiculi ſeyn.

Nunmehro ſehet mente euren gegebenen Triangul x y z. als zwey recht-wincklichte Triangul an, deren der erſte iſt x o y. daran iſt bekannt die Seite x y. 2,31(2 Die Seite x o. 1,49(2. und der rechte Winckel o. Der andere Triangul iſt y o z. daran iſt bekannt nebſt dem rechten Winckel die Seite y z.

2,43)2.

2,43(2. und die Seite o p † p z. das ist 1,49(2.† 18(2. welches addirt 1,67(2. ausmachet. Saget nach dem Probl. XXXVII. also: **Die Seite** *x y* **giebt den** *Radium* **in denen Tabellen, was giebt die Seite** *x o.* **als der** *Sinus* **des Winckels** *x y o*? Resp. Den Sinum des Winckels x y o. in denen Tabellen, neben welchem der Grad dieses Winckels anzutreffen, der zu wissen begehret wird. Logarithmicè stehet diese Rechnung also:

Log. Lat. x y.	Log. Rad.	Log. Lat. x o.
2. 3636120 —	10. 0000000 —	12. 1731863.
		2. 3636120.
Log. Sin. Ang. x y o.		9. 8095743.

Schlägt man diesen in dem Canone unter denen Logarithmis Sinuum auf, so ist der nächst-ähnlichste 9. 8095686. über und neben welchen stehet 40. Grad, 10. Minuten, für den Winckel x y o. und gleich gegen über stehet sein Complementum zum Quadranten 49°. 50'. für den Winckel x. Demnach ist schon ein Winckel x. an dem gegebenen Triangul x y z. bekannt, und jetzo könnten mit denen 3 bekannten Seiten und einem gefundenen Winckel, nach dem Probl. XLIV. die 2 übrigen Winckel gefunden werden; allein es soll hier auf eine andere Art geschehen: Machet es nemlich also mit dem andern recht-wincklichten Triangul y o z. wie es mit dem Triangul x o y geschehen. Saget: **Wie sich verhält** *y z.* **zu dem** *Radio* **in denen Tabellen: So verhält sich** *o z.* **der** *Sinus* **des Win-**

Winckels *o y z.* zu dem *Sinu* dieses Winckels in denen Tabellen. Logarithmice stehet es also:

Log. Lat. y z.	Log. Rad.	Log. Lat. o z.
2.3856063 —	10.0000000 —	12.2217165.
		2.3856063.
Log. Sin. Ang. o y z.		9.8371102.

Weil nun dieser nicht accurat in dem Canone Logarithmorum Sinuum stehet, so nimmt man den nächst-grösseren, als den ähnlichsten, dafür an, 9.8371456. über und neben welchem stehet der Winckel 43. Grad, 25. Minuten, so groß ist der Winckel o y z. und gleich gegen-über auf dem andern Blat in einer Reyhe stehet der Angulus complementi 46 Grad, 35. Minuten, so groß ist der Winckel y z o.

Nun addiret die zwey oberen Winckel x y o und o y z. jener hält 40°. 10′. dieser 43°. 25. Minuten, die Summa 83 Grad, 35 Minuten, giebt den völligen Winckel x y z. Und also sind die drey begehrte Winckel gefunden worden.

Ang. x y z.	83°.	35′.
Ang. y x z.	49.	50.
Ang. y z x.	46.	35.
Sum. 3. Ang. =	180.	0.

Man hätte auch die zwey Winckel x. 49°. 50′. und z. 46°. 35′. addiren, ihre Summam 96°. 25′. von 180. subtrahiren können, der Rest 83°, 35. hätte auch den dritten Winckel x y z gegeben.

Ang. y x z.	49°.	50'.
Ang. y z x.	46.	35.
	96.	25.
	179.	60.
Ang. x y z	83.	35.

Exemplum II.

An einem stumpff-winclichten Triangul.

T. V. Fig. 1. 1) Es sey der Triangul klm. alle 3 Seiten sind bekannt, km. 4,84(2. lm. 3,68(2. kl. 1,89(2.

2) Suchet zuerst das Punct, auf welchen in die gröste Seite km. die Perpendicularis fallen würde, wenn solche von l herunter gezogen stünde. Addiret demnach die beyden kleineren Seiten lm und kl. und mercket ihre Summam.

Lat. l m	3,68(2
Lat. k l	1,89(2
Summa 2 Lat.	5,57(2

3) Subtrahiret auch die zwey kleineren Seiten, und mercket ihren Rest.

Lat. l m	3,68(2
Lat. k l	1,89(2
Different.	1,79(2

4) Saget nach der Regula de Tri also:

Lat. max.		Sum. 2. Lat.		Diff. 2. Lat.
4,84(2	—	557(2	—	1,79(2.
		1,79(2		

5013
3899
557

9,9703(4

25
13,92
99703(4('2,06(2 minus 1
48444(2 Stück n m 484
488
4

5) Nehmet nunmehro 2,06(2. und subtrahiret es von der grösten Seite k m 4,84(2. so ist der Rest k n 2,78(2. die Basis zu einem gleich-schenckligten Triangul k l n. Halbiret dieß Stück k n. so wird die Helffte n o = k o. seyn 1,39(2. und in solcher Weite von k gegen o. würde das Perpendiculum auffallen, wenn solches aus l herunter gieng.

Lat. max. k m = 4,84(2
Pars. quæsit. n m = 2,06(2

Basis △ æquicruri k n = 2,78(2
Halbiret = 1,39(2 k o = o n.

6) Dem-

6) Demnach sind jetzo aus dem Triangul klm zwey recht-winckl̃chte Triangul k o l und l o m. wenigstens mente worden, wenn auch das Perpendiculum nicht gezogen werden können. An dem △ k o l ist bekannt, nebst dem rechten Winckel bey o, die Seite k o, 1,39(2. und die Seite k l, 1,89(2. An dem Triangul l. o. m, ist nebst dem rechten Winckel o. die Seite l m 3,68(2. gegeben und die Seite o n † n m. das ist 1,39(2 † 2,06(2. gefunden.

7) Suchet dahero nach dem Problemate XXXVII. in jedem Triangul den spitzigen Winckel k und m. addiret beyde, die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den dritten Winckel k l m.

8) Setzet nach der Regula de Tri es also:

Log Lat. k l.		Log. Rad.		Log. Lat. k o.
2.2764618	—	10.0000000	=	12.1430148
				2.2764618
Log. Sin. Ang. k l o				9.8665530

Suchet diesen Logarithmum unter denen Logarithmis Sinuum in dem Canone auf, der nächst-gröss. 9.8665863. ist der ähnlichste, über und neben welchem stehet 47°. 21′. so groß ist der Winckel k l o. gleich gegen über stehet das Complementum zu 90 Grad für den Winckel k. 42°. 39′. und also ist der Winckel k gefunden.

9) Suchet in dem andern recht-winckl̃chten Triangul auch also: Die Seite *l m* giebt den *Radium* in denen Tabellen, was giebt die Seite *o m*,

als der *Sinus* des Winckels *o l m* ? Resp. Den Sinum in den Tabellen für den Winckel o l m giebt sie.

Log. Lat. l m	Log. Rad.	Log. Lat. o m
2. 5658478 —	10. 0000000 —	12. 5378191
		2. 5658478
Log. Sin. Ang. o l m.		9. 9719713

Suchet diesen Logarithmum Sinus in dem Canone auf, der nächst-kleinere 9. 9719642. ist der ähnlichste, über und neben diesem stehet der Winckel 69 Grad, 38 Minuten für den Winckel o l m. und gleich gegen-über stehet sein Complementum, 20 Grad 22 Minuten für den andern Winckel l m o, den man fürnemlich zu wissen verlangte.

10) Addiret nunmehro die 2 bekannten Winckel k und m. die Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den dritten und stumpffen Winckel k l m.

Ang. l k m 42°. 39'.
Ang. l m k 20. 22.

Summa 2 Ang. 63. 1.
179. 60.

Ang. k l m. 116. 59.

11) Eben so viel muß auch vor diesen dritten stumpffen Winckel k l m herauskommen, wenn die 2 Winckel k l o und o l m addiret werden.

Ang. k l o. 47°. 21'.
Ang. o l m. 69. 38.

Ang. k l m. 116. 59.

12) Man hätte auch den stumpffen Winckel klm und den spitzigen Winckel lmk. nach dem Problemate XLIV. finden können, so bald als der erste Winckel lkm zusammt denen 3 gegebenen Seiten bekannt war.

Scholion.

Also machet es nun mit allen spitz- und stumpff-wincklichten Trianguln, wenn gar kein Winckel und alle 3 Seiten gegeben werden.

Problema LI.

Auf dem *Proportional*-Circul zu einem Triangul die 3 Winckel zu finden, wenn nur alle 3 Seiten bekannt sind.

Resolutio.

I. Dieß gehet behend: Behaltet die Figuram 8. Tab. V. Ihr soltet erstlich den Winckel xzy. suchen, so nehmet die diesem Winckel gegen-überstehende Seiten xy. auf der Linea arithmetica vom Centro aus, nemlich 231. Stellet hierauf den einen Fuß des Hand-Circuls mit solcher Weite in 316. auf der Linea arithmetica, und ruckt den andern Schenckel des Proportional-Circuls so lange auf und zu, bis der andere Fuß des unverruckten Hand-Circuls in 243 eintreffe auf der Linea arithmetica. Lasset den Proportional-Circul in solcher Oeffnung, und unverruckt nehmet mit einem Hand-Circul die Weite zwischen 100 und 100 für 1000 gerechnet, auf der Linea arithmetica, traget solche genommene Weite hinüber in die Lineam Chordarum directè vom Centro aus,

aus, und es wird einschlagen in 46 Grad 35. Min. so groß ist der Winckel x z y.

II. Eben so suchet den Winckel x y z. Nehmet die ihme gegen-überstehende Seite x z. 316. directe auf der Linea arithmetica, stellet den einen Fuß des Hand-Circuls in 231. und rucket den Proportional-Circul so lange auf und zu, bis die andere Spitze des Hand-Circuls in 243 einschlage. Nehmet hierauf die Weite zwischen 1000 und 1000. transversim unverruckt auf der Linea arithmetica, traget sie hinüber in die Lineam Chordarum vom Centro aus, wird eintreffen in 83°, 35'. so viel hält der Winckel x y z.

III. Ohnerachtet es nun leichter ist, die 2 gefundene Winckel zu addiren, die Summam von 180 zu subtrahiren, und also den dritten Winckel zu finden, so will gleichwohlen auch den dritten Winckel auf dem Proportional-Circul nach dieser Art zu finden lehren, um desto deutlicher dadurch zu werden. Gesetzt nun ich wüste noch keinen Winckel an dem gegebenen Triangul, ich solte oder wolte am ersten den Winckel y x z. wissen, so nehmet der gegen-überstehenden Seite y z. ihre Grösse 2,43(2. directè auf der Linea arithmetica, setzet den einen Fuß des Hand-Circuls in das Punct 231. jedes Punct vor 10 gerechnet, und machet den Proportional-Circul so lange auf und zu, bis die andere Spitze des Hand-Circuls in 316 einschlage; darauf nehmet unverruckt die Weite zwischen 1000 und 1000. auf der Linea arithmetica transversim, und traget solche in die Lineam Chorda-

rum directè, wird einschlagen in 49°. 50′. so groß ist der dritte Winckel y x z.

Scholion I.

Mit denen stumpff- und recht-wincklichten Trianguln machet man es eben also auf dem *Proportional*-Circul, wenn alle 3 Seiten und kein Winckel bekannt und ist gar nichts besonders dabey zu mercken, dahero habe der Kürtze zu Liebe keine besondere Exempel dessen geben wollen.

Scholion II.

Bis hieher sind nun die Triangul auf allerhand Art auszurechnen, nach der Trigonometrie angenommen worden:

I. Ein Triangul, an welchem nebst dem rechten Winckel s. der andere Winckel auf der Base q. samt der Base q s bekannt gewesen, nach dem *Probl.* XXVIII.

II. Ein recht-wincklichter Triangul, daran nebst dem rechten Winckel der andere spitzige Winckel auf der Base, samt der Hypothenusa, gegeben worden, nach dem *Probl.* XXXIII.

III. Ein recht-wincklichter Triangul, dessen Basis und Cathetus samt dem rechten Winckel bekannt waren, Problemate XXXV.

IV. Ein recht-wincklichter Triangul, daran die Hypothenusa und Basis samt dem rechten Winckel gegeben worden, *Probl.* XXXVII.

V. Ein spitz-wincklichter Triangul, an welchen die zwey Winckel auf der rechten Seiten und eine Seiten bekannt waren, Probl. XXXIX.

VI. Ein stumpff-wincklichter Triangul, an welchem nebst dem stumpffen Winckel der spitzige Winckel neben ihm, samt der Base bekannt gewesen, *Probl.* XL.

VII. Ein stumpff wincklichter Triangul, an welchem zwey Seiten und ein spitziger der einen Seiten gegen-überstehender Winckel bekannt war, *Problem.* XLII.

VIII Ein spitz-wincklichter Triangul, daran zwey Seiten und ein der einen gegebenen Seiten gegen-überstehender Winckel bekannt gewesen. *Probl.* XLIV.

IX. Ein

IX. Ein spitz-wincklichter Triangul, daran zwey Seiten, und der darzwischenstehende Winckel bekannt gewesen, *Probl.* XLV.

X. Ein stumpff-wincklichter Triangul, an welchen 2 Seiten und der darzwischen liegende Winckel bekannt waren, *Probl.* XLVI.

XI. Ein spitz und stumpff-wincklichter Triangul, an welchen alle 3 Seiten und kein Winckel bekannt, *Probl.* L.

Auf alle diese Weise lassen sich zu denen 3 bekannten Stücken eines Trianguls die drey andern unbekannten finden. Nur allein wenn alle 3 Winckel und keine Seite gegeben, so lassen sich die Seiten an gewissen Maassen nicht finden. Man kan wohl auf einige Weise die Proportionirung dreyer Seiten heraus bringen, wie groß solche gegeneinander in Ansehung derer bekannten Winckel seyn können: Allein just wie groß eine jede Seite in der That sey, lässet sich in solchen Fall nicht finden. Es können die drey Seiten gar unterschiedlich gegeneinander proportioniret werden, daß gleichwohl allemahl die 3 Winckel auf einerley Weise determiniret bleiben, wie die Exempel weisen sollen.

Exemplum I.

Fig. 10. Tab. V. ist ein recht-wincklichter Triangul g i h. und in solchen stehet ein kleinerer recht-wincklichter Triangul 1. 2. 3. An beyden sind die Winckel einerley: Der Winckel g ist so groß als der Winckel 1. der Winckel h = angulo 2. der Winckel i — angulo 3. als 2 rechte Winckel. Der Beweiß ist hier auch nicht schwer, daß die Anguli homologi einander gleich: Denn weilen die Latera beyder Triangul parallel mit einander lauffen, so sind die Winckel g und 1. item h und 2. anguli per crucem oppositi reciproci. Gleichwohlen siehet ein jeder leicht, daß die Latera homologa zwar unter sich proportionalia, aber nicht æqualia sind: Denn g h ist grösser als die Seite 1. 2. Item h i. ist grösser als die Seite 2. 3. und g i ist grösser als die Basis 1. 3. ob sie gleich in Proportione gegen einander grösser und kleiner sind, mithin lässet sich wohl eine Proportion unter denen Seiten finden, wenn alle 3 Winckel bekannt; Allein daß ich sagen könnte, wie viel und nicht weniger oder mehr ein jedes *Latus* halten müste, dieß ist in solchem Fall unmöglich.

Exemplum II.

Fig. 11. Tab. V. sind 3 stumpff-wincklichte Triangul mit lauter parallelen Seiten in einander gesetzt, daran sind die Anguli homologi alle einander gleich c = 3 = II. Item auch b = 2 = III. Item a = 1 = I. denn sie sind Anguli per crucem oppositi reciproci: Wenn nun jemand meynete, die Grösse der drey Seiten des Trianguls a b c zu finden, weil ihme alle 3 Winckel bekannt, der würde sich betrügen, denn der Triangul 1 2 3. item I. II. III. hat eben diese Winckel b = o = 2. Item c = 3 = II &c. und doch siehet man deutlich, daß die Latera des Trianguls a b c grösser, als die Latera des Trianguls 1. 2. 3. und dessen Latera grösser, als des Trianguls I. II. III. seine Seiten sind. Woraus abermal klar, daß wohl einige Proportion derer Seiten in denen Trianguln gefunden werden kan, in welchen bloß die drey Winckel bekannt; Allein an gewissen *determinirten* Maassen lässet sichs nicht finden. Ich kan wohl sagen ex. gr. an einem Triangul g h i. daran nebst dem rechten Winckel i der Winckel g. 52°. und der Winckel h. 38°. hält, kan die Seite als Hypothenusa g h. halten 640. die Seite h i. 500. die Seite g i. 400. Allein daraus folget noch nicht, daß alle Triangul, die nebst dem rechten Winckel, an dem einen spitzigen 52°. und an dem andern spitzigen Winckel 38°. halten, just so viel und nicht mehr oder weniger an denen drey Seiten haben: Denn so sind an dem Triangul 1. 2. 3. eben diese Winckel, und die Seiten dessen haben eine gantz andere Grösse. Die Hypothenusa 1. 2. hält 210. der Cathet 2. 3. hält 165. die Basis 1. 3. ist lang 130. Wenn demnach gar keine Seite an einem Triangul bekannt, welche determinirete, in welcher Proportion die Latera stünden, so kan man nicht errathen, welche Grösse der Seiten die wahre sey. Eben so siehet man es an der Fig. 12. Tab. V. mit zwey spitz-wincklichten Trianguln.

Scholion III.

Dieß wäre also genug von der Ausrechnung derer geradlinigten Triangul auf dem Papier gezeiget. Anjetzo will noch nöthig seyn, einige Praxes auf dem Felde in dem letzten Capitel dieses III. Theils beyzufügen, um zu zeigen, was für vortrefflichen Nutzen diese so steril scheinende Subtilitäten der Ausrechnung derer Triangul in der That geben.

CAPUT

CAPUT VII.

Von

Dem Nutzen der Trigonometrie, in Messung allerhand unzugänglicher Linien an Weiten, Höhen, Tieffen.

Problema LII.

Eine Weite, zu welcher man nur an dem einem Ende queer hingehen kan, *Trigonometrice* zu finden.

Resolutio.

I. Ich solte über einen Fluß hinüber messen, wie breit derselbe wäre, über diesen kan man nicht gehen, vielweniger eine Kette hinüber ziehen; so stellet euch mit dem halben meßingern Circul in a. und richtet das Instrument, wie allbereit Parte II. ausführlich genung gezeiget worden. Tab. VI. Fig. 1.

II. Sehet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri an dem Instrument, aus a. als eurem Stands-Punct, hinüber in b. und durch die Dioptern des beweglichen Lineals sehet auf c. als einen Platz, woselbst der zweyte Stand-Punct angenommen werden soll.

III. Wenn dieß geschehen, so sehet wie viel Grad dieser Winckel b a c, auf dem halben Circul habe,

und schreibet die Anzahl deren, ex. gr. 89°. 30'. auf ein Papier.

IV. Gehet mit dem Instrument hinüber in c. thut den Pfahl daselbst hinweg, und stellet das Instrument mit seinem Stativ auf dasselbe Punct. Sehet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri zurück auf den in a eingeschlagenen Pfahl, als das Punct eurer ersten Station, und richtet das gantze Instrument wieder so lange, bis ihr durch diese Dioptern den Pfahl in a accurat bedecket sehet.

V. Hierauf drehet das bewegliche Linieal mit seinen Dioptern so lange, bis ihr durch solche schauend auf b. wieder kommet.

VI. Lasset das Instrument also stehen, und zehlet wie viel Grad der Winckel a c b habe, und schreibet solche, ex. gr. 25°. wieder aufs Papier.

VII. Endlich messet die Stand-Linie a c mit eurer gewöhnlichen Meß-Ketten, wie weit es nemlich von einer Station a. auf die andere c. seye, und schreibet dieß auch aufs Papier, 4,8(1. So habt ihr an dem Triangul a b c. den Winckel a. 89°. 30°. den Winckel c. 25°. und die Seite a c. 4,8(1. bekannt, damit kan nun leicht die unbekannte Seite a b. als die Breite des Flusses, Trigonometricè gefunden werden. Addiret erstlich die 2. bekannten Winckel a und c. die Summam subtrahiret von 180. der Rest 65°. 30'. ist der dritte Winckel b. Saget hierauf also: **Wie sich verhält der *Sinus* des Winckels *b* von 65 Grad 30 Minuten zu seiner gegen-überstehenden Sei-**

Seiten *a c.* So verhält sich der *Sinus* des Winckels *c.* zu seiner gegen-überstehenden Seiten *a b.* nemlich der Breite des Flusses, die ich zu wissen verlange.

Log.Sin.Ang.b. Log. Lat. a c. Log.Sin.Ang.c

9.9590229 — 1.6812412 — 9.6259483

9.6259483

11.3071895

9.9590229

Log.Lat.a b. 1.3481666

Neben dem nächst-kleineren, als dem ähnlichsten in denen Tabellen, stehet 2229. das ist, wenn der Logarithmus unter der Characteristica 3 aufgeschlagen wird, 2,229(3. so lang ist die verlangte Seite a b. als die Breite des Flusses.

Scholion I.

Es sind derer Fälle, welche in Messung unzugänglicher Linien vorkommen können, so vielerley, daß es zu einem besondern Tractat anwachsen würde, wenn ich dieselben zusammen zu tragen suchen wolte. Einem Anfänger wird es genug seyn, wenn er die wichtigsten und am meisten unter die Hände kommende Casus mit Exempeln erläutert in diesem Capitel lesen kan, denn daraus wird sich ein jeder, der eine gesunde Vernunfft hat, in andern Vorfallenheiten alsdenn selbst helffen können. Zum voraus ist nun aber hier aus der Geometrie in meinem zweyten Theil zu wiederhohlen, daß Sectione I. Capite VI. weitläufftig der general-Weg, solche unzugängliche Linien zu messen, gezeiget worden sey, welcher darinnen bestunde: Wenn durch Hülffe des halben meßingernen Circuls oder eines andern Instruments, die Seiten und Winckel eines Trianguls gefunden worden, so reisset man nach denen gefundenen Winckeln und der bekannten Seiten, als der Stand-

Linie, einen Triangul auf das Papier, nach verjüngtem Maaßstab, durch Hülffe des Transporteurs oder Proportional-Circuls. Alsdann misset man nur diejenige Seite des Triangulś, welche die verlangte unzugängliche Linie vorstellet, auf eben demjenigen verjüngten Maaß-stab, nach welchem der gantze Triangul ist aufgestellet worden. Wieviel nun diese Seite des Triangulś an Ruthen, Schuhen, Zollen, auf dem verjüngten Maaß hat; so viel wird die unzugängliche Linie auf dem Feld an Ruthen, Schuhen, Zollen, nach der grossen Meßketten, mit welcher die Stand-Linie gemessen worden, auch haben. Ohnerachtet nun dieser modus, wenn er mit äusserster Behutsamkeit und Fleiß verrichtet wird, gut ist, und zumahlen sehr commod, wenn mit dem Meß-Tischlein ist gemessen worden, immassen sich auf solchem der Triangul nach verjüngten Maaß-stab gleich mit aufreisset, daran man also nur die begehrte unbekannte Seite nach dem angenommenen Maaß ausmessen darff; so ist jedoch solcher Modus sehr vielen Irrthümern unterworffen, und bringet oft ein kleiner Fehler derer auf dem unrichtigen Transporteur fälschlich genommenen Graduum hernach auf dem Feld einen starcken Verstoß. Hingegen nach Trigonometrischer Rechnung gehet die Sache richtig. Es ist lächerlich, daß die meisten Feldmesser in diesem Wahn stehen: Eine accurate Theorie sey so gar nöthig nicht, indeme man doch durch dieselbe die besten Hand-Vortheile in der Praxi des Feldmessens nicht erlernen könne; Ja, viele flattiren sich wohl gar, es könnte nicht einmahl ein Mathematicus, der auch die Demonstrationes verstehet, und in der Theorie der richtigste sey, auf dem Felde mit dem Messen fortkommen: Die Praxis hätte ihnen so viele Vortheile gegeben, die man in keinem Buch würde antreffen, und welche ein Theoreticus nimmermehr ausfündig machen könnte. Alleine es ist ein grosser Unterscheid zwischen denen Hand-Vortheilen die der Richtigkeit des Messens nichts entziehen, und zwischen denen, welche zwar eine Arbeit bald zu Ende bringen, aber das ausgemessene Feld in voller Unrichtigkeit und Ungewißheit stehen lassen. Die meisten Feldmesser, die ums Gewinns willen liegende Güther abmessen, erwählen alle Vortheile, sie mögen die Richtigkeit verletzen, oder nicht, wenn sie nur geschwind damit fertig werden, und rühmen sich wohl

noch

noch darzu, geheime Dinge in dieser Wissenschafft zu haben, da doch unumstößlich wahr ist: Daß eine *accurate Theorie* erst eine *accurate Praxin* bringe, mithin keiner wissen kan, ob ein Vortheil in der Praxi richtig sey, oder nicht, der nicht vorhero in der Theorie einen guten Grund geleget. Daher kommts, daß, wenn man solchen Feldmessern die Karte ein wenig verdrehet, so wissen sie nicht mehr wo sie daheim sind, welchen Fehler sie doch meisterlich damit zu verdecken wissen, daß sie pochen, geschworne Feldmessere zu seyn, die ihre Pflichten wüsten inacht zu nehmen. Wahr ists, daß ein Practicus, deme täglich allerley Felder unter die Hände kommen, und der in der Theorie richtig ist, allerhand Vortheile erfinden kan, die ein anderer blosser Theoreticus nicht einsiehet, und die auch in keinem Buch zu finden sind; alleine, würde er nicht zuerst in der *Theorie* einen rechtschaffenen Grund geleget, und gesehen haben, wie viel an der Richtigkeit gelegen sey, nimmermehr würde er auf solche, das Feld messen mitten in seiner Richtigkeit bequemer machende Handgriffe, geleitet worden seyn. Wenn aber ein Practicus ohne Theorie etwas vornimt, so ist er in beständiger Ungewißheit, und wenn er von grundmäßigverständigen solte examiniret werden, würde dessen Blösse erst recht aufgedecket werden. Zum Exempel: Es wäre an der Ausmessung eines Feldes mit unzugänglichen Linien vieles gelegen, und ich wolte den generalen, in diesem Scholio angezeigten Modum behalten, so würde ich zwar eine Figur und deren superficial-Innhalt heraus bringen; alleine daß die Arbeit gantz richtig sey, wird keiner bey seinen Pflichten bejahen können. Wer nun nicht in der Theorie der Trigonometrie wohl erfahren, der wird mit seinen Handgriffen gewaltig fehlen. Es muß in solchen Fällen alles Trigonometrice berechnet werden, wodurch die beste Richtigkeit heraus kommet. Ja ich will eben so leicht, wo nicht geschwinder, mit der Trigonometrischen Rechnung fertig seyn, bis ein anderer NB. einen accuraten Triangul nach denen gefundenen Winckeln und Seiten auf das Papier bringet. Wenn ich auf dem Felde eine unzugängliche Linie zu messen habe, nach diesem *Problemate*, so nehme nur ein Papier zur Hand, und ziehe geschwind eine Linie, sie mag krumm oder gerad seyn, und schreibe, um des Gedächtniß willen, darzu, wie viel Ruthen und

Schuh

Schuh diese Stand-Linie halte, hernach wenn ich ex. gr. den Winckel a. gemessen, daß er halte 89°. 30'. so schreibe diese Anzahl derer Grad auf das eine Ende der Linie meines Hand Papiers, auf das andere Ende schreibe den andern Winckel b. 25.° oder wie es mir eben in dem messen fürkommt. Alsdann rechne ich behend Trigonometrice, und finde weit geschwinder und accurater die unbekannte Seite a b. als wenn ich erst einen völligen verjüngten Triangul aufreissen solte.

Tab. VI. Fig. I.

Scholion II.

In dem Scholio *Problematis XLIII. Sect. I. Part. II.* ist allbereit gelegenheitlich die Meldung geschehen, von dem *Proportional*-Circul mit *Dioptern*, wie daß es zwar sehr bequem, aber nicht accurat mit demselben zu messen sey, und ohnerachtet die Frantzosen hauffig desselben sich bedieneten, jedennoch aus dieser Ursach keine Anleitung des Feldmessens mit solchen *Proportional*-Circuln solte gegeben werden. Es soll auch dabey verbleiben, nur daß ich hier in diesem Scholio ein eintziges Exempel anführen will, um, wo etwa einem Anfänger die Lust ankäme, gleichwohl zu wissen, wie man mit dem *Proportional*-Circul messe auf dem Felde, solcher Curiosität einigermassen ein Genüge zu leisten. Es stehen an solchen *Proportional*-Circuln auf jeden Schenckel 2 *Dioptern* accurat auf der Linea Chordarum, hinten unter dem Gewinde des Instruments ist eine meßingerne Nuß samt einer Hülse, wie an denen meßingern halben Circuln, ebenfalls befindlich. Einen solchen *Proportional*-Circul stellet man auf das Stativ, und visiret durch die *Dioptern* des einen Schenckels aus a und b. und richtet entweder den andern Schenckel, bis man durch dessen seine *Dioptern* den in c. eingeschlagenen Pfahl accurat siehet; oder man öffnet gleich Anfangs den *Proportional*-Circul ohngefehr so weit, als man glaubt, daß zu einer Stand-Linie nicht allzuschief, wie ino. oder allzu kurtz, wie inx. sich eine Weite annehmen lasse. Hernach wenn das Instrument in a. auf dem Stativ feststehet, und auf b. nach dem einem Schenckel gerichtet ist, so siehet man durch die *Dioptern* des andern auch allbereit schon gerich-

Tab. VI. Fig. I.

richteten Schenckels, und lässet in beliebiger Distanz jemand einen Pfahl so lang lincks und rechts stellen, bis er durch die *Dioptern* accurat bedeckt stehet, ex. gr. in c. daselbst schlaget ihn perpendiculariter ein, und messet nunmehro den Winckel auf dem also offenem Proportional-Circul nach dem Problemate XLIII. Sect. I. *Part.* II. das ist, nehmet mit einem Hand-Circul die Weite transversim von 60 bis auf 60. in der Linea Chordarum, und traget solche directe vom Centro aus in die Lineam Chordarum, so wird sie nach der *Figura* 1. Tab. VI. einschlagen in 89°. und die Helffte zwischen dem 90sten Grad ist 30. Minuten, so groß, nemlich 89°.30'. wird der Winckel a. seyn. Nehmet hierauf euer Stativ samt dem Proportional-Circul aus a hinweg, lasset dafür einen Pfahl in das Loch a schlagen, gehet in c. thut daselbst den Pfahl hinweg und stellet das Stativ perpendiculariter in c. und zwar also, daß ihr durch die *Dioptern* des einen Schenckels richtig wiederum auf den Pfahl in a sehen könnet, alsdann eröffnet den andern Schenckel so weit mit auf- und zu thun, bis ihr das Punct b. im visiren erlanget. *Probiret* darauf nochmalen, und sehet durch die Dioptern des ersten Schenckels wieder auf a. ob nichts verruckt worden sey: Wenn beydes richtig, daß man nemlich durch die Dioptern des einen Schenckels richtig auf a. und durch die Dioptern des andern Schenckels auf b siehet, so messet diese Oeffnung des *Proportional*-Circuls, wie viel Grad dieser Winckel halte, das ist, nach dem *Probl.* XLIII. nehmet transversim die Weite zwischen 60. und 60. und traget sie directe in die Lineam Chordarum, wird eintreffen in 25. so groß ist der Winckel c. Endlich lasset die Stand-Linie a c messen, 4,8(1. so habt ihr auch durch den Proportional-Circul, wie mit dem meßingernen halben Circul, zwey Winckel und eine Seite des Trianguls, a b c. bekannt, mit welchen die unbekannte Seite a b Trigonometrice kan gefunden werden. Ich muß nochmahlen bekennen, wenn dieß Messen mit dem Proportional-Circul so richtig als bequem wäre, man solte sich fast kein ander Instrument zum Feldmessen wünschen, und glaube ich gäntzlich, daß es wohl möglich wäre, dieß Instrument noch so weit zu verbessern, daß man richtiger damit operiren könte. In dem VIII. Scholio des CLX. *Probl.* *Partis* II.

Sect. II. habe ich einen Finger-Zeig darzu gegeben, und will ich zu reifferm Nachdencken alle Liebhaber des Proportional-Circuls treulich angereitzet haben, diesem Instrument die Richtigkeit helffen auszusinnen, weil dessen Bequemlichkeit im Feldmessen so groß ist. Bis dahin sey dieses unterdessen hievon genug gesaget.

Scholion. III.

Man kan auch in *Bions* mathematischer Werck-Schule, Lib. IV. Cap. II. pag. 140. ein mehreres davon nachlesen.

Scholion IV.

Wenn es in solchen Fällen möglich, so ist es das beste, man mache bey a einen rechten Winckel, das ist, man stelle den messingernen halben Circul, oder das Instrument, wormit man misset, in a. also, daß das bewegliche Lineal gleich auf den 90. Grad gerucket werde, alsdann rucket das gantze Instrument so lange, bis durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri das Punct b gesehen wird. Nachgehends sehet nochmahlen, ob das bewegliche Lineal auf dem 90 Grad eintreffe und nicht verruckt worden sey. *Tab. VI. Fig. 2.*

Wenn dieses richtig, so lasset in beliebiger Weite einen Pfahl hin- und hersetzen, bis ihr durch die *Dioptern* auf dem beweglichen Lineal denselben bedecket sehet: Daselbst lasset einen Pfahl einschlagen in c. so habt ihr in a einen rechten Winckel. Nach diesem so gehet mit dem Instrument in c. und thut alles in der zweyten Station, wie das Problema zeiget, so habt ihr zuletzt den Vortheil, daß ihr den Logarithmum Sinus totius zu dem ersten Satz in der Regula de *Tri* erhaltet, und also noch geschwinder mit der Rechnung fertig werdet, denn alsdenn heisset es also: Wie sich verhält der *Sinus totus* in denen Tabellen zu meiner bekannten Seiten *a c.* so verhält sich der *Tangens* in denen Tabellen des Winckels *c.* zu meinem *Tangenten a b.* eben dieses Winckels *c.* den ich, als die Breite des Flusses, zu wissen begehre.

Log. Sin. tot.		Log. Lat. ac.		Log. Tang. Ang. c.
10,0000000	=	2.6085260	=	9.9391631.
		9.9391631		
		12.5476891		

Der

Der nächst-kleinere, als der ähnlichste, hat in denen Tabellen neben sich die absolute Zahl 3529. das ist, wenn der Logarithmus gleich unter der Characteristica 3 aufgeschlagen wird, so ist der verlangte Tangens a b in meinem Triangul, oder die Breite des Flusses, groß, 3,529(3.

Scholion V.

Was in dem Numero 1. *Probl.* LXXIII. *Part.* II. *Sect.* I. gesaget worden, das ist auch hier zu beobachten. So ist hiernächst zu mercken, daß ins künfftige allezeit als schon bekannt aus dem *Parte II.* præsupponiret werde, wie der meßingerne halbe Circul zu stellen sey, wenn Winckel auf dem Feld zu nehmen und Stand-Linien zu erwehlen sind.

Problema LIII.

Eine Weite zu messen, zu welcher auf keiner Seite zu kommen ist, sondern wo man nur zu einem darhinter stehenden und mit der zumessenden Seite in gerader Linie lauffenden Punct kommen kan, auf welchem sich ein rechter Winckel aufrichten lässet.

Resolutio.

I. Es wäre eine Insul rings herum mit einem Fluß umgeben: Ich stünde in a. und solte nicht messen wie weit von o auf x. sondern von b auf c wäre: So stelle in a das Instrument, und visire auf b c. durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri. Tab. VI. Fig. 3.

II. Machet das Instrument fest, und schiebet das bewegliche Lineal bis auf 90.

III. Lasset in d nach beliebiger Distanz einen Pfahl also einschlagen, daß er, wenn durch die Dioptern ge-

gesehen wird, bedecket werde, so habt ihr den rechten Winckel dac.

IV. Messet mit der Kette wie lang die Stand-Linie a d sey, und schreibet es auf, nemlich 3,8(1.

V. Gehet mit dem Instrument in d. richtet es daselbst gehöriger massen, und sehet zurück auf. a.

VI. Richtet das bewegliche Lineal mit seinen Dioptern auf c, und wenn es accurat geschehen, so zehlet die Grad des Winckels c d a. und schreibet sie auf, 65°.

VII. Schiebet das bewegliche Lineal fort bis auf b. und zehlet die Grad des Winckels b d a. schreibet solche auf, 46°.

VIII. Ihr könnet auch von d auf x. visiren, und den Winckel x d a. 67° mercken, und ebenso von d auf o. und den Winckel o d a nehmen, 37°. so habt ihr erstlich an dem Triangul d a c bekannt, nebst dem rechten Winckel a. den andern Winckel a d c. und die Stand-Linie a d. zweytens an dem Triangul d a b. ist der Winckel a d b. und die Stand-Linie a d. sammt dem rechten Winckel a bekannt; drittens an dem Triangul o a d. ist nebst dem rechten Winckel a. der Winckel o d a. und die Stand-Linie a d. bewust. Endlich vierdtens an dem Triangul x a d. ist der rechte Winckel a. der Winckel x d a. und die Stand-Linie a d. gegeben.

IX. Nehmet demnach den Triangul c a d. und suchet die Seite c a. also. Saget: Wie sich verhält der *Sinus totus* in denen Tabellen zu meiner bekannten Seiten *a d.* so verhält sich der

Tan-

Tangens des Winckels *c d a.* in denen Tabellen zu meinem *Tangenten c a.*

Log. Sin. tot. Log. Lat. a d. 3,8(1. Log. Tang. 65°.
10,0000000. — 1,5797836 = 10,3313275.
10,3313275

Log. Tang. a c. 11,9111111

Der nächst-kleinere, als der ähnlichste in denen Tabellen, 3,9111043. unter der Characteristica 3. hat neben sich die absolute Zahl 8149. das ist 8,149(3. lang ist die begehrte Weite a c.

X. Nehmet hierauf den Triangul b a d. und suchet zu denen 3 daran bekannten Stücken den Tangenten a b. Saget: Wie sich verhält der *Sinus totus* in den Tabellen zu dem *Latere a d.* So verhält sich der *Tangens* des Winckels *b d a.* in denen Tabellen zu meinem *Tangenten a b.*

Log. Sin. tot. Log. Lat. a d. Log. Tang. b d a. 46°.
10,0000000. — 1,5797836 — 10,0151628.
10,0151628

11,5949464 Log. Lat. a b.

Neben dem nächst-ähnlichsten in denen Tabellen stehet die absolute Zahl, 3935. das ist 3,935(3. lang ist die Linie a b.

XI. Subtrahiret nunmehro die gefundene Weite ab von der andern gefundenen Weite a c. der Rest giebt die Distanz b c. So breit ist die Insul, zu deren man nicht kommen kan.

Tangens a c. 8,149(3
Tangens a b. 3,935(3

Latus b c = 4,214(3

Scholion.

Forderte jemand, man solte auch die Breite des Flusses x c und b o ausmessen, so gienge es in einer Arbeit hin. Die Winckel x d a. 67°. und o d a. 37°. sind bekannt. Saget demnach: Wie sich verhält der *Sinus totus* in den Tabellen zu dem *Latere a d.* 3,8(1. so verhält sich der *Tangens* des Winckels *x d a.* in dem *Canone* zu dem *Tangenten x a.* in meinem Triangul.

Log.Sin.tot. Log.Lat.a d. Log. Tang. 67°.

10,0000000 — 1.5797836 — 10.3721481.

10.3721481

11.9519317 Log. Lat. a x.

Neben dem nächst-kleinerem stehet die absolute Zahl 8952. wo der Logarithmus unter der Characteristica 3. aufgesuchet wird, das ist, 8,952(3. lang ist die Weite a x. Subtrahiret nun von a x. die Weite a c. bleibt im Rest die Breite des Flusses c x.

Tangens a x = 8,952(3

Tangens a c = 8,149(3

Latitudo e x = 803(3

Eben so suchet die Weite b o. Saget: Der *sinus totus* in den Tabellen giebt die Seite *a d.* 3,8(1. was giebt der *Tangens* in den Tabellen des Winckels *o d a*? Resp. Er giebt den Tangenten o a. in meinem Triangul.

Log.Sin.tot. Log. Lat. a d. Log. Tang. 37°.

10,0000000 — 1.5797836 — 9. 8771144.

9.8771144

11.4568980 Log.Tang.o a.

Neben dem nächst-grösseren in denen Tabellen unter der Characteristica 3. stehet die Zahl 2864. das ist 2,864(3. ist der

Tan-

Tangens o a lang. Subtrahiret diesen von dem Tangenten b a. der Rest ist die Breite des untern Flusses o b.

Tangens a b = 3,935(3
Tangens a o = 2,864(3

Die Breite o b = 1,071(3

Demnach wäre in dieser Figura 3. *Tab.* VI. die Weite der Insul b c. die obere Breite des Flusses c x. und die untere Breite desselben o b. bekannt, und muß man dieses Problema gar wohl sich bekannt machen, indeme es ungemein vielen Nutzen in vielerley Fällen hat.

Problema LIV.

Eine Weite zu messen, zu deren man nicht nur nicht kommen kan, sondern auch zu welcher nicht einmahl ein solch in gleicher Linie wegstehendes Punct zu finden ist, auf welchem ein rechter Winckel könnte aufgerichtet werden; das ist, wo die Stand-Linie schief mit der *Distanz*-Linie angenommen wird.

Resolutio.

I. Es solte die Weite a b gemessen werden, und ist gleichwohl nirgend beyzukommen, als *Tab.* VI. nur von d. läßt sichs schief herunter gehen Fig. 4. auf c. ohne einen rechten Winckel zu haben in d.

II. Setzet in diesem Fall den meßingernen halben Circul in d. und messet den Winckel b d c. 75°. 30'.

III. Messet die Stand-Linie d c. 5,46(2. und traget das Instrument in c. messet daselbst den Winckel d c a. 28 Grad, und a c b. 42°. 50'. addiret beyde, so habt ihr den Winckel d c b. 70°. 50'.

IV. Addiret die Winckel c d b 75°. 30′. und d c b. 70°. 50′. die Summam 146°. 20′. subtrahiret von 180. der Rest 33°. 40′ ist der dritte Winckel d b c.

V. Addiret ferner den Winckel b d c. 75°. 30′. und den Winckel d c a. 28°. die Summam 103°. 30′. subtrahiret von 180. der Rest 76°. 30′. ist der dritte Winckel d a c.

VI. Wenn diese Vor-Arbeiten geschehen, so sprecht also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *d b c* 33°. 40′. **giebt die gegen-überstehende Seite** *c d*. 5,46(2. **Was giebt der** *Sinus* **des Winckels** *d c b*. 70°. 50′. ? Resp. Er giebt die gegenüberstehende gantze Seite d b.

Log. Sin. 33°. 40′. Log. Lat. d c. 546. Log. Sin. 70°. 50′.
9. 7437921 — 2. 7371926 — 9. 9752330

9. 9752330

12. 7124256
9. 7437921

2. 9686335 Log. Lat. d b.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo unter der Characteristica 3. stehet in denen Tabellen die absolute Zahl 9303. das ist 9,303(3. lang ist die Weite d b.

VII. Saget ferner also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *d a c*. 76°. 30′. **giebt die gegen-überstehende bekannte Seiten** *d c*. 5,46(2. **Was giebt der** *Sinus* **des Winckels** *d c a*. 28°. ? Resp. Die gegen-überstehende Seite d a.

Log.

Log. Sin. 76°. 30′. Log. Lat. cd. Log. Sin. 28°.
9. 9878315. — 2. 7371926 — 9. 6716093.
9. 6716093

12. 4088019
9. 9878315

2. 4209704 Log. Lat. d a.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo unter der Characteristica 3. stehet in denen Tabellen die absolute Zahl, 2636. das ist 2 Ruthen, 6 Schuh, 3 Zoll, 6 Gran ist die Weite d a. lang.

VIII. Subtrahiret nunmehro d a von d b. bleibt a b. die gesuchte Weite der zwey Objectorum a und b.

Die Weite d b = 9,303(3
Die Weite d a = 2,636(3

Die Weite a b = 6,667(3

Problema *LV.*

Die Weite zweyer Oerter zu messen, zwischen welchen man nur an einem Ort eine *Distanz*-Linie queer hinunter nehmen kan.

Resolutio.

I. Man solte einem sagen, wie weit von a auf b. wäre, und ist doch nur von c auf d mög- Tab. VII.
lich herunter zu gehen, und zwar also, Fig. 1.
daß auf die Weite a b die Stand-Linie c d. perpendiculariter fiel, so stellet das Instrument in c perpendiculariter, das ist, richtet die Dioptern des Diametri auf a und b. das bewegliche Lineal rucket auf 90°, und lasset in beliebiger Weite einen

Pfahl in d einschlagen, der durch die Dioptern des Lineals bedeckt stehe; oder, richtet auf eine andere Art nach dem Parte II. Sect. I. die Perpendicularem c d auf dem Feld in a b auf.

II. Lasset die Stand-Linie c d messen, diese sey 4,84(2. Gehet mit dem halben Circul in d und nehmet beschriebener massen die Winckel a d c. 50°. und c d b. 59°. 30'.

III. Proportioniret hierauf die Seiten also: Saget: **Der** *Sinus totus* **in den Tabellen giebt die bekannte Seite** *d c*. 4,84(2. **was giebt der** *Tangens* **des Winckels** *a d c*. **der** 50 **Grad hält?** Resp. Er giebt den Tangenten a c in meinem Triangul.

Log. Sin. tot. Log. Lat. c d. 4,84(2. Log. Tang. 50°.
10,0000000 — 2,6848454 — 10,0761865
10,0761865

12,7610319 Log. Tang. a c.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in den Tabellen, unter der Characteristica 3. stehet die absolute Zahl 5768. diese zeiget an, daß der Tangens a c lang sey 5,768(3.

IV. Saget ferner: **Der** *Sinus totus* **in den Tabellen giebt die bekannte Seite** *d c*. 4,84(2. **was giebt der** *Tangens* **des Winckels** *c d b*. 59°. 30'. **in den Tabellen.**? Resp. Er gibt den Tangenten c b in meinem Triangul d c b.

Log. Sin. tot. Log. Lat. c d. Log. Tang. 59°. 30'.
10,0000000 — 2,6848454 — 10,2298515.
10,2298515

12,9146969 Log. Tang. c b.

Neben

Neben dem nächst-grösseren in den Tabellen stehet die Länge des Tangenten c b. 8,217(3.

V. Addiret endlich die zwey Tangenten a c und c b, die Summa ist die verlangte Weite a b.

Tangens a c. 5,768(3
Tangens c b. 8,217(3

Die Weite a b. 13,985(3

Demnach ist von dem Baum a. bis auf den Baum b. 13 Ruthen, 9 Schuh, 8 Zoll, 5 Gran, welches zu wissen verlanget wurde.

Scholion.

Wenn die Stand-Linie c d. nicht perpendiculariter an a b könnte angehänget werden, sondern es stünde aus der schiefen Linie c d. ein stumpffer Winckel b c d. und ein spitziger a c d. so verfahret also: Tab. VII. Fig. 2.

1) Stellet das Instrument in c. und nehmet, so gut ihr könnet, die Stand-Linie c d. welche gemessen sey 6,9(1.
2) Messet den Winckel b c d. 112°. 30'. und dessen Complementum zu dem halben Circul a c d. 67°. 30'.
3) Gehet mit dem Instrument in d. und nehmet die zwey Winckel a d c. 77°. 30'. und c d b 40°.
4) Addiret die Winckel a d c 77°. 30'. und a c d. 67°. 30'. die Summam 145. subtrahiret von 180. der Rest 35°. ist der dritte Winckel c a d.
5) Addiret auch die zwey Winckel b c d 112°. 30'. und c d b. 40. Grad, die Summam 152°. 30'. subtrahiret von 180. der Rest 27°. 30'. ist der dritte Winckel c b d.
6) Saget nunmehro also: Der *Sinus* des Winckels *c a d.* 35°. giebt die gegen-überstehende bekannte Seite *c d.* 6,9(1
Was giebt der *Sinus* des Winckels *a d c.* von 77°. 30'?
Resp. Er giebt die gegen-überstehende unbekannte Seite a c.

Log.Sin. 35°. Log.Lat.cd.9,6(1. Log.Sin. 77°.30'.
9.7585913 — 1.8388491 — 9.9895815.
9.9895815

11.8284306
9.7585913

2.0698393 Log. Lat.ac.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo unter der Characteristica 2. stehet die absolute Zahl 117. das ist, weil das Bruch-Zeichen in dem mittleren Satz war, 11,7(1. so lang ist die Seite a c. Unter der Characteristica 3. aufgeschlagen, kommt noch ein Bruch-Stück mehr heraus, 11,74(2.

7) Saget ferner also: Der *Sinus* des Winckels *c b d.* 27°. 30'. giebt die gegen-überstehende bekannte Seite *c d.* 6,9(1.
Was giebt der *Sinus* des Winckels *c d b.* 40°?
Resp. Die gegen-überstehende Seite c b.

Log.Sin.27°.30'. Log. Lat. cd. Log.Sin. 40°.
9,6644056 — 1.8388491 — 9.8080675.
9.8080675

11.6469166
9.6644056

1.9825110 Log. Lat. c b.

Neben dem nächst-kleineren in denen Tabellen unter der Characteristica 3. stehet die Länge der Seiten c b. 9,605(3.

8) Addiret zuletzt die zwey gefundene Seiten a c und c b. die Summa giebt die verlangte Weite a b. die zu messen war.

Latus a c = 11,740(3
Latus c b = 9,605(3

Latus a b = 21,345(3

Pro-

Problema LVI.

Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren keinen auf keinerley Weiße man kommen kan, sondern wo ein Stück Wegs davon eine Stand-Linie sich nehmen lässet, auf deren beyden Enden beyde Oerter können gesehen werden.

Resolutio.

I. Man solte messen wie weit von dem Dorff a. auf den nächst-gelegenen Hof b seye, da doch der darzwischen liegende Fluß den Zugang verwehret. Nehmet dahero über dem Fluß herüber eine Stand-Linie an c d. nicht zu groß, und nicht zu klein, ex. gr. 170.

II. Stellet das Instrument in c. und nehmet die Winckel b c a. 89°. und b c d. 29°.

III. Gehet mit dem Instrument in d. verrichtet alles wie sichs gehöret, und nehmet die Winckel a d c. 30°. und a d b. 94°. 30′.

IV. Addiret die Winckel b c a. 89°. und b c d 29°. die Summa 118°. ist der gantze Winckel a c d. Eben so addiret die 2 Winckel a d c 30°. und a d b. 94°. 30′ die Summa 124°. 30′. ist der gantze Winckel c d b. und einen von diesen beyden gantzen Winckeln brauchet man, nachdeme nemlich von c. oder d. die Ausrechnung angestellet wird.

V. Wenn dieses geschehen, so addiret ferner den Winckel a d c. 30°. zu dem gantzen Winckel a c d 89° + 29°. die Summam 148°. subtrahiret von 180. der Rest 32°. ist der dritte Winckel d a c.

VI. Sehet nunmehro mente die Linie c b. als ausgestrichen an, so habt ihr auf der einen Seiten den Triangul a c d. in welchem alle 3 Winckel bekannt, sammt der einen Seiten c d.

VII. Proportioniret demnach also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *c a d.* 32°. **giebt die gegen-überstehende Seite** *c d.* 17(o. **was giebt der** *Sinus* **des gantzen Winckels bey** *c.* 118°. Resp. Er giebt die ihme gegen-überstehende Seite a d.

Log. Sin. 30°. Log. Lat. c d. 17(o. Log. Sin. compl. 62°.

9.7242097 — 1.2304489 — 9.9459349

9.9459349

11.1763838

9.7242097

1.4521741 Log. Lat. a d.

Neben dessen nächst-grösseren Logarithmo, unter der Characteristica 3. stehet die Zahl, 2833. das ist, 28,33(2. lang ist die Seite a d.

VIII. In dem andern Triangul b d c, darinnen man sich nun auch die Linie a d. mente ausgelöschet einbilden muß, addiret erstlich die zwey Winckel b c d 29°. und c d b. 30° + 94°. 30'. Die Summam 153°. 30'. subtrahiret von 180, der Rest 26°. 30'. ist der dritte Winckel c b d.

IX. Saget hierauf also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *c b d.* 26°. 30'. **giebt die gegen-überstehende Seite** *c d.* 17(o. **was giebt der** *Sinus b c d,* 29°.? Resp. die gegen-überstehende Seite d b.

Log. Sin. 26°. 30'. Log. Lat. c d. Log. Sin. 29°.
9,6495274 — 1.2 3 0 4 4 8 9 — 9,6855712.
9.6 85 5 7 1 2

10,9 1 6 0 2 0 1
9.6 4 9 5 2 7 4

1. 2 66 4 9 2 7 Log. Lat. b d.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo unter der Characteristica 3. stehet in denen Tabellen die Länge der Seiten b d. 18,48(2.

X. Nunmehro ist an dem Triangul a d b. bekannt die Seite a d. 28,33(2. die Seite b d. 18,48(2. und der darzwischen stehende Winckel a d b. 94°. 30'. Suchet demnach durch das Problema XLVII. die übrigen Winckel erstlich darzu, so ist zuletzt die unbekannte Seite, als die gegebene Weite, auch leicht zu finden. Saget nemlich: **Wie sich verhält die Summa der zwey bekannten Seiten** 46,81(2. **zu der** *Differenz* **dieser zwey Seiten**, 9,85(2. **So verhält sich der** *Tangens* **der halben Summa der zwey unbekannten Winckel** 42°. 45'. **zu dem** *Tangenten* **des** *Anguli Differentiæ.*

Log. Summæ. Log. Differentiæ. Log. Tang. 42°. 45'.
3.6703386 — 2. 9934362 — 9. 9658555
9. 9658555

12.9 5 9 2 9 1 7
3.6 7 0 3 3 8 6

9.2 8 8 9 5 3 1 Log. Tangentis Anguli differentiæ.

Uber

Uber und neben dem nächst-grösseren Logarithmo tangentis in dem Canone stehet 11 Grad. Wenn demnach dieser Angulus differentiæ zu 42°. 45'. addiret wird, so ist die Summa 53°. 45'. der grössere Winckel a b d.

Subtrahiret man diesen Angulum differentiæ von 42°. 45'. so ist der Rest der dritte kleinere Winckel d a b. 31°. 45'.

XI. Nun ist endlich möglich die unbekannte Seite a b. zu finden. Saget: **Der** *Sinus* **des Winckels** *b a d.* 31°. 45'. **giebt die gegen-überstehende Seite** *b d.* 18,48(2. **was giebt der** *Sinus Complementi* **zu** 94°. 30'. **das ist, der** *Sinus* **von** 85°. 30'? Resp. Er giebt die gegen-überstehende Seite a b.

Log. Sin. 31°. 45'.	Log. Lat. b d.	Log. Sin. 85°. 30'.
9.7211623 —	3.2667020 —	9.9986591.
	9.9986591	
	13.2653611	
	9.7211623	
	3.5441988	Log. Lat. a b.

Neben dem nächst-kleinerem Logarithmo in denen Tabellen stehet die Länge der Seiten a b. 3501. das ist von dem Dorff a. bis auf den Hof b. ist 35 Ruthen, 0 Schuh, 1 Zoll.

Problema LVII.

Es seyen gegeben zwey Oerter, zu denen man nirgends beykommen, sondern nur zwischen ihnen, und doch auch ferne hinweg von der *Distanz*-Linie ein Stück Wegs herun-

ter

ter gehen kan; ihren Abstand von einander zu finden.

Resolutio.

I. Es fragt sich, wie weit a von b. liege, und man kan nirgend eine Stand-Linie nehmen, die auf der Distanz-Linie aufstünde, ausser von d auf c ein Stück herunter, so stellet das Instrument in d. und sehet herunter auf c, allwo ein Pfahl eingeschlagen werden muß. Tab. VIII. Fig. 1.

II. Nehmet die Winckel b d c. und a d c. jener sey 104°. dieser 109°. 30′.

III. Lasset diese Stand-Linie messen, 10,75(2. und ihr gehet unterdessen auf c. mit dem Instrument, verrichtet alle gehörige Vorarbeiten, hernach nehmet den Winckel d c b. 51°. 30′. und d c a. 43°. 20′.

IV. Nun sind an dem △ a d c. bekannt der Winckel a d c. und a c d. sammt der Base des △. d c. und so sind an dem andern △ gefunden b d c. und b c d. die zwey Winckel auf der bekannten gemeinschafflichen Base d c. Addiret demnach den Winckel a d c. 109°. 30′. und a c d 43°. 20′. die Summam 152°. 50′. subtrahiret von 180°. der Rest, 27°. 10′ ist der dritte Winckel d a c.

V. Eben so addiret den Winckel b d c. 104° und b c d 51°. 30′. die Summam 155°. 30′. subtrahiret von 180°. der Rest 24°. 30′. ist der dritte Winckel d b c.

VI. Saget nunmehro also: Der *Sinus* des Winckels *d a c.* 27°. 10′. giebt die gegen-überstehende bekannte Seite *d c.* 10,75(2. was giebt

giebt der *Sinus Complementi* des Winckels *a d c.* 109°. 30′. das ist, der *Sinus* des Winckels 70°. 30′. ? Resp. Die gegen-überstehende Seite a c.

Log. Sin. 27°. 10′. Log Lat. 10,75(2. Log. Sin. 70°. 30′.

9.6595173 — 3.0314085 — 9.9743466

9.9743466

13.0057551

9.6595173

3.3462378 Log. Lat. a c.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen, stehet die absolute Zahl 2220. das ist 22,20(2. lang ist die Seite a c.

VII. Saget ferner: Der *Sinus* des Winckels *d b c.* 24°. 30′. giebt die gegen-überstehende Seite *d c.* 10,75(2. was giebt der *Sinus Complementi* des Winckels *b d c.* 104°. das ist der *Sinus* des Winckels 76°. ? Resp. Die gegen-überstehende Seite b c.

Log. Sin. 24°. 30′. Log. Lat. d c. Log. Sin. 76°.

9.6177270 — 3.0314085 — 9.9869041

9.9869041

13.0183126

9.6177270

3.4005856

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo stehet in denen Tabellen 25,15(2. so lang ist die Seite b c.

VIII. Ad-

VIII. Addiret nunmehro die Winckel a c d. 43°. 20'. und b c d. 51°. 30'. die Summa 94°. 50'. ist der gantze Winckel a c b. und demnach ist am grossen Triangul a c b. bekannt die Seite a c. 22,20(2. die Seite b c. 25,15(2. und der darzwischen stehende Winckel a c b. 94°. 50'.

IX. Setzet, nach dem Problemate XLVII. die Terminos in der Regula de Tri also: Wie sich verhält die Summa der zwey bekannten Seiten 47,35(2. zu der *Differenz* dieser zwey Seiten, 2,95(2: So verhält sich der *Tangens* der halben *Summæ* derer zwey unbekannten Winckel 42°. 35'. zu dem *Tangenten* des *Anguli Differentiæ.*

Log Summæ.	Log. Differentiæ.	Log. Tang. Semi-Summæ Angulor.
3. 6753200	— 2. 4698220	— 9. 9633204
	9. 9633204	
	12. 4331424	
	3. 6753200	
	8. 7578224	Log. Tang. Ang. differ.

Uber und neben dem nächst-grössern Logarithmo Tangentis in denen Tabellen stehet der Winckel von 3 Grad, 17. Minuten. Addiret diese Differenz zu 42°. 35'. so giebt die Summa 45°. 52'. den grössern Winckel c a b.

Subtrahiret diese Differenz von der halben Summa 42°. 35'. so ist der Rest der andere spitzige Winckel a b c. 39°. 18'.

X. End-

X. Endlich sprechet: **Wie sich verhält der Sinus des Winckels** *a b c.* 39°. 18′. **zu seiner gegen-überstehenden Seiten** *a c.* 22,20(2. **So verhält sich des Winckels** *a c b.* 94°. 50′. *sein inus Complementi*, 85°. 10′ **zu seiner gegenüberstehenden Seiten** *a b.* **die zu wissen begehret wird.**

Log. Sin. 39°. 18′. Log. Lat. 22,20(2. Log. Sin. 85°. 10′

9.8016649 — 3.3463530 — 9.9984529

9.9984529

13.3448059

9.8016649

3.5431410 Log. *Lat.* a b.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen stehet die absolute Zahl 3493. so weit, nemlich 34,93(2. ist von a auf b.

Scholion.

Wolte man an statt der Seiten a c. und b c. die Seiten a d. und b d. suchen, so käme zuletzt der stumpffe Winckel a d b heraus, zwischen denen zwey bekannten Seiten a d und d b. Und zwar also: Man addirete den Winckel a d c. 109°. 30′. zu dem Winckel b d c. 104°. die Summam subtrahirete man von 360. der Rest 146. Grad, 30. Minuten, giebt den Winckel a d b. Alsdann verfahret nach dem XLVII. *Problemate*, so kommt zuletzt auch die verlangte Weite a b. heraus.

Problema LVIII.

Eine Weite zweyer sehr entfernter Oerter durch drey *Stationes*, **mehrerer Sicherheit halber**

ber zu messen, damit man desto gewisser wisse richtig verfahren zu haben.

Resolutio.

Es geschiehet zuweilen, daß man in dem messen der Distanz sehr weit-entlegener Objectorum mehrer Gewißheit halber drey Stände annehmen will und muß, da bishero nur mit 2 Stationen zu messen gewiesen worden. Dieß thut man nun darum, damit mehr als 2 Linien in ein Punct zusammen kommen und dasselbe determiniren sollen. Exempli gratia. Es soll die Weite a b. zweyer sehr entle- Tab. VIII. gener Bäume gemessen werden, und weilen man 2 Stationen nicht trauen will, so solten drey Stände c d e. angenommen werden. Demnach verfahret also: Fig. 2.

I. Messet mit dem Instrument bey c. den Winckel a c d. und hernach die Stand-Linie c d. wenn ihr aus c auf a und b und d. visiret habt. Der Winckel halte 140°. 30'. die Stand-Linie c d. sey lang 29(o.

II. Auf dem Ende der ersten Stand-Linie bey d. messet alle 3 Winckel, a c d. sey 29°. 30'. a d b 54° und b d e. 24°. messet auch von daraus die Stand-Linie d e. 38,4(1.

III. Auf der dritten Station in e. messet den gantzen Winckel d e b. 143°. wenn ihr auf d. a. b visiret habt.

IV. Addiret die Winckel a c d. 140°. 30. und a d c 29°. 30'. die Summam 170. subtrahiret von 180, der Rest 10, gibt den dritten Winckel c a d.

V. Eben so addiret den Winckel d e b. 143°. und b d e. 24°. die Summam 167°. subtrahiret von 180. der Rest 13° ist der dritte Winckel d b e.

VI. Nun saget also: **Der *Sinus* des Winckels *c a d.* 10° giebt die gegen-überstehende bekannte Seite *c d.* 29. was giebt des stumpffen Winckels *c.* 140°. 30'. seines *Complementi* von 39°. 30', sein *Sinus*? *Resp.* Die gegen-überstehende unbekannte Seite *a d.***

Log. Sin. 10°. Log. Lat. c d. 29(0. Log. Sin. 39°. 30'.
9. 2396702 — 1. 4623980 — 9. 8035105.

9. 8035105
11. 2659085
9. 2396702
2. 0262383 Log. Lat. a d.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo unter der Characteristica 3. stehet die Zahl 1062. das ist, 106,2(1. lang ist die Seite a d.

VII. Saget ferner: **Der *Sinus* des Winckels *d b e* 13°. giebt die gegen-übestehende Seite 38,4(1. was giebt des stumpffen Winckels *d e b.* 143°. sein *Sinus Complementi* von 37°? Resp.** Die gegen-überstehende unbekannte Seite d b.

Log. Sin. 13°. Log. Lat. d e. 38,4(1. Log Sin. 37°.
9. 3520880 — 2. 5843312 — 9. 7794630

9. 7794630
12. 3637942
9. 3520880
3. 0117062 Log. Lat. d b.

Neben

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in denen Tabellen stehet die Länge der Seiten d b. nemlich 102,7(1.

VIII. Nun habt ihr an dem mittleren grossen ▽ a d b. bekannt die Seite a d. 106,2(1. die Seite d b. 102,7(1. und den darzwischen stehenden Winckel a d b. 54°. saget demnach also nach dem Problemate XLVII: **Wie sich verhält die Summa der zwey bekannten Seiten** 208,9(1. **zu der** *Differenz* **der zwey Seiten** 3,5(1. **so verhält sich der** *Tangens* **der halben** *Summæ* **derer zwey unbekannten Winckel** 63° **zu dem** *Tangenten* **des** *Anguli Differentiæ.*

Log Summæ. Log. Differentiæ. Log. Tang. 63°.

3.3199384 — 1.5440680 — 10.2928341

10.2928341

11.8369021

3.3199384

8.5169637 Log. Tang. Ang. Differ.

Über und neben dem nächst-kleineren Logarithmo Tangentis in denen Tabellen stehet 1 Grad 53 Minuten; addiret diesen Angulum differentiæ zu der halben Summa der 2 unbekannten Winckel, so giebt die Summa 64°. 53'. den grösseren Winckel a b d. subtrahiret diesen Angulum differentiæ 1°. 53'. von 63° der Rest 61°. 7'. ist der kleinere Winckel b a d.

IX. Endlich saget: Der *Sinus* des Winckels *a b d.* 64°. 53′. giebt die gegen-überstehende Seite *a d.* 106,2(1. was giebt der *Sinus* des Winckels *a d b.* 54°.? Resp. Die gegen-überstehende unbekannte Seite a b.

Log. Sin. 64°. 53′.	Log. Lat. a d.	Log. Sin. 54°.
9.9568623 —	3.0261245 —	9.9079576
	9.9079576	
	12.9340821	
	9.9568623	
	2.9772198	

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen unter der Characteristica 3. stehet die absolute Zahl 9489. das ist 94,89(2. lang ist ab. die Distanz, die zu wissen begehret worden.

Scholion.

Alle bisherige Problemata haben gezeiget, wie man die Weiten mit dem horizontaliter gestellten Instrument finden soll. Nun ist nöthig auch die Höhen und Tieffen auszumessen, in welchem Fall das Instrument perpendiculariter, oder auch wohl mannichmahl in einen gewissen Winckel über dem Horizont gerichtet, und ein Winckel genommen werden muß, welcher vermittelst guter Perpendicularen und Bley-Gewichten, denen der Wind keine Bewegung geben kan, erhalten wird.

Problema LIX.

Eine Höhe zu messen, zu welcher man unten an den Boden ungehindert gehen kan

Resolutio.

Tab. VI. Fig. 5. I. Es solte der Thurn a b gemessen werden, wie hoch er wäre, man könnte auch unten

ten bis an a zu ihn kommen. So messet nur in einer beliebigen Distanz, a c mit dem perpendiculariter gestellten halben Circul den Winckel fdb. 68°.

II. Messet die Stand-Linie c a = f d. 3,65(2. so habt ihr an dem Triangul b fd. drey Stücke bekannt, den Winckel fdb. die Basin f d. und den Winckel f. als einen rechten, weil alle Höhen, Thürne, Bäume, &c. perpendiculariter gesucht und wenigstens dafür angenommen werden.

III. Saget demnach also: **Der** *Sinus totus* **in dem** *Canone* **giebt die Stand-Linie** 3,65(2. **was giebt der** *Tangens Canonis* **des Winckels** *f d b.* **von** 68 **Grad**? Resp. Den Tangenten meines Trianguls fb.

Log.Sin.tot.	Log.Lat. a c.	Log. Tang. 68°.
10,0000000	— 2.5622929	— 10.3935904
	10.3935904	
	f2.9558833	Log.Lat. fb.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in denen Tabellen, unter der Characteristica 3. stehet die absolute Zahl 9034. das ist 9,034(3. ist der Tangens fb. lang oder hoch.

IV. Addiret die Höhe des Stativs, 6(1. so giebt d Summa die gantze Höhe des Thurns a b.

f b =	9,034(3
a f = c d =	600(3
Höhe des Thurns a b =	9,634(3

Problema LX.

Eine Höhe zu messen, zu welcher weiter nicht zu kommen ist, als daß man in einer gewissen *Distanz* queer vorbey gehen kan.

Resolutio.

Ich wolte wissen wie hoch der Thurn a b. wäre, Tab. VI. Fig. 6. und könnte doch wegen des ihn umfliessenden Wassers nicht darzu kommen, obgleich der Grund des Thurns a. mit dem Land c. horizontaliter läge. Nur allein auf der Seite queer vorbey von c auf d. oder von d auf c. ließ sich gehen; So muß durch Hülffe der Trigonometrie am ersten die unzugängliche Linie c a. durch die zugängliche Linie d c. gefunden werden. Hernach lässet sich aus dem recht-wincklichten Triangul c a b. der Tangens a b. finden. Verfahret demnach also:

I. Stellet das Instrument horizontaliter in d. und schauet auf die Mitte des Thurns unten auf die Thür hin bey a, durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri. Hernach richtet das bewegliche Lineal aus d auf c. und lasset daselbst einen Pfahl einschlagen. Messet den Winckel c d a. auf dem Instrument 65°. und die Stand-Linie d c. durch die Kette, 170.

II. Gehet mit dem Instrument in c. und richtet es wieder horizontaliter, und schauet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri herunter auf d. wenn dieß geschehen, so lasset das Instrument unverruckt, und schiebet das bewegliche

Lineal, bis ihr durch dessen Dioptern aus c. auf a. sehen könnet. Alsdann messet den Winckel a c d. 68°.

III. Nun ist an dem △ c a d. bekannt die Basis c d. und die zwey auf der Base stehende Winckel a c d. und a d c. mit diesen suchet die unbekannte Seite c a. addiret nemlich den Winckel a c d. 68°. zu dem Winckel a d c 65°. die Summam 133°. subtrahiret von 180°. der Rest 47°. ist der dritte Winckel c a d. saget hierauf also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *c a d.* 47° **giebt die gegen-überstehende Seite** *c d.* 17(0. **was giebt der** *Sinus* **des Winckels** *a d c.* 65°. ? *Resp.* Die gegen-überstehende Seite a c.

Log. Sin. 47°.	Log. Lat. c d. 17(0.	Log. Sin. 65°.
9 8641275	— 1. 2304489	— 9. 9572757
	9. 9572757	
	11. 1877246	
	9. 8641275	
	1. 3235971	Log. Lat. a c.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen, unter der Characteristica 3. stehet die Zahl 2107. das ist, 21,07(2. lang ist die Seite a c.

IV. Sehet nunmehro a c. als eure Stand-Linie an, gleich als hättet ihr bis auf a. gehen und die Linie a c messen können, daß sie 21,07(2. hielte. Lasset das Instrument in c stehen, allein richtet es jetzo perpendiculariter auf, und schauet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri aus c auf a. wenn dieß geschehen, so schiebet das bewegliche

Lineal so weit in die Höhe, bis ihr durch dessen Dioptern die Spitze des Thurns b sehet, und messet darauf den Winckel a e b. 58°. 30'.

V. Nun ist an dem Triangul e a b. der rechte Winckel a, der spitzige Winckel e. und die Basis a c. bekannt, damit lässet sich der Tangens a b. als die Thurn-Höhe finden; Saget: **Der** *Sinus totus* **in dem** *Canone* **giebt die bekannte Seite** *a c* **21,07(2. was giebt der** *Tangens* **des Winckels** *a e b.* 58°. 30'. ? Resp. Den Tangenten a b. meines Trianguls e a b. als die verlangte Höhe des Thurns.

Log Sin. tot. Log. Lat. a c. Log. Tang. 58°. 30.

10. 0000000 — 3. 3236645 — 10. 2126807

10. 2126807

13. 5363452 Log. Lat. a b.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in denen Tabellen stehet die Zahl 3406. nemlich 34,05(2. hoch ist der Thurn a b. Nota, die Stativs Höhe wird in der zweyten Operation als darzugerechnet præsupponiret.

Problema LXI.

Ein gewisses Stück einer gegebenen ganzen Höhe durch *Trigonometrische* **Rechnung zu finden.**

Resolutio.

Tab. IX. Fig. 1. Es solte die Höhe eines auf einem Berg stehenden Thurns a c. ohne des Bergs Höhe c b. darzugenommen, gefunden werden, so verfahret also:

I. Su-

I. Suchet nach dem vorhergehenden Problemate *mit* dem horizontal-stehenden Instrument die Distanz-Linie d b. das ist: Gehet in e mit dem Instrument, und messet den Winckel e. welcher halten wird 106°. Gehet in d. und messet den Winckel b d e. 34°. 50′. lasset auch die Stand-Linie d e messen 7,7(1. addiret die beyden Winckel e. 106° und b d e. 34°. 50′. die Summam 140°. 50′. subtrahiret von 180. der Rest 39°. 10′. giebt den dritten Winckel d b e. Saget: **Der** *Sinus* **des Winckels** *d b e.* 39°. 10′. **giebt die gegen-überstehende Seite** *d e.* 7,7(1. **was giebt der** *Sinus* **des Winckels** *e.* **von** 106 **Grad, das ist der** *Sinus* **seines** *Complementi* **von** 74 **Grad?** Resp. Die gegen-überstehende Seite d b. giebt er.

Log.Sin.39°.10′. Log.Lat.d e. Log.Sin.compl. 74°.
9.8004272 — 1.8864907 — 9.9828416

9.9828416

11.8693323

9.8004272

2.0689051 Log.Lat.d b.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo unter der Characteristica 3. in denen Tabellen stehet die Zahl 1172. das ist 11,72(2. ist die Seite d b. lang.

II. Richtet nunmehro das in d stehende Instrument perpendiculariter, und schauet durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri aus d auf b. Hernach schiebet das bewegliche Lineal in die Höhe, bis ihr aus d auf c, als die Höhe des

Berges und den Grund des Thurns sehen könnet. Messet diesen Winckel c d b. 14°. Fahret fort das bewegliche Lineal aufwärts zu schieben, bis ihr durch dessen Dioptern die Spitze des Thurns a erblicket. Messet auch diesen Winckel a d c. 19°.

III. Nun habt ihr zwey recht-wincklichte Triangul d b a und d b c. an beyden ist der rechte Winckel b. und die Basis d b. gemeinschafftlich und bekannt. Hiernächst ist der spitzige Winckel a d c und c d b. gefunden. Mit diesen bekannten Stücken ist leicht die verlangte Höhe zu finden. Addiret die zwey Winckel a d c. 19°. und c d b. 14°. so ist die Summa 33 Grad der gantze Winckel a d b. Saget hierauf: **Der *Sinus totus* in denen Tabellen giebt die bekannte Seite *d b*. 11,7212. was giebt der *Tangens* des Winckels *a d b*. 33° in denen Tabellen?** Resp. Er giebt den Tangenten a b. in meinem Triangul.

Log. Sin. tot.	Log. Lat. d b.	Log. Tang. 33°.
10. 0000000	— 3. 0689276	— 9. 8125174
	9. 8125174	
	12. 8814450	Log. Tang. a b.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in denen Tabellen stehet die Zahl 7611. unter der Characteristica 3. aufgeschlagen, das ist 7,611(3. hoch ist der Thurn sammt dem Hügel a b.

IV. Saget ferner: **Der *Sinus totus* in denen Tabellen giebt die Seite *d b*. was giebt der *Tangens* des Winckels *c d b*. 14° in denen Tabellen**

dellen? Resp. Er giebt den Tangenten c b. in dem Triangul c b d.

Log. Sin. tot. Log. Lat. d b. Log. Tang. 14°.
10,0000000 — 3.0689276 — 9.3967711.
9.3967711

12.4656987 Log. Tang. c b.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in denen Tabellen stehet 2922. das ist 2,922(3. oder 2 Ruthen, 9 Schuh, 2 Zoll, 2 Gran ist der Tangens c b. lang, als die Höhe des Hügels.

V. Subtrahiret nunmehro den Tangenten c b. 2,922(3. von dem Tangenten a b. 7,611(3. der Rest giebt die verlangte Höhe a c.

Tangens a b. 7,611(3
Tangens c b. 2,922(3

Höhe des Thurns a c. 4,689(3

Scholion.

Es ist in diesem und dem vorhergehenden *Problemate* wohl zu mercken, daß die Höhe des *Stativs*, worauf das Instrument gestanden, als schon darzu addiret, sey angenommen worden.

Problema LXII.

Eine Höhe zu messen, zu deren Grund man nicht hingehen kan, bey welcher auch nicht queer vorbeyzugehen, sondern da nur hinter sich zurück ein Stück Wegs gangbahr ist.

Resolutio.

I. Die Höhe des Thurns a b soll Trigonometrice gefunden werden. Man Tab. IX. Fig. 2.

kan

kan, wegen des darzwischen fliessenden Wassers, weder zum Thurn selbst, noch queer auf einer Seite hinunter darzu kommen. Hintersich zurück lässet sich von dem Grund des Thurns b. in gerader Linie fortgehen auf c und d.

II. Stellet demnach das Instrument perpendiculariter in c. und sehet mit des unbeweglichen Diametri Dioptern horizontaliter aus x auf h. Hernach schiebet das bewegliche Lineal, bis ihr durch seine Dioptern die Spitze des Thurns a sehet, und messet also den Winckel a f h. 69°, 30'. merket auch zugleich den Angulum complementi a x e. 110°. 30'.

III. Gehet hinter sich zurück mit dem Instrument aus c in d. sehet erstlich durch des unbeweglichen Diametri seine Dioptern aus d auf h. und wenn alles richtig gestellet, so rucket das bewegliche Lineal, bis ihr durch dessen Dioptern die Spitze a wiederum sehet. Nehmet die Grad, wie viel der Winckel a e x. auf dem Instrument hat, nemlich 58°. 30'.

IV. Endlich lasset die Stand-Linie c d = x o. messen, 15,41. so habt ihr drey Triangul, der erste f a h. nutzet Anfangs, oder nachdem man die Sache angreiffet, überhaupt nichts. Der andere Triangul c a h. nutzet mir auch noch nichts, denn an beyden ist weiter nichts, als ein spitziger Winckel sammt dem rechten, bekannt. Der dritte Triangul e a x. ist derjenige, mit welchen am ersten muß operiret, und die Seite a e gesuchet

suchet werden, weilen 2 Winckel und 1 Seite daran bekannt ist.

V. Addiret die zwey Winckel a x e 110°, 30'. und a e x. 58°. 30'. die Summam 169° subtrahiret von 180. der Rest 11 Grad ist der dritte Winckel x a e.

VI. Saget nunmehro: Der *Sinus* des Winckels *x a e.* 11. Grad, giebt die gegen-überstehende Seite *x o* = *c d.* 15,4(1. was giebt des stumpffen Winckels *a x e.* 110. Grad 30 Min. sein *Sinus complementi* von 69°. 30'? Resp. Er giebt die gegen-überstehende unbekannte Seite a e.

Log. Sin. 11°.	Log. Lat. x o.	Log. Sin. 69°. 30'.
9,2805988 —	2. 1875207 —	9. 9715876
	9. 9715876	
	12. 1591083	
	9. 2805988	
	2. 8785095	Log. Lat. a e.

Neben dem nächst-kleineren Logarithmo in denen Tabellen stehet die Länge der Seiten a e 75,60(2.

VII. Nun ist an dem grossen recht-wincklichten Triangul a h e. nebst dem rechten Winckel h. bekannt der spitzige Winckel a e h. 58°, 30'. und die Hypothenusa a e. 75,60(2. Nehmet diese für den Sinum totum, und die Seite a h. für den Sinum des Winckels a e h. an, und saget also: Der *Sinus totus* in dem *Canone* giebt die Seite *a e* 75,60(2. was giebt der *Sinus* des Winckels *a e h* 58°, 30', in denen Tabellen? Resp. Er

giebt

giebt den Sinum a h, eben dieses Winckelsin meinem Triangul.

Log.Sin.tot. Log.Lat. a e. Log.Sin. 58°.30'.

10.0000000 — 2.8785095 = 9.9307658

9.9307658

12.8092753 Log.Sin. a h.

Neben diesem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen stehet die Länge des Sinus a h. 64,46(2.

VIII. Addiret die Höhe des Stativs, welche nach einem andern Maaß-Stab hier angenommen worden, damit die Figur kennbahr, in der That aber solte es 5 Schuh nach dem Maaß-Stab seyn, damit a h gemessen worden, so kommet die Höhe des gantzen Thurns heraus, 64,96(2.

Scholion I.

Man hätte auch das Werck also angreiffen können, daß in dem Triangul a x e. die Seite a x. statt der Seiten a e. wäre gesuchet worden. Hernach hätte man mit dem recht-winckelichten Triangul a h f. statt dessen a h e. den Sinum a h. gesuchet, und zu dem gefundenen Sinu die Höhe des Stativs addiret, so wäre auch die Höhe des gantzen Thurns heraus gekommen. Die Rechnung stünde also:

Log.Sin. 11°. Log. Lat. x e. Log.Sin. 58°.30'.

9.2805988 — 2.1875207 — 9.9307658

9.9307658

12.1182865

9.2805988

2.8376877 Log. Lat. a x.

68,81(2.

Log.

Log. Sin. tot. Log. Lat. a x. Log. Sin. 69°. 30'.
10. 0000000 — 2. 8376877 — 9. 9715876.
9. 9715876

12. 8092753 Log. Sin. a h.
64,46(2.
Höhe des Stativs. 50(2.

Höhe des Thurns. 64,96(2.

Scholion II.

Für allzuspitzige Winckel ist sich in der Praxi ausserordentlich zu hüten, indeme man solche selten accurat nehmen, mithin nicht ohne den grösten Verstoß operiren kan. Jedoch kommt auf ein gut, NB. ein gut Instrument, das, meiste an. Allein gute *Instrumenta* sind rar. Die meisten Instrumenta, die auf den Kauff herum getragen werden, sind mehr nicht als des alten Meßings werth. Es werden solche, mechanicè also dahin gemacht, ohne ein Verständniß von dem Grund zu haben. Zu wünschen wäre es, daß entweder die Mechanici vorhero auch die Geometrie und *Trigonometrie* lerneten, oder daß einige unter denen Gelehrten sich auch auf die Verfertigung derer Instrumenten ex Professo legeten, daß man richtige, ihres Geldes doppelt werth-seyende Instrumenta bekommen könte.

Problema LXIII.

Höhen zu messen, zu welchen man auf gar keine Weise kommen kan, sondern welche nur von einer andern Höhe in zen Ständen übereinander betrachtet werden können, und welche letztere Stand-Höhen man entweder schon als bekannt weiß, oder durch einen Bleywurff finden kan.

Resolutio.

Es stünde vor einem Hauß in solcher Weite ein Baum a b, daß dessen gantze Tab. IX. Fig. 3.

Höhe

Höhe aus zwey gerad-übereinander stehenden Fenstern c und d. könnte übersehen werden. Ich wüste auch den Abstand beyder Fenster, oder ich könnte solchen durch einen Bleywurff leicht messen, daß er wäre 2,8(1. so verfahret also:

I. Nehmet bey c. dem unteren Fenster, den Winckel a e b. 67°. und zugleich dessen Compleimentum zu 90°. nemlich den Winckel a o d. 23°. gehet hinauf in das obere Fenster, und nehmet in d den stumpffen Winckel a x c 153°. 30'. so habt ihr an dem Triangul x a o bekannt die Seite c d. und die darauf stehende zwey Winckel a x o. und a o x. Suchet damit die unbekannte Seite a c.

II. Addiret die 2 Winckel, ihre Summam subtrahiret von 180. der Rest giebt den dritten Winckel x a o.

III. Saget also: **Der** *Sinus* **des Winckels** *x a c.* **giebt die gegen-überstehende Seite** *a d*: **was giebt des stumpffen Winckels** *a x o.* **sein** *Sinus complementi*? Resp. Er giebt die gegenüberstehende unbekannte Seite a c.

IV. Wenn nun also a c gefunden worden, so ist an dem recht-wincklichten Triangul a b c. nebst dem rechten Winckel b. der spitzige Winckel c. 67°. und die Hypothenusa a e bekannt. Saget demnach also: **Der** *Sinus totus* **in dem** *Canone* **giebt die Seite** *a c.* **was giebt der** *Sinus Tabularis* **des Winckels** *a e b.* **von** 67 **Grad**? Resp. Den Sinum meines Trianguls a b. als die verlangte Höhe des Baums, die zu wissen begehret worden, und zu welchen man auch von dem Hauß

aus

aus, wegen darzwischen fliessenden Wassers, nirgend zukommen konte. Die völlige Logarithmische Berechnung dessen stehet also:

Ang. a x o. 153°. 30′. Ang. a x o. 153°. 30′.
Ang. a o x. 23. Semi-circ. 179. 60.

Summa 176. 30′. Ang. compl. 26. 30.
Semi-circ. 179. 60.

Ang. x a o. 3. 30.

Log. Sin. 3°. 30′. Log. Lat. c d. 2,8(1. Log. Sin. 26°. 30′.
8. 7856753 — 1. 4471580 — 9. 6495274
9. 6495274

11. 0966854
8. 7856753

2. 3110101 Log. Lat. a c.
20,46(2.

Log. Sin. tot. Log. Lat. a c. Log. Sin. 67°.
10. 0000000 — 2. 3110101 — 9. 9640261
9. 9640261

12. 2750362 Log. Sin. a b.
18,84(2.

Demnach ist die Höhe des Baums 18. Ruthen, 8. Schuh, 4. Zoll.

Scholion. 1

Wenn es möglich, daß von dem obersten Fenster bis auf den Boden und Grund des Hauses die Stand-Linie kan angenommen werden, so gehet es noch etwas accurater, auch geschwinder zu. Es sey die Höhe des Baums a b zu messen, so machet es also;

1) Nehmet aus dem obern Fenster d. den Winckel a e x. das ist, richtet das Instrument, welches perpendicular stehen muß, also, daß ihr durch die Dioptern des unbeweglichen Diametri horizontaliter auf x. aus d sehen könnet, indeme das Instrument perpendiculariter stehet. Sehet alsdenn durch die Dioptern des beweglichen Lineals auf a. und nehmet die Gradus des Winckels a e x. 38°. 10'.

2) Fahret hierauf mit dem beweglichen Lineal auch herunter auf b. und nehmet den Winckel x f b. merckende, daß die Anguli per crucem oppositi einander gleich sind; dieser wird seyn 15°. 20'.

3) Subtrahiret diesen von 90°. der Rest 74°. 40'. ist der Winckel b d c. als das Complementum zum Quadranten.

4) Lasset auch von d bis auf den Boden c. messen, dieß sey Exempli gratia 6,552.

5) Nehmet nunmehro zu erst den unteren recht-wincklichten Triangul b c d. saget: Der *Sinus totus* in dem *Canone* giebt die Seite *c d.* 6,552. was giebt der *Tangens* des Winckels *b d c.* 74°. 40'.? Resp. Er giebt den Tangenten b c in meinem Triangul b c d. welcher gleich ist x d.

Log. Sin. tot.	Log. Lat. c d.	Log. Tang. 74°. 40',
10,0000000	— 2. 8162413	— 10,5619413
	10. 5619413	
	13. 3781826	Log. Tang. b c.

Neben dem nächst grösseren Logarithmo in denen Tabellen stehet die Zahl 23,892. so lang ist der Tangens b c = x d.

6) Nun sehet den oberen recht-wincklichten Triangul a x d an, daran ist neben dem rechten Winckel x. der spitzige Winckel e samt der Base x d = b c, bekannt. Saget demnach also: Der *Sinus totus* in dem *Canone* gibt die *Basin* meines Trianguls *x d* — *c b.* 23,892. Was giebt der *Tangens* des Winckels *a e x.* 38°. 10'.? Resp. Er giebt den Tangenten a x. meines Trianguls.

Neben

Log.Sin.tot. Log.Lat.x d = bc. Log.Tang.38°.10′.
10,0000000 — 3.3781826 — 9.8954119
9.8954119

1 3.2735945 Log. Tang. a x.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen, stehet die Länge des Tangentens a x. 18,78(2.

7) Addiret die Höhe vom Fenster bis auf die Gassen dc. als die Stand-Höhe, 6,55(2. so ist die Summa 25,33(2. So hoch wäre der Baum, oder Thurn &c.

Scholion II.

Es ist hier nicht auf die natürliche Proportion derer Höhen an Häussern und Thürnen gesehen worden, denn 25 Ruthen ist kein Baum hoch, sondern um der Ausrechnung richtiger zu helffen, hat man freywillige Zahlen angenommen.

Scholion III.

Dieß wäre von der Trigonometrischen Messung derer Höhen genung gesaget; mit denen Tieffen und ihrer Messung ist es einerley, nur daß man sich die Triangul unterwärts gekehret einbilden muß. Wer ein gut Judicium hat, wird aus bisherigen genugsam von selbsten die Tieffen auszumessen nachgrüblen können. Ein einziges Exempel soll das folgende und letzte Problema der Trigonometrie geben.

Problema LXIV.

Die Tieffe eines Brunnens durch *Trigonometrische* Rechnung zu finden.

Resolutio.

1. Es sey der Brunnen a b, dessen Tieffe soll gemessen werden. Oben bey c. als dem andern Ende der Breite des Brunnens, kan man auf den Boden b, sehen, auch in visiren mit dem Tab. X. Fig. 2.

Instrument, oder auf welche Art es einem beliebet zu messen.

II. Nehmet demnach den Winckel a c d. 70°. und mercket: Je tiefer der Brunnen und je enger er ist, je schärffer suchet den Winckel.

III. Messet auch die Breite des Brunnens, oder die Weite des Brunnen-Lochs oben diametraliter a c. welche sey 1,1(1. so habt ihr, nebst dem rechten Winckel a. den Winckel a c d. 70°. und die Seite a c. 1,1(1. an dem Triangul a b c. bekannt.

IV. Saget demnach: Der Sinus totus in denen Tabellen giebt die Seite a c. 1,1(1. was giebt der Tangens des Winckels a c d. 70°. in denen Tabellen? Resp. Er giebt den Tangenten a b. in meinem Triangul, als die verlangte Tieffe des Brunnens.

Log. Sin. tot.	Log. Lat. a c.	Log. Tang. 70°.
10,0000000 —	1.0413927 —	10.4389341
		10.4389341

11.4803268 Log. Tang. a b.

Neben dem nächst-grösseren Logarithmo in denen Tabellen, unter der Characteristica 3. stehet die Zahl 3022. das ist 3,022(3. tief ist der Brunnen a b.

Scho-

Scholion.

Es könten noch Tieffen eines hangenden Schachts in Bergwercken; Item *Perpendicular*-Tieffen eines Berges, von dem man nicht herunter kan; Item die *Hypothenusæ* derer Berge, und andere Dinge zu messen gewiesen werden: Alleine weilen dieses Buch **Anfangs-Gründe der** *Trigonometrie* heisset, und zu dem aus allem bisherigen gar leicht ist, die Anzahl derer *Problematum* sich selbsten zu vermehren, und allerhand unzugängliche Linien auf unterschiedliche Arten zu finden, so lege ich hier die Feder nieder, und will nur noch, wie ich allbereit Parte II. *Sect.* I. *Definit.* LI. *Scholio* III. pag. 17. versprochen und wegen allerhand Hindernüssen unterlassen, in einem Anhang die Verfertigung eines *Proportional*-Circuls beschreiben.

Es ist allbereit *Parte* II. *Sect.* I. Probl. XV. pag. 61. der Grund des Proportional-Circuls gezeiget worden. Man besehe nur Tabula IV. Figuram 9. *Sect.* I. *Part.* II. und die Figuram 3. Tabulæ X. *Part.* III. so wird jedem in das Gesicht fallen, daß

1) Wenn die gegebene Linie a b grösser oder kleiner, und die Seite e c des Winckels e c d. beweglich wäre in seinem Centro, daß, sag ich, alle andere Linien könten hineingetragen werden.

2) Wenn in mehrere Theile die Seite c d. zergliedert wäre, so könte eine jede gegebene Linie in mehrere und wenigere Theile getheilet werden, nachdem nemlich dieselbe in eine Zahl zwischen die zwey Seiten e c. und c d. gestellet würde.

Es ist auch *Parte* II. Sect. I. *Definitione* LI. *seqq.* der Proportional-Circul beschrieben und nach allen seinen Linien definiret, in dem Scholio I. Problematis IV. Partis I. Sect. I. dessen Erfinder benennet, in dem Scholio II. die Probe, ob

das Centrum in dem Stifft des Gewinds richtig, gezeiget, in dem Scholio III. von der Anzahl aller Linien auf dem Proportional-Circul gehandelt, und solches Scholio III. Definit. LI. Part. II. Sect. I. wiederholet worden.

Es ist ferner bishero in dem Parte I. II. III. in fünff und achzig Problematibus der herrliche und unaussprechliche Nutzen des Proportional-Circuls durch die Arithmetic, Geometrie und Trigonometrie sattsam genug bewiesen worden. Billig fraget anjetzo ein Anfänger und Liebhaber derer Mathematischen Wissenschafften, wie machet man demnach dieß Instrument, und wie werden diese Linien darauf getragen? Und ich antworte: Der folgende Anhang dieses dritten Theils soll dieses so viel möglich deutlich zeigen.

An-

Anhang
Des
Dritten Theils,
Von
Der Verfertigung
Des
Proportional=
Circuls,
Mit denen
Sechs Haupt=Linen:
Nemlich, der

Linea Arithmetica,
Linea Geometrica,
Linea Polygonorum,
Linea Chordarum,
Linea Cubica, und
Linea Metallica.

Zu welcher noch in dem vierdten Theil
kommen soll
Die
Linea Fortificatoria.

Problema I.

Einen *Proportional*-Circul nach seinen *Materiali*schen Stücken zu verfertigen.

Resolutio.

I. Nehmet zwey meßingerne Lineale, 6 bis 7 Zoll, auch wohl noch mehrere lang, 6 bis 7 Linien breit und 2 Linien ohngefehr dick, ex. gr. mein Fig. 2. aufgerissener Proportional-Circul ist 6 Zoll lang mit dem Gewind, 7 Gran breit an einem Lineal und $1\frac{1}{2}$ Gran dick. Lasset solche in einem Gewind mit einem Stifft zusammen fügen. NB. Das Gewind muß aber so nett und accurat gemacht werden, daß die Bewegung im auf und zuthun des Proportional-Circuls gleich und in einerley drangen Drücken geschehe.

II. So accurat nun das Gewind durch einen Sägenschnitt oben in das eine Lineal, und durch ein meßingernes Blätlein des anderen Schenckels in einander passen muß, durch Hülffe des Stiffts vernietet, als woran der drange Zug im auf- und zuthun gelegen: So vollkommen accurat muß auch das Centrum in der Mitte des Stiffts unten und oben, auf beyden Seiten nemlich, eintreffen, so daß, wenn es möglich wäre aus dem oberen Centro durchzustechen, man just durch

das andere Centrum des Stiftes perpendiculariter durchstossete. Dieses erhält man nun also: Setzet die eine Spitze des Taster-Circuls unterhalb in den Stifft des Gewinds in das eine Centrum, hernach machet mit der andern Spitze des Circuls 4 Sectiones in der Mitte des Stiffts oberhalb, durch herumdrehung des Blätleins, auf die 4 Seiten, das mittlere Punct, wo diese 4 Bögen einander durchschneiden, wird das Centrum des Stiffts und auch des Proportional-Circuls seyn.

III. Mercket, das Blättlein, welches in den Einschnitt des einen Schenckels oben hineingehöret, ist zwar von Meßing, der Stifft aber in dem Blätlein muß von Stahl seyn, weil Stahl und Meßing einander nicht annehmen, mithin das Instrument nicht so leicht wacklend, zugleich auch das Centrum nicht so bald verstochē wird, da doch unzehlig mahl der Hand-Circul in das Centrum des Proportional-Circuls muß gestellet werden.

IV. Wenn das Centrum in dem Stifft recht in der Mitte, und der Stifft in das meßingerne Blätlein sich recht in die Mitte schicket, so feilet alsdann den Proportional-Circul hinten halb-rund in dem Kopff, und das übrige feilet accurat zu einer geraden Linie mit dem Centro, daß a b mitten durchs Centrum auf der einen Seiten, und c d. mitten durchs Centrum auf der andern Seiten durchgehe, wie Fig. 2. die zwey Seiten des Proportional-Circuls vorstellet.

V. Ziehet auch aus dem Centro längs des Schenckels eine gerade Linie x o. und feilet, was zu viel

ist,

ist, nett hinweg, und so auch aussen auf der andern Seiten b. e. damit es ein durchaus gleich-breites Lineal sey.

VI. Eben diese Arbeit verrichtet an dem andern Schenckel, und wenn beyde also zugerichtet sind, so stecket den einen Schenckel mit dem Blätlein in den andern Schenckel mit dem Einschnitt in einander, bey dem Centro, und trachtet ihn also zusammen zu niethen, daß man ihn bequem auf- und zumachen, und doch in jeder Oeffnung sicher unverruckt erhalten könne.

VII. Sehet auch darauf, daß der Meßing durch und durch einerley Dicke habe, und die Schenckel keine Rhomboides, sondern Parallelogramma nach ihren Flächen seyen und wenn das Instrument zugemachet wird, die beyden Schenckel so genaue zusammen treffen, daß sie miteinander nur eine Linie, vom Centro aus gezogen, machen. Es müssen die Schenckel so accurat seyn, daß wenn auch der Proportional-Circul aufgemacht und völlig umgebogen wird, beyde Schenckel ein accurat Lineal ausmachen.

VIII. Wenn dieß alles geschehen, so lasset die beyden Schenckel allenthalben recht plan schleiffen, mit Bimsen-Stein und Kohlen, oder auf eine Manier die einem jeden gefällt, so ist der Proportional-Circul nach seinen wesentlichen Stücken fertig.

Scholion I.

Man machet auch die Proportional-Circul länger, und setzet, wie oben schon erwehnet, Dioptern darauf, und gebraucht dieselben in Feldmessen. In diesem Fall muß dann

auch

auch die Breite und Dicke derer Schenckel darnach proportioniret werden. Es werden auch noch kleinere *Proportional*-Circul gemacht, auf welchen die Linea Arithmetica nur auf 120 Theile, und die LineaGeometrica nur bis aufs 64ste Planum steiget: Allein jene mag ich dieser Ursach wegen nicht anführen, weil ihr Gebrauch sehr mißlich, und die Erfindung einer grösseren Vollkommenheit noch ungewiß; diese aber werden ohnehin mit zu machen gelehret: Denn wenn man einen Proportional-Circul zu machen lernet, auf welchen die *Linea* Arithmetica 200. Theile hat, und die Linea planorum bis auf das 100. Planum steiget, so wird man auch verstehen, die Lineam arithmet. nur in 120 Theile zu theilen, und die *Lineam Planorum* nur mit 64 Planis zuversehen, wiewohl dieses auch die Problemata selbst noch klärer machen werden. Beyde *Extrema* sind hier zu fliehen, allzu grosse Proportional-Circul sind zu beschwerlich, und in allzu kleinen kommen die *Puncta* gar zu nahe zusammen, und kan schwerlich die Accurateste erhalten werden.

Scholion II.

Gantz gewiß ist es, wenn einer will lernen den Proportional-Circul zu gebrauchen, so wird er nicht eher zum völligen Verständnüß dessen gelangen, bis er verstehet, wie die Linien seyen aufgetragen und das gantze Instrument verfertiget worden. Dahero habe es für eine höchste Nothwendigkeit gehalten, die Beschreibung dessen, welche Parte II. allbereit versprochen, und durch Hindernüß unterlassen muste, hier dem dritten Theil mit anzuhängen. Ich habe denen Anfängern schon einmahl diesen Rath gegeben, sie solten sich anfangs einen höltzernen Proportional-Circul machen lassen, und wiederhohle solchen aus folgenden Ursachen: Erstlich, wird niemand die folgende *Problemata* recht verstehen, wenn er nicht die Hand selbst anleget, und alle Linien mit eigenem Fleiß aufträgt. Zweytens, so ist zu besorgen, es dörfften die ersten Arbeiten offt einen Fehler bekommen, und die Linien und *Puncta* unrichtig fallen, in solchem Fall lässet sich dann ein höltzerner leichter wieder abhoblen, als ein messingerner abschleiffen. Drittens, wenn das Holtz recht dürr, der Stifft von Stahl und das höltzerne Instrument vor allzu grosser Wärme und

feuch-

feuchten Lufft bewahret wird, so kan ein hölzerner *Pro portional*-Circul schon auch seine Dienste, wenigstens einem Anfänger, thun. Wenn auch dieß alles nicht wäre, so verdienen hoffentlich die vielen Nutzbarkeiten dieses Instruments wohl endlich noch ein Stücklein Holtz, auf demselben das Lehr-Geld zu geben, und alsdann mit denen darauf erlerneten Hand-Griffen auf dem Meßing desto netter zu arbeiten.

Problema II.

Auf einem *Proportional*-Circul die *Lineam partium æqualium*, oder *arithmeticam*, zu ziehen, welche zu allen Eintheilungen derer *Linearum rectarum* dienlich ist.

Resolutio.

I. Ziehet aus dem Centro n. auf der einen Seiten des Proportional-Circuls, eine gerade Linie auf die beyden Schenckel, und zwar also, daß des Ende jeder Linie auf jedem Schenckel so weit divergent lauffet, damit noch Platz übrig sey, nachgehends die Lineam Planorum und Polygonorum gegen die inneren Rände derer Schenckel zu ziehen. Jedoch muß auch noch aussen so viel Platz bleiben, daß man noch eine Linie ziehen könte.

II. Nehmet ferner wohl in acht, daß diese zwey aus dem Centro n auslauffende Linien aussen von dem Rand gleich-weit abstehen; ich meyne, so weit von m. auf u. ist, so weit muß auch von p. auf q. seyn.

III. Theilet nunmehro die gantze Linie in 2 gleiche Theile, so wird jeder Theil 100 seyn, weil die gantze Linie vor 200 soll angenommen werden.

Thei-

Theilet jede Helffte wieder in 2 Theile, so ist eine jede 50 Theiligen groß. Theilet jeden dieser 50 wieder in 5 Theil, so hat jeder 10 Theil. Endlich theilet jeden dieser 10 in 2 Theil, und jeden dieser 2 Theile in 5 Theil; so ist die gantze Linie in 200 gleiche Theile zertheilet.

IV. Ziehet allezeit von 5 zu 5. ein Strichlein, und von 10 zu 10. schreibet die Zahlen darzu, von Centro bey denen ersten zehen Theilen den Anfang machend; die andern Theiligen punctiret alle mit netten zarten und doch sichtbahren Punctlein so ist Linea arithmetica aufgetragen.

V. Man mercke: Was auf dem einem Schenckel verrichtet wird, das muß auf dem andern Schenckel in eben der Seite zu gleicher Zeit verrichtet werden, damit wird eine accurat wie die andere, und ist ein Vortheil dabey.

Scholion.

Man kan auch einen guten verjüngten Maaß-Stab aus der gantzen Linea arithmetica machen, als welches ohnehin geschehen muß wegen vieler Arbeiten derer andern Linien, die auf den Proportional-Circul getragen werden. Fig. 1. ist ein solcher zu sehen, daran ist a b so lang, als die Linea arithmetica, und die Linea Geometrica, und die Linea Polygonorum. Diese ist nun in 10. gleiche Theile, und einer deren wieder in 10. Theile getheilet worden. Da nun die Linea arithmetica nach dem Problemate in 200. Theile gehet, so kan ein jeder der 10. Theile des gantzen Maaß-Stabs vor 20. angesehen werden, so ist der gantze Maaß-Stab 200. Von diesem gehet es nun gar richtig durch Hülffe des Stangen-Circuls an, daß man die Theiligen richtig nehmen und in die Lineam arithmeticam tragen, und zugleich auch einschlagen kan. Wobey doch einige Handgriffe zu mercken, die sich hier nicht beschreiben lassen.

Pro-

Problema III.

Die Probe zu machen, ob die *Linea arithmetica* accurat auf dem *Proportional*-Circul stehe.

Resolutio.

I. Nehmet mit einem Hand-Circul, dessen Crura sehr spitzig sind, vom Centro aus die gantze Lineam arithmeticam, und probiret, ob die andere Linie auf dem andern Schenckel auch so groß sey. Thut hierauf den Proportional-Circul von einander, und probiret, ob die Weite eures Hand-Circuls wieder vom Centro aus in die Ende beyder Linien eintreffe. Verrucket noch etlichmahl den Proportional-Circul, und sehet ob die Oeffnung des Hand-Circuls richtig allemahl in die Ende der zwey Linearum eintreffe. Wenn es allezeit eintrifft, so ist dieß ein Anzeigen, daß der Stifft accurat in dem Blätlein, das Centrum accurat in dem Stifft, und die Linea accurat vom Centro auf beyde Schenckel beschriebener maaßen gezogen worden.

II. Zu probiren, ob auch die 200 Theiligen alle einander gleich, und keines kleiner oder grösser sey: So nehmet mit einem Hand-Circul ex.gr. 40 vom Centro aus, sehet ob diese Weite vom Centro aus einschlage in 80, wenn ihr mit dem Hand-Circul aus 40 fort gehet; Item, ob sie in 120 eintreffe, wann ihr den Hand-Circul aus 80 fort umschlaget; ferner ob es in 160. und endlich 200. eintreffe, wenn man immer weiter den Hand-Circul fortgehen lässet.

III. Man

III. Man kan auch 30 von Centro aus nehmen, den Hand-Circul in 60 umschlagen, ferner in 90 fortgehen, weiter in 120. in 150 in 180. und wo es allenthalben ordentlich eintrifft, so ist die Linea arithmetica richtig. Oder, nehmet von Centro aus 11. so muß der Hand-Circul in 22. 33. 44. 55. 66. 77. 88. 99. &c. einschlagen.

IV. Man kan auch mit dem einem Fuß des Hand-Circuls ausser dem Centro in einer Zahl, ex. gr. in 20. einsetzen, und den andern Fuß bis auf ein beliebiges Punct, ex. gr. in 59. öffnen, hernach mit dieser Weite hinüber auf den andern Schenckel gehen und wieder in 20 einsetzen, so wird es auch in 59. einschlagen, und so ferner, wenn die Linea arithmetica richtig ist.

Problema IV.

Die *Lineam Planorum*, oder *Geometricam*, welche zu allen Flächen *Latera homologa* von andern ab- und zunehmende Flächen geben kan, auf den *Proportional*-Circul zu tragen.

Resolutio I.

Wenn nur 64 *Plana* aufgetragen sind.

I. Ziehet aus dem Centro des Proportional-Circuls n. die zweyte Linie auf die beyden Schenckel also, daß sie unten an ihren Enden in die Mitte eines jeden Schenckels kommen, und machet sie eben so lang, als die Lineam arithmeticam.

II. Theilet eine jede dieser zweyten Linie von Centro aus in 8. gleiche Theile, davon darff der achte

Theil

Theil, von Centro an gerechnet, nicht ausgezogen seyn, aus dieser Ursach: Es müssen alle Linien aus dem Centro hergehen, welches zuletzt eine Confusion und Zusammenfluß dererselben machete. Da nun der erste Theil in der Linea Planorum nicht nöthig hat ausgezogen zu werden, so erspahret man den Raum um das Centrum herum und lässet der Lineæ arithmeticæ desto mehr Platz.

III. Der andere Theil vom Centro an gerechnet ist 2 mahl so groß, als der erste, demnach giebt er die Seite einer Fläche, die 4 mahl so groß ist, als die kleine Fläche der ersten Seiten: Denn eine Zahl mit sich selbst multiplicirt giebt ein Quadrat, und demnach ist das Latus vom Centro aus bis auf den zweyten Punct 4 mahl so groß, als das Quadrat des ersten Theils.

IV. Der dritte Theil von denen 8 Theilen ist 3 mahl so groß als der erste: Ergo ist er eine Seite eines Quadrats, das 9 mahl so groß ist, als das Quadrat der ersten Seiten, denn 3 mahl 3 ist 9.

V. Der vierdte Theil vom Centro aus ist 4 mahl so groß, als der erste, demnach giebt er eine Seite eines Quadrats, welches 16 mahl grösser als das erste Quadrat, denn 4 mahl 4 ist 16.

VI. Der fünffte Theil vom Centro aus ist 5. mahl grösser, Ergo giebt er ein Latus zu einem Quadrat, das 25 mahl grösser, als das erste. Der sechste Theil ist 6 mahl grösser, Ergo giebt er ein Latus zu einem Quadrat, das 36 mahl grösser ist. Der siebende Theil vom Centro aus ist ein Latus Qua-

drati so 49 mahl grösser, als das erste, und endlich die gantze Linea Planorum von Centro aus bis aussen ans Ende, ist ein Latus Quadrati, welches 64 mahl grösser, als das erste Quadrat. Denn die gantze Linie ist in 8 Theile eingetheilet, und 8 mahl 8 ist 64.

Sehet nur die Figuram 3. an, die wird das gantze Werck am besten erklären: Denn man wird finden, daß a b c d. viermahl grösser ist, als das erste Quadrat; Item a e f g. ist 9 mahl grösser; a h i k. ist 16 mahl grösser; a l m n. ist 25 mahl grösser; a o p q. ist 36 mahl grösser; a r s t. ist 49 mahl grösser, und a u w x. ist 64 mahl grösser, als das erste Quadrat des ersten Theils von Centro aus.

VII. So weit ist es nun richtig und auch leicht, wenn man von 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. die in multiplicatione quadrata steigende Latera homologa solcher Quadratorum finden will. Alleine es müssen auch derer darzwischen stehenden Quadratorum ihre Latera gefunden werden. Ex. gr. die Seite eines Quadrats, welches 2 mahl, 3 mahl, 5 mahl, 6 mahl, 7 mahl, 8 mahl, 10 mahl, &c. grösser ist, als das erste. Dieß ist nun etwas mühsamer und geschiehet also:

VIII. Behaltet den verjüngten Maaßstab Fig. 1. von welchen schon gesagt worden, daß er gleich sey einer jeden Linie auf dem Proportional-Circul, an ihrer Lange, und nehmet von Centro aus auf dem Proportional-Circul die Grösse des ersten Theils von denen 8 Theilen, darein die gantze

Linea

Linea Planorum getheilet worden, und sehet, wie viel von denen 1000 Theiligen des Maaßstabs dieß Latus des ersten Quadrats halte, welches seyn wird 125. so viel hält das Latus des ersten Quadrats auf der Linea Planorum von Centro aus genommen.

IX. Nehmet diese 125. und multipliciret sie mit sich selbst, so erhaltet ihr des ersten Quadrats Innhalt an □ Maaßen 15625. □. dupliret dieß Quadrat, so entstehet ein quadrat-Zahl, die noch einmahl so groß ist, als die erste, 31250 □. Extrahiret daraus den Radicem Quadrati, so habt ihr das Latus zu einem Quadrat, welches noch einmahl so groß ist, als das erste, dieß wird nach der Extraction seyen 177. Nehmet nunmehro 177. von dem gemachten verjüngten Maaßstab, und traget es von Centro aus auf die Lineam Planorum, so stehen die Latera zweyer in der Ordnung auf ein ander folgender Quadratorum darauf.

125 Latus □ primi,
125

625
250
125

15625 □ primum.
2

31250 □ secundum bis = primo.

223
31250 (177 Radix □ ſecundi.
127
7
189
1
347
7
2429

X. Multipliciret das erſte Quadrat 15625. durch 3. aus der Summa extrahiret den Radicem quadrati 216. Nehmet ſo viel auf euren verjüngten Maaßſtab, und traget es vom Centro aus auf die Lineam Planorum, ſo habt ihr des dritten Quadrati latus in der Ordnung auf dem Proportional-Circul ſtehend.

15625 □ primum.
3
46875 □ tertium.
2
2719
46875 (216 Radix Quadrati tertii.
441
426
6
2556

XI. Machet es nun alſo mit allen übrigen Quadratis intermediis bis auf das 64ſte, und traget die Radices allezeit nach dem angenom̃enen verjüng-

ten

ten Maaßstab darein, so ist die Linea Planorum mit 64 Radicibus Quadratorum fertig. Einen Vortheil zu haben, so sind diese 64 Radices allbereit ausgerechnet in folgender Tabelle bey einander anzutreffen, und dörffen also die Mechanici nur, wenn sie Proportional-Circul verfertigen, und sich einen verjüngten Maaßstab nach der Grösse ihrer Linien gemacht haben, aus dieser Wurtzel-Taffel mit einem Stangen-Circul die Radices nach der Ordnung heraus nehmen, und aus dem Centro allezeit auf beyde Schenckel in die Linea Planorum eintragen, so gehet es geschwind.

Wurtzel-Täfelein der Lineæ Planorum auf 64. Quadrata.

1	125	18	530	34	729	51	892
2	177	19	545	35	739	52	901
3	216	20	559	36	750	53	910
4	240	21	573	37	760	54	918
5	279	22	586	38	770	55	927
6	306	23	599	39	780	56	935
7	330	24	612	40	790	57	944
8	353	25	625	41	800	58	952
9	375	26	637	42	810	59	960
10	395	27	650	43	819	60	968
11	414	28	661	44	829	61	976
12	433	29	673	45	839	62	984
13	450	30	684	46	848	63	992
14	467	31	696	47	857	64	1000
15	484			48	866		
16	500	32	707	49	875		
17	515	33	718	50	884		

Resolutio II.

Wenn 100 *Plana* auf die *Lineam Planorum* getragen werden.

I. Theilet die auf beyde Schenckel richtig-gezogene zweyte Linie in 10 gleiche Theile, so ist der zweyte Theil noch einmal so groß, und ist also ein Latus zu einem Quadrat, welches 4 mahl gröſſer, als das Quadrat des ersten Theils, und so ist die Weite vom Centro bis auf das dritte Punct ein Latus, welches ein Quadrat giebt 9 mahl so groß, als das Quadrat des ersten Theils; und so mit allen fort, bis auf das zehende Punct, welches vom Centro aus genommen das gröste Latus eines Quadrats giebt, 100 mahl gröſſer, als das Quadrat des ersten Theils.

II. Die Quadrata intermedia und deren Latera zu finden, so nehmet die Weite vom Centro aus bis auf das erste Punct in der Linea Planorum, und traget sie in den dabey stehenden verjüngten Maaßstab, wird just in 10. die vor 100. angenommen werden, eintreffen. Quadriret demnach 100 giebt 10000. so habt ihr das Quadrat des ersten Theils: Multipliciret dieß mit 2. und aus der Summa 20000. extrahiret Radicem Quadrati, so habt ihr 141. als die Gröſſe der Seiten des zweyten Quadrati, welches noch einmahl so groß, als das Quadrat der ersten Seiten ist. Nehmet auf dem verjüngten Maaßstab 141. Theile, und traget sie von Centro aus in die Li-

neam

neam Planorum, so habt ihr das zweyte Latus darauf stehen.

100. □ primi Latus.

100

10000 □ primum.
20000 □ secundum.

1
1 4 1 9
2 Ø Ø Ø · Ø (1 4 1 Radix Quadrati.
1 2 4
4
96
281

III. Multipliciret das Quadrat der ersten Seiten mit 3. aus der Summa 30000. extrahiret Radicem Quadrati, und nehmet solche Weite 173. auf dem verjüngten Maaßstab, und traget sie von Centro aus auf die Lineam Planorum, so stehet in der Ordnung das Latus des dritten Quadrats darauf, welches 3-mahl grösser, als das erste.

9
2 1 1 7 1
3 Ø · Ø Ø Ø (1 7 3 Radix Quadrati.
1 2 7
7
189
343
3
1029

IV. Continuiret dieß bis auf 100. das ist, multipliciret das erste Quadrat 10000. mit 4. 5. 6. 7. 8. 9. &c. bis auf 100. so bekommet ihr alle Quadrata. Extrahiret aus jedem den Radicem Quadrati und traget solchen, von dem verjüngten Maaßstab genommen, in die Lineam Planorum von Centro aus, so ist die gantze Linea Planorum in 100 Latera hundert Quadratorum, deren immer eines noch einmahl so groß ist, als das andere vorhergehende, eingetheilet. Es gehet dieses auch sehr geschwind, weil das erste Quadrat 10000. mit allen Zahlen leicht zu multipliciren ist. In folgender Tabelle stehen alle diese Radices schon berechnet und extrahiret beyeinander, aus welcher, wie schon erwehnet, nach dem verjüngten Maaßstab dieselbe geschwind auf den Proportional-Circul getragen werden.

Wurzel-Täfelein der Lineæ Planorum auf 100. Quadrata.

1	100	26	510	51	714	76	872
2	141	27	520	52	721	77	877
3	173	28	529	53	728	78	883
4	200	29	539	54	735	79	889
5	229	30	548	55	742	80	894
6	245	31	557	56	748	81	900
7	265	32	566	57	755	82	905
8	283	33	574	58	762	83	911
9	300	34	583	59	768	84	916
10	316	35	592	60	775	85	922
11	332	36	600	61	781	86	927
12	346	37	608	62	787	87	933
13	361	38	616	63	794	88	938
14	374	39	624	64	800	89	943
15	387	40	632	65	806	90	949
16	400	41	640	66	812	91	954
17	412	42	648	67	818	92	959
18	424	43	656	68	825	93	964
19	436	44	663	69	831	94	969
20	447	45	671	70	837	95	975
21	458	46	678	71	843	96	980
22	469	47	686	72	848	97	985
23	480	48	693	73	854	98	990
24	490	49	700	74	860	99	995
25	500	50	707	75	866	100	1000

Scholion I.

Scheffelt hat, um mehrerer Accurateſſe willen, die gantze Lineam *Planorum* für 10000. angenommen, mithin iſt ein jeder Zoll des verjüngten Maaß-Stabs in 1000. Theile eingetheilet præſupponiret. Dahero kommt auch in ſeiner Tabelle vor jeden *Radicem* eine Zahl mehr, die er auch ohne Zweiffel darum mit einem Punct hinten zur Rechten unterſchieden, um dem Leſer frey zu ſtellen, ob er die Radices nach drey oder 4 Zahlen ausrechnen, und hernach auftragen wolle. Ich habe die vierdte Zahl hinweggelaſſen, und allenthalben die dritte Zahl um eine Unität hinten verſtärcket, wo NB. die vierdte Zahl des *Radicis* über 5. geweſen.

Scholion II.

Man kan auch ohne Berechnung, auf eine andere Art, nach dem Theoremate *Pythagorico*, welches Parte II. p. 198. demonſtriret worden, die Lineam *Planorum* auf den Proportional-Circul tragen. Verfahret alſo:

1) Traget die Länge der gantzen Lineæ *Planorum* beſonders auf ein meßingernes ebenes Blätlein in k m. *Fig.* 4.

2) Richtet aus k eine Perpendicularem auf k n. welche gleich ſey dem erſten *Lateri* des erſten Quadrats vom Centro aus des Proportionals-Circuls, bis auf das erſte Punct, und traget eben dieſe Weite auch aus k auf o.

3) Ziehet die *Diagonalem* n o. ſo iſt dieſe das Latus zu einem Quadrat, welches noch einmahl ſo groß iſt, als das erſte Quadrat.

4) Traget n o. aus k. in 3. und ziehet die Diagonalem n 3. dieſe iſt das Latus zu einem Quadrat, 3mal ſo groß, als das Quadratum *Lateris* n k = k o.

5) Machet es immer alſofort, ſo werdet ihr zuletzt alle Latera derer hundert Quadratorum, die auf die Lineam planorum gehören, finden, und darff man zuletzt nur die Diſtantias k 3. k 4. k 5. k 6. k 7. &c. vom Centro aus in die Lineam planorum forttragen, ſo iſt die gantze Linie verlangter maſſen eingetheilet.

Pro-

Problema V.

Die Probe anzustellen, ob die *Linea Planorum* richtig auf den *Proportional*-Circul aufgetragen worden.

Resolutio.

I. Indeme zwey Methoden gezeiget worden, die Lineam Planorum aufzutragen, so kan eine der andern Probe seyn. Hat man nemlich durch Rechnung und Extractionem Radicum diese Linie auf den Proportional-Circul getragen, so darff man nur nach der andern Methode, vermöge des Theorematis Pythagorici, verfahren. Wenn diese Latera Planorum, nach dem Theoremate Pythagorico gefunden, eintreffen mit denen Seiten nach der Rechnung auf den Proportional-Circul getragen, so ist die Linea Planorum richtig, & vice versa.

II. Man kan auch die Probe auf eine andere Art anstellen: Nehmet mit einem Hand-Circul die Weite von Centro aus bis auf das erste Punct auf der Linea Planorum, und sehet, ob die Umschläge des Hand-Circuls, wenn ihr mit dieser Weite fortgehet, in dieser Geometrischen Progressione steigen, daß die Circul-Spitzen in 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. &c. einschlagen. Wo dieß geschiehet, so ist die Linea Planorum richtig, wenn NB. aus einem jeglichen Punct, in welchem auf der Linea Planorum eingesetzt wird, der Hand-Circul in erwähnter Progressione Geometrica eintrifft.

Exem-

Exemplum I.

Setzet den Hand-Circul in die Zahl oder Punct 3. von Centro aus genommen, auf der Linea planorum, multipliciret geschwind die Progressionem geometri. camst. 4. 9. 16. 25. durch 3.

1.	4.	9.	16.	25
3	3	3	3	3
3.	12.	27.	48.	75.

So wird der Hand-Circul, in der Weite vom Centro aus bis auf das dritte Planum genommen, eintreffen in Fortlauffen in 12. 27. 48. 75.

Exemplum II.

Stellet den Hand-Circul in 10. von Centro aus auf die Lineam Planorum, multipliciret durch 10. geschwind die Progressionem Geom. 1. 4. 9. 16. 25. so wird kommen 10. 40. 90. Wenn nun die Linea planorum richtig aufgetragen, so muß der Hand-Circul in 40. 90. eintreffen, wo er von Centro aus auf 10. geöffnet worden, und die Linea planorum 100 Seiten derer Quadraten in sich hält.

Problema VI.

Die *Lineam Polygonorum*, welche die *Latera homologa* derer zehen ersten *regularen Polygonen*, *NB.* in einerley Circul eingeschrieben, hält, auf den *Proportional*-Circul zu tragen.

Resolutio.

I. Ein Drey-Eck hat die gröste Seiten unter allen Viel-Ecken die NB. in einerley Circul können ein-

eingeschrieben werden. Denn wenn ich 4.5. und mehr gleiche Seiten in einerley Circul eintrage, so werden dieselben, jedes vor sich betrachtet, immer kleiner, je mehr Eck ein Polygon bekommt. Demnach ziehet aus dem Centro des Proportional-Circuls die dritte Linie auf jeden Schenckel, innerhalb die Lineam Planorum hinein, daß sie die innerste auf jeden Schenckel sey, und zwar gleich an der Länge mit der Linea arithmetica und der Linea Planorum, auch gleichweit von dem äussersten Rand derer Schenckel abstehe.

II. Nehmet diese gantze Linie vor das Latus eines Drey-Ecks an, welches, weil es mit dem verjüngten Maaßstab Fig. 1. einerley Grösse hat, auch mente schon in 1000 gleiche Theile zertheilet præsupponiret wird.

III. Mercket auch, mehrerer Deutlichkeit wegen, daß die Seiten derer regularen Viel-Ecke, die in einerley Circul beschrieben werden, einerley Proportion mit denen Chordis derer Center-Winckel eines jeden Polygoni haben, und dahero muß hier wiederhohlet werden, wie die Center-Winckel zu finden sind. Dieß geschiehet also: Nehmet 360. als die Anzahl der Grad eines jeden Circuls, und dividiret solche mit der Zahl des Polygoni, so giebt der Quotient die Zahl derer Graden, wie viel der Center-Winckel in sich halte: Ex. gr. ich habe ein 6-Eck, so dividire 360. durch 6. der Quotient 60. giebt den Center-Winckel einer jeden Seiten des 6-Ecks. Item, ich hätte ein 10-Eck, wenn 360 durch 10 di-

vidiret wird, kommt 36. zum Center-Winckel und so mit allen Viel-Ecken.

IV. Wenn man nun an denen Viel-Ecken ihren Center-Winckel weiß, so wird der Polygon-Winckel gefunden, wenn der Center-Winckel von 180 subtrahiret wird. Ex. gr. der Center-Winckel eines 6-Ecks ist 60. diese von 180 subtrahiret, giebt 120 zum Polygon-Winckel eines 6-Ecks. Item der Center-Winckel eines Zehen-Ecks ist 36. subtrahiret diese von 180. bleibt 144. für den Polygon-Winckel des Zehen-Ecks. Wenn man nun von dem Drey-Eck bis auf das 12-Eck alle Center-Winckel und alle Polygon-Winckel also suchet, so wird folgende Tabell heraus kommen.

Regular Polyg.	Cent. Winck.	Polyg. Winck.
Drey-Eck.	120°	60°
Vier-Eck.	90	90
Fünff-Eck.	72	108
Sechs-Eck.	60	120
Sieben-Eck.	51. 26′	128. 34′
Acht-Eck.	45	135
Neun-Eck.	40	140
Zehen-Eck.	36	144
Eilff-Eck.	32. 44′	147. 16′
Zwölff-Eck.	30	150

V. Damit man nun aber jetzo die Seite derer regularen Viel-Ecke bis auf das zwölffte, in einerley Circul eingeschrieben, finden möge, so kan man an statt derer Chordarum die Helffte deren, als die Sinus der Center-Winckels-Helffte, nehmen, und mit denenselben und denen halben Center-Winckeln also proportioniren: *Ex.* gr. Saget: **Wie sich verhält der *Sinus* von 60 Graden, als des halben Center-Winckels des 3-Ecks, welcher ist 120 Grad, zu der Seiten des 3 Ecks, als der in 1000 Theil getheileten dritten Linie des *Proportional*-Circuls; so verhält sich der *Sinus* des Winckels von 45°. als der Helffte des Center-Winckels eines 4-Ecks, zu der Seite eben desselbigen 4-Ecks, welches in den Circul zu stehen kommen soll, in welchen das Drey-Eck auch stehet.**

Log. Sin. 60°. Log. Lat. 1000. Log. Sin. 45°.

9. 9375306 = 3. 0000000 — 9. 8494850

3. 0000000

12. 8494850

9. 9375306

Log. 2. 9119544

Dieses gefundenen Logarithmi absolute Zahl 816. ist die Seite des 4-Ecks. Nehmet nunmehro mit einem Hand-Circul, oder Stangen-Circul die Weite 816. auf dem verjüngten Maaß-Stab, und traget solche in die Lineam Polygonorum vom Centro aus, so habt ihr die Seite eines 4-Ecks.

VI. Auf

VI. Auf solche Art suchet alle übrige Seiten derer regularen Viel-Ecke, bis auf das zwölffte, in einerley Circul beschrieben. Das ist, behaltet allezeit die zwey vordern Sätze, nemlich den Logarithmum Sinus von 60 Graden und den Logarithmum der Seite des 3-Ecks, und setzet zum dritten Satz allemal den Logarithmum Sinus des halben Center-Winckels desjenigen Viel-Ecks, dessen Seite zu wissen begehret wird, und welche Center-Winckel alle in der angeführten Tabelle befindlich, die man darinnen nur halbiren darff; so werden alle Seiten aller Viel-Ecke von Drey-Eck bis auf das Zwölff-Eck in folgender Tabelle, als allbereit ausgerechnet, anzutreffen seyn, so gar, daß man nur mit dem Stangen-Circul auf den angenomenen verjüngten Maaßstab die Theilgen vor die Seite eines jeden Viel-Ecks aus solcher Tabelle nehmen, und von Centro aus auf die Lineam polygonorum tragen darff, so ist die gantze dritte Linie auf dem Proportional-Circul fertig.

Regular. Polygon.	gleiche Theile.
Die Seite des Drey-Ecks hat	1000
Das vier-Eck mit der Zahl 4	816
Das fünff-Eck mit der Zahl 5	678
Das sechs-Eck mit der Zahl 6	577
Das sieben-Eck mit der Zahl 7	501
Das acht-Eck mit der Zahl 8	442
Das neun-Eck mit der Zahl 9	395
Das zehen-Eck mit der Zahl 10	357
Das eilff-Eck mit der Zahl 11	325
Das zwölff-Eck mit der Zahl 12	299

Scholion. I

Wenn es nöthig wäre, könte man nach diesem Weg gar leicht die Seiten noch mehrerer Polygonorum, in einerley Circul beschrieben eintragen. Man dörffte nur nach der Regula de Tri also ferner proportioniren bis auf das Dreyßig-Eck, ꝛc. in specie wenn man nach des Scheffelts Methode verfühte, welcher die gantze dritte Linie auf unsern Proportional Circul in 10000 Theil getheilet annimt, und für die Chordam des 30-Ecks ansiehet, zwischen 3 und 3. aber die Seiten jeder Figur, wie auch der *Radius* und zugleich die *Subtensa* des 3-Ecks zu finden ist; alleine vor einen Anfänger sey dieses genung.

Scholion II.

Es sind auch in dieser, wie in denen vorigen Rechnungen aller drey Linien, die kleinen Brüche hinweggelassen worden, weil sie nur die tausendste Theiligen sind, und fast nichts austragen.

Problema VII.

Die Probe zu machen, daß man wisse, ob auch die *Linea Polygonorum* richtig aufgetragen sey.

Resolutio.

Dieß geschiehet durch Hülffe der Lineæ Chordarum, von welcher in dem folgenden Problemate zwar erst wird geredet werden. Dahero wenn ein Anfänger dieß nicht verstehen solte, wiewohl schon aus dem zweyten Theil dieser Anfangs-Gründe einiges Licht kan genommen werden, da mit der Linea Chordarum umzugehen gelehret worden; so ist der beste Rath, man unterlasse die Lineam Polygonorum zu probiren, bis das folgende Problema vorhero gelesen worden, und alsdann blättere man zurück und lese es. Der Modus dieser Probe ist nun aber dieser.

I. Nehmet mit einem Hand-Circul auf der Linea Polygonorum das 3-Eck vom Centro aus, welches juſt die gantze Linie iſt; traget dieſe Oeffnung des Hand-Circuls auf die Lineam Chordarum in die andere Seite des Proportional-Circuls zwiſchen 120. und 120 transverſim, als den Center-Winckel des Drey-Ecks.

II. Laſſet den Proportional-Circul in ſolcher Oeffnung, und nehmet das Täfflein zur Hand, worauf die Center-Winckel derer Polygonen ſtehen, und ſehet wie viel das 4-Eck Grad zum Center-Winckel hat; dieß wird ſeyn 90. Nehmet demnach den Hand-Circul und ſetzet den einen Fuß in 90. auf die Lineam Chordarum, und machet den Hand-Circul ſo weit zu, bis ihr transverſim, auch in 90 auf dem andern Schenckel in die Lineam Chordarum kommet. Traget dieſe Weite des Hand-Circuls auf die Lineam Polygonorum vom Centro aus, ſo wird, wo dieſe Linie richtig aufgetragen worden, die andere Spitze des Hand-Circuls in 4. einſchlagen, als der Seiten des 4-Ecks.

III. Eben ſo macht es mit denen übrigen Polygonis, ſuchet eines jeden Viel-Ecks Center-Winckel, u. nehmet auf dem unverruckten Proportional-Circul die Weite ſolches Winckels transverſim auf der Linea Chordarum, ſo wird jede Weite, wenn ſie in die Lineam Polygonorum vom Centro aus getragen wird, einſchlagen in denjenigen Punct, deſſen Viel-Ecks Seite man probiren wolte, und wenn es allenthalben in die gehörigen Puncta derer Viel-Ecke einſchlägt, ſo iſt die Linea Polygonorum richtig. Ex. gr. geſetzt der Proportional-

Cir-

Circul stünde noch offen unverruckt, so nehmet aus dem Täfflein derer Center-Winckel 72°. als des Fünff-Ecks Center-Winckel, und gehet mit dem Hand-Circul in die Lineam Chordarum, nehmet die Weite zwischen 72 und 72. transversum, und traget diese vom Centro aus in die Lineam Polygonorum, so wird sie in 5. eintreffen, und so mit allen.

Problema VIII.

Die *Lineam Chordarum*, darinnen alle *Subtensæ*, oder *Chordæ* von dem 1 Grad bis auf den 180 Grad, *NB.* einerley Circuls, enthalten, richtig auf den *Proportional*-Circul zu tragen.

Resolutio.

Bis hieher ist die eine Seite des Proportional-Circuls mit denen 3 fürnehmsten Linien versehen worden, als nemlich mit der Linea Arithmetica, Linea Planorum und Linea Polygonorum. Nun wendet den Proportional-Circul um, und verfahret also:

1. Ziehet aus dem Centro x auf beyde Schenckel eine gerade Linie x g. und x h. Fig. 2. welche just so lang sey, als eine jede von denen drey Linien auf der ersten Seiten. Nehmet auch dabey dieses hauptsächlich in acht, daß sie accurat in dem Abstand aussen von dem Rand stehe, in welchen die Linea arithmetica auf der andern Seiten auch abstünde, damit die Linea Chordarum just unter der Linea arithmetica so accurat stehe, daß wenn es möglich wäre von Centro, aus x bis auf g. und h. durch den Meßing durch zuschneiden, man zugleich auch die Lineam arithmeticam n p.

und n m. hinweg schneidete; und dieses muß um vieler Operationum willen geschehen, da man aus der Linea Chordarum in die Lineam Arithmeticam, und aus dieser in jene, mit unverruckten Proportional-Circul gehen muß, wie die Problemata Partis II. gewiesen haben.

II. Traget hierauf diese auf den Proportional-Circul gezogene Linie, welche die Chordometrica werden soll, auf einer meßingern Blat besonders auf, und ziehet aus deren Helffte, als einem Centro, einen halben Circul herum, wie Fig. 5. die zwey Linien x o. und x a. um deren eine der halbe Circul x m o. gezogen, deutlicher anzeigen werden.

III. Theilet diesen halben Circul in 180 Grad, und bildet euch ein, der eine Schenckel des Proportional-Circuls stünde an diesem halben Circul so nett an, daß die *Linea* Chordarum auf dem Proportional-Circul mit dem Diametro dieses gezogenen halben Circuls x m o. eine Linie ausmachete, und unverruckt liegen bliebe.

IV. Nehmet nun hierauf einen Hand-Circul, setzet dessen einen Fuß in das Centrum des Proportional-Circuls x. und fanget bey dem fünfften Grad oben an in dem halben Circul bey 1. und ziehet die Chordam herunter auf den Diametrum x o. welches in 1. auffallen wird, und bemercket solches mit einem Punct. Und so machet es aus allen Graden herunter auf den Diametrum, als die die Lineam Chordarum, die Chordas ziehend, und stechet überall ein Punct in die Linie. Zuletzt, wenn bey denen 160 bis 180 Graden die Puncta

zu-

zunahe an einander fallen, so nehmet von 160 bis 165 und von 165. also fort von 5. zu 5 bis 180 die Chordas. In der Fig. 5. ist wegen der Deutlichkeit nur von 10 zu 10 Graden die Eintragung derer Chordarum von I auf 10. von II auf 20. von III auf 30. und so fort geschehen.

V. Zuletzt wenn die 180 Grad alle mit Puncten, so viel zu Anfang und zu Ende der Linie möglich, auf die Lineam Chordarum getragen worden, so theilet diese Puncta also ein, daß ihr von 5 zu 5. ein Strichlein, und von 10 zu 10. die Zahlen derer anwachsenden Grad darzusetzet, so ist die Linea Chordarum aufgetragen, welche man in den Proportional-Circul hinüber trägt.

Problema IX.

Die *Lineam Chordarum* durch die Rechnung mit Zahlen auf den *Proportional*-Circul zu tragen.

Resolutio.

I. Es ist schon einmahl vor allemahl præsupponiret, daß eine jede Linie auf dem Proportional-Circul vor 1000 Theile angenommen werde, wie der Fig. 1 stehende Maaßstab, als die Länge einer jeden Linien, anzeiget; mithin ist auch diese Linea Chordarum in ihre 1000 Theile mente zergliedert.

II. Es ist in dem dritten Theil der Mathematischen Anfangs-Gründe deutlich genung gezeiget, das ein Sinus nichts anders, als die halbe Chorda des halben Winckels oder Bogens sey. Da ich nun auf die Lineam Chordarum alle Chordas von 1 Grad bis auf den 180° tragen soll, so darff

nur die Sinus der Helfften allezeit nehmen, wie sie in denen Tabulis Sinuum berechnet stehen, und nach dem angeführten verjüngten Maaßstab dieselben eintragen, so ist die gantze Linea Chordarum fertig.

III. Exempli gratia: Ich solte die Chordam von 1 Grad auftragen, so suche in denen Tabulis Sinuum den Sinum von 30 Minuten. Item die Chordam zweyer Graduum aufzutragen, so nehmet dafür den Sinum des ersten Gradus, und so fort bis auf den 45°. dessen Sinus wird für die Chordam von 90 Grad genommen. Ferner hinten hervor in denen Tabulis Sinuum, wenn ihr solt die Chordam von 91 Grad auftragen, nehmet dafür den Sinum von 45°. 30'. Item statt des 92 Grades seiner Chorda, nehmet den Sinum von 46 Grad; statt des 93. Gradus seiner Chorda den Sinum von 46 Grad und 30 Minuten, und so weiter bis auf den Sinum totum von 90 Grad, welcher für die Chordam maximam, als den Diametrum des halben Circuls, angenommen wird.

IV. Dieß ist noch zu beobachten, daß bey einem jedem Sinu, der aus den Canone genommen wird, die vier hinteren Zahlen zur rechten Hand abgeschnitten werden müssen: Oder, wenn die in dem Canone des Ulaqus ohnedem mit einem Punct hinten zur rechten unterschiedene Zahlen als abgesondert angesehen werden, so dörffen ausser denen nur allezeit noch zwey Zahlen zur rechten hinweggelassen werden. Ex. gr. ich suchete den Sinum von 5 Graden, statt der Chordæ von 10 Graden die auf den Proportional-Circul gehöret, so stehet in dem Canone Sinuum der Sinus also:

8715.57. Nun thut nebst den hintern 57. auch die Zahlen 15. hinweg, so bleibet vor den Sinum des fünfften Grads 87. so viel von den tausend Theiligen der gantzen Lineæ Chordarum traget aus eurem verjüngten Maaßstab von Centro aus auf den Proportional-Circul in die Lineam Chordarum. Item, ich solte die Chordam des ersten Grads suchen, so nehme den Sinum des halben Grads, oder 30. Min. dafür an, dieser stehet in dem Canone also, 872. davon die zwey hintersten Zahlen hinweg gelassen, bleibt 8. vor den Sinum von 30'. Die Ursach ist diese: In dem Canone ist der Radius, oder Sinus totus, vor 10000000. angenommen; hier in dieser Arbeit aber ist der Diameter des gantzen halben Circuls nur als 1000. betrachtet: Demnach müssen, nebst denen zwey hintersten Zahlen derer Sinuum, die ohnedem schon mit einem *Punct* unterschieden, noch zwey Zahlen zur rechten Hand abgesondert werden. Die hier folgende Tabell wird es deutlicher machen, in welcher die Gradus und die Chordæ allemal beyeinander stehen.

V. Nach dieser hier stehenden Tabelle darff man nur die Chordas auf die Linie des *Proportional*-Circuls tragen, wenn nemlich jeder Chordæ ihre Theiligen nach euren Maaßstab Fig. 1. genommen, und durch einen Stangen-Circul auf die Lineam Chordarum in den *Proportional*-Circul getragen werden. Wobey dieß einzige zu mercken, daß in Auffsetzung dieser hier folgenden Tabell die letzte Zahl allezeit um eine Unität ist vermehret worden, wenn die erste Zahl unter denen hinweggelassenen mehr denn 5 gewesen war.

VI. Wenn alle Chordæ auf der Linie stehen, so unterscheidet solche von 5 zu 5. mit Strichlein, und von 10 zu 10. setzet die Zahlen derer anwachsenden Graden darzu, wie in vorhergehenden Problemate auch gewiesen worden, so ist die gantze Arbeit geschehen. Die Tabelle selbst aber stehet also:

Tabell der Lineæ Chordarum.

Gr.	Chor.	Gr	Chor.	Gr	Chor.	Gr.	Chor.
1	8	30	259	59	492	88	694
2	17	31	267	60	500	89	701
3	26	32	275	61	507	90	707
4	35	33	284	62	515	91	713
5	43	34	292	63	522	92	719
6	52	35	300	64	530	93	725
7	61	36	309	65	537	94	731
8	70	37	317	66	544	95	737
9	78	38	325	67	552	96	743
10	87	39	334	68	559	97	749
11	96	40	342	69	566	98	754
12	104	41	350	70	573	99	760
13	113	42	358	71	580	100	766
14	122	43	366	72	588	101	771
15	130	44	374	73	595	102	777
16	139	45	382	74	602	103	782
17	145	46	390	75	609	104	788
18	156	47	399	76	615	105	793
19	165	48	406	77	622	106	798
20	173	49	414	78	629	107	804
21	182	50	422	79	636	108	809
22	191	51	430	80	643	109	814
23	199	52	438	81	649	110	819
24	208	53	446	82	656	111	824
25	216	54	454	83	662	112	829
26	225	55	462	84	669	113	834
27	233	56	469	85	675	114	838
28	242	57	477	86	682	115	843
29	250	58	485	87	688	116	848

117 852

Gr.	Chor.	Gr.	Chor.	Gr.	Chor.	Gr.	Chor.
117	852	133	917	149	963	165	991
118	857	134	920	150	966	166	992
119	861	135	924	151	968	167	993
120	866	136	927	152	970	168	994
121	870	137	930	153	972	169	995
122	874	138	933	154	974	170	996
123	879	139	936	155	976	171	997
124	883	140	939	156	978	172	997
125	887	141	941	157	980	173	998
126	891	142	945	158	981	174	998
127	895	143	948	159	983	175	999
128	899	144	951	160	985	176	999
129	902	145	954	161	986	177	999
130	906	146	956	162	987	178	1000
131	910	147	959	163	989	179	1000
132	913	148	961	164	990	180	1000

Scholion.

Scheffelt schneidet hinten nur eine Zahl von denen Sinubus in dem Canone hinweg, dahero stehen in seiner Tabula Chordarum allezeit 4 Zahlen, jedoch die hinterste zur Rechten mit einem *Punct* unterschieden. Das machts, er theilet eine jede Linie auf dem *Proportional*-Circul in 10000. Theile, und nimmt auch den aus einer Linie des Proportional-Circuls gemachten verjüngten Maaßstab für 10000. an. Es stehet jedem frey, auch nach dieser Kleinigkeit die *Chordas* noch accurater zu rechnen, wiewohl bey einem so kleinen *Proportional*-Circul dieß nicht einmahl wohl angehet.

Problema X.

Die Probe von der *Linea Chordarum* zu machen, ob dieselbe auch richtig auf den *Proportional*-Circul getragen worden.

Resolutio.

I. Indeme zwey Methoden gegeben worden, die Lineam Chordarum aufzutragen, so kan die eine der andern Probe seyn.

II. Jedoch es giebt noch eine andere Probe: Erwählet euch auf der Linea Chordarum nach Belieben zwey Zahlen, welche von 120. in gleicher Weite abstehen. Ex. gr. 110. und 130. stehen in gleicher Weite von 120. ab; jenes ist um 10. kleiner, dieses um 10. grösser denn 120.

III. Nehmet demnach mit einem Hand-Circul die Weite von 110. bis 130. so muß diese Weite der Chordæ von 10. Graden gleich seyn, von Centro aus auf der Linea Chordarum gemessen. Eben so nehmet ex. gr. 100. und 140. jenes ist um 20. kleiner, dieses um 20. grösser, denn 120. Traget die Weite von 100. bis 140. durch einen Hand-Circul in die Lineam Chordarum von Centro aus. so wird sie in 20. einschlagen. Hättet ihr 90. und 150. genommen, jenes ist um 30. kleiner, dieses um 30. grösser als 120. und hättet diese Weite von 90. bis 150. durch einen Hand-Circul genommen, und vom Centro aus in die Lineam Chordarum getragen, würde es in 30. eingetroffen haben: Und so mit denen übrigen Zahlen muß es allezeit eintreffen, wenn die Linea Chordarum ist richtig nach allen ihren Punkten verfertiget worden.

Scholion.

Setzet nur die Chordam des 110. Grads, welche ist 819. und die Chordam des 130. Grads, welche ist 906. untereinander, subtrahiret jene von dieser, bleibt 87. dieß ist die Chor-

da

da von 10. Grad, als die Differenz von 110. und 120. oder 120. und 130. Item, nehmet die Chordam von 100°. und 140°. aus der Tabell, subtrahiret es von einander, der Rest wird die Chorda von 20°. als der Differenz seyn in denen Tabellen.

140. Grad. Chorda 939.
100. Grad. Chorda. 766.

20. Grad. Chorda 173.

Und so wird es mit allen eintreffen, wenn man sich die Mühe geben, und die Probe anstellen will; also daß ich hoffe, es soll ein Anfänger leicht genug dieses alles verstehen können.

Problema XI.

Auf den *Proportional*-Circul die *Lineam* Solidorum, oder *Cubicam*, welche alle *Latera homologa* von dem kleinesten, als ersten *Cubo* an, bis auf den hunderrsten in sich hat, richrig zu tragen.

Resolutio.

I. Ziehet aus dem Centro des Proportional-Circuls x. auf beyde Schenckel die zweyte Linie innerhalb die Lineam Chordarum hinein, also daß sie just über der Linea Planorum auf der andern Seiten stehe: Daß ist, wenn ich die Lineam Cubicam gezogen, und könnte nach solcher mit einem Messer durch den Meßing durchschneiden, daß ich accurat auch durch die Lineam Planorum mit durchschneidete.

II. Es muß auch diese *Linea* Cubica gleich-lang mit allen andern bisher gezogenen Linien seyn, weil ihre Grösse zu dem verjüngten Maaßstab gemacht worden, der Fig. 1. zu sehen.

III. Nun mercket, 100 Cubi sollen aufgetragen werden, deren immer einer noch einmahl so gros ist,

ist, als der vor ihm stehende. Weil nun die gantze Linea Cubica vor 1000 Theiligen angenommen worden, so ist nothwendig diese gantze Linie das Latus des grösten Cubi auf dem Proportional-Circul. Multipliciret demnach dieß gröste Latus, das ist, die gantze Lineam Cubicam, mit sich selbst und das Product durch das Latus nochmahlen, so habt ihr den grössen Cubum selbst, welcher seyn wird 1000000000.

IV. Schneidet hiervon 100. hinweg, bleiben noch sieben Nullen übrig, weil nemlich die Linea Cubica bis in 100 soll aufgetragen werden, so stehet es also 100|0000000.

V. Setzet diese 7 Nullen hinter eine jede Zahl von 1 bis auf die hundertste und extrahiret aus 10000000. 20000000. 30000000 40000000. 50000000. und so fort, den Radicem Cubi, und traget euch solche zusammen in eine Tabell, dergleichen die folgende ist. Alsdann nehmet auf eurem verjüngten Maaßstab mit einem Stangen-Circul so viel derer tausend Theiligen, als viel auf ein jedes Latus eines jeden Cubi gehören, und traget sie hinüber in die gezogene Lineam Cubicam vom Centro aus auf den Proportional-Circul, so ist die Linie fertig.

VI. Zuletzt schreibet die Zahlen von 10 zu 10. und von 5. zu 5. machet Strichlein, von dem Centro aus anfangend, wie bey denen andern Linien auch gewiesen worden.

Exemplum I.

Nehmet den ersten Cubum der hundertmahl Kleiner seyn soll, als der gröste Cubus, dessen Latus die gan-

gantze Linea Cubica ist. Dieser ist 10000000. und extrahiret Radicem Cubi.

61

27396 25

10000000 (215. Radix Cubi.

8 6
12:
1:

12:
6
1

1261
::
::| 63
1323:
5:

6615:
1575

125

677375

Exem-

Exemplum II.

Nehmet die sieben Nullen, und setzet die Zahl 2. dafür, als den andern Cubum, dessen Latus auf der Linea Cubica stehen soll, und extrahiret Radicem Cubi.

98
123.17489
2.0000000 (271. Radix Cubi.

8	6			
12:				
7:				
84:				
294				
34	3			
1168	3			
:	:			
:	:	8	1	
2187	:			
		1	:	
2187:				
81				
			1	
219511				

Wenn man nun alle Cubos bis auf den hundert sten also extrahiret, und ihre Radices zusammen trägt, so entstehet daraus folgende Tabell.

Wur-

Wurtzel-Tafel der Lineæ Cubicæ.

P.	Lat.	P.	Lat.	P.	Lat.	P.	Lat.
1	215	26	638	51	799	76	913
2	271	27	646	52	804	77	917
3	311	28	654	53	809	78	920
4	342	29	662	54	814	79	924
5	368	30	669	55	819	80	928
6	391	31	677	56	824	81	932
7	412	32	684	57	829	82	936
8	431	33	691	58	834	83	940
9	448	34	698	59	839	84	943
10	464	35	705	60	843	85	947
11	479	36	711	61	848	86	951
12	493	37	718	62	853	87	955
13	507	38	724	63	857	88	958
14	519	39	731	64	862	89	962
15	531	40	737	65	866	90	965
16	543	41	743	66	871	91	968
17	554	42	749	67	875	92	973
18	565	43	755	68	879	93	976
19	575	44	761	69	884	94	980
20	585	45	766	70	888	95	983
21	594	46	772	71	892	96	986
22	604	47	777	72	896	97	990
23	613	48	783	73	900	98	993
24	621	49	788	74	904	99	997
25	630	50	794	75	909	100	1000

Scho-

Scholion I.

Es ist hier abermahlen zumercken, daß in der Extractione Radicis Cubi noch ein Null angehänget worden, und so offt die vierdte Zahl, die hier in dem Radice aussen gelassen worden, über 5 gestiegen, so offt ist noch eine Unität zu der dritten Zahl derer Radicum in der Tabelle addiret worden.

Scholion II.

In etlichen Proportional-Circuln gehet die Linea Cubica nur bis auf 64. daran sich nicht zu stossen ist.

Problema XII.

Die Probe zu machen auf dem *Proportional*-Circul, ob die *Linea Cubica* sey richtig aufgetragen worden.

Resolutio.

I. Setzet den Hand-Circul in das Centrum des Proportional-Circuls, und öffnet ihn bis auf das erste Punct in der Linea Cubica.

II. Schlaget mit dieser Weite fort auf der Linea Cubica, so wird die Spitze des Hand-Circuls in 8 eintreffen. Schlaget den Hand-Circul noch einmahl um, so muß er in 27 einfallen, und endlich bey dem dritten Umschlag in 64. denn wenn ich das erste Punct nehme, so lässet sich dieses nicht multipliciren, mithin bleibet eins auch eins, und dieß ist der erste Umschlag. Gehe ich aber mit dem Hand-Circul fort auf der Linea Cubica, so ist das der zweyte Umschlag: Dieß 2. wo es cubice multiplicirt wird, giebt 8. dahero trifft der Hand-Circul in dem 8ten Punct ein. Schlage ich zum drittenmahl den Hand-Circul um, so ist dieß 3. cubice multipliciret 27. dahero trifft's auch in 27 ein, wenn die Linea Cubica richtig aufgetragen. Endlich, wo der Hand-Circul

noch

noch einmahl fortgetragen wird, so ist dieß der vierdte Umschlag. Multipliciret 4. Cubicè, kom̃t 64. darein muß der Hand-Circul fallen, wenn die Linea Cubica accurat.

III. Nimmt man aber zu allererst bey der Probe der Lineæ Cubicæ die Weite vom Centro aus bis zum zweyten Latere, so multipliciret 2 mit 8. kommt 16. als nemlich den zweyten Umschlag: Ferner 16. multipliciret mit 3. wenn ihr zum drittenmahl auf der Linea Cubica fortschreitet mit dem Hand-Circul, kommt 54. darinnen der Hand-Circul eintreffen muß. Wenn nun diese Einschläge des Hand-Circuls just eintreffen, so ist die Linea Cubica richtig.

Problema XIII.

Die *Lineam Metallicam* auf den *Proportional*-Circul zu tragen, vermöge deren die *Proportiones* derer sechs Metallen gegeneinander angezeiget werden.

Resolutio.

I. Ziehet die dritte Linie unter die Lineam Cubicam, welche 1) einerley Grösse mit denen fünff vorhergehenden sey, 2) welche auch accurat unter der Linea Polygonorum stehe, so vollkommen, daß wenn man das Lineal an diese neu-gezogene Lineam Metallicam legete, und mit einem Federmesser durch dieselbe durchschneiden könnte, unten auf der andern Seiten die Linea Polygonorum mit hinweggeschnitten würde, und stehet diese unter der Linea Cubica darum, damit man desto commoder gleich aus der Metallica in die Lineam

Solidorum gehen, und aus einer in die andere operiren können.

III. Die Eintheilung selbst aber beruhet auf der Erfahrung, und kan aus keinen Geometrischen Gründen bewiesen werden. Man hat Kugeln, ingleichen Cubos gemachet aus jedem Metall, und ihre Differenz am Gewicht observiret, obgleich die Cörper an der Grösse einerley Latus oder Diametrum halten. Hernach hat man Kugeln und Cubos gegossen von einerley Gewicht, aus allen Metallen, und auf die Differenz ihrer Seiten in Cubis, oder ihrer Diametrorum in Globis gesehen: Aus diesen Observationibus ist nun folgende Tabelle erwachsen:

Seite des Cubi an	Gold.	☉.	730.
	Bley.	♄.	863.
	Silber.	☽.	892.
	Kupffer.	♀.	937.
	Eisen.	♂.	974.
	Zinn.	♃.	1000.

IV. Das leichteste unter allen ist nun das Zinn, und dieß wird deßwegen zu Ende der *Lineæ Metallicæ* auf jeden Schenckel des Proportional-Circuls gesetzt, in einer solchen Distanz vom Centro, welche der Länge des gantzen verjüngten Maaßstabs gleich sey. Denn auch die *Linea* Metallica wird in 1000 Theil getheilet præsupponiret, wie die andern alle auf dem Proportional-Circul stehende Linien.

V. Die andern Metalla werden hernach auch von Centro aus nach ihrer Schwehre, in Ansehung an-

anderer Metalle, auf diese Lineam getragen, das ist, man nimmt von dem verjüngten Maaßstab so viele Theile von denen tausenden, als viel ex. gr. das Eisen hat in der Tabelle, 974. träget diese vom Centro aus in die Lineam Metallicam. Hernach nimt man 937 Theil des verjüngten Maaßstabs, als die Schwehre des Kupffers, und trägt sie von Centro aus auf die Lineam Metallicam, und so mit denen übrigen Metallen auch.

VI. Zuletzt setzet man zu jedem Metall das in der Chymie gewöhnliche Zeichen ☉. ☽. ☿. ♂. 4. so ist die Linea Metallica fertig.

Scholion I.

Die gantze Sache in dieser Linea Metallica bestehet in einer scharffen Probe nicht: Denn die Metalla haben ihre *Poros*, welches in der Physic am besten erkläret wird, mithin können zwey Cörper einerley Metalls und einerley Grösse unterschiedliches Gewicht haben. Das Metall, welches rechtschaffen geschlagen wird, ist schwehrer, als das Ungeschlagene, oder gegossene. Ja es übertrifft auch das Metall von einerley Art, ohne auf einerley Grösse zu sehen, dennoch einander am Gewicht: Also ist fein Silber, fein Gold, schwehrer als unreines. Ohnerachtet nun aber nach den rigorem Mathematicum hier keine Vollkommenheit zu haben, so thut gleichwohl diese Linea Metallica sehr viele gute Dienste, und bleibt dahero mit Recht auf dem Proportional-Circul stehen.

Scholion II.

Scheffelt pfleget auch Marmor-Stein, Englisch Zinn, nebst dem gemeinen Zinn, Glocken-Speiß, Queckſilber, auf die Lineam *Metallicam* zu tragen. Ja man kan noch mehrere Schwehren unterschiedlicher Cörper darauf tragen, zu welchem Ende ich auch zuletzt eine Tabell mit anhängen will, aus des *Bions* Mathematischer Werck-Schul. Gleichwie

aber alle Weitläufftigkeiten die Anfängere nur verwirren und zu bald überdrüßig machen, also bleibe ich billig in meinen Anfangs-Gründen nur bey denen 6 Haupt-Metallen.

Problema XIV.

Die Probe von der *Linea Metallica* zu machen, ob sie so richtig, als möglich, auf den *Proportional*-Circul getragen worden.

Resolutio.

I. Es ist schon gemeldet, daß die gantze Linea Metallica bloß auf Experimenten beruhe, die mit dem Unterscheid der Schwehre unterschiedlicher Metalle, die doch gleich-grosse Stücker sind, gemacht worden. Aus diesen Experimentis, da man einen Cubischen Schuh von allen Metallen genommen, ist folgender Unterschied zwischen ihnen gefunden worden, wie auch Fig. 6. Num. I. II. III. IV. V. VI. zu sehen.

Schwehre eines *Cubi*schen Schuhes.

Metall.	Frantzös. Pf.	Untzen.
Gold.	1326.	4.
Bley.	802.	2.
Silber.	720.	12.
Kupffer.	627.	12.
Eisen.	558.	0.
Zinn.	516.	2.

II. Dieß sind nun die ungleiche Gewichter an gleichen Cörpern ungleicher Metalle. Wendet man es nun um, und saget: Die Gewichter sollen einander gleich werden an ungleichen

chen Metallen, so erhellet Sonnenklar, daß ein Cubischer Schuh Zinn, wenn er am Gewicht gleich werden soll dem Cubischen Schuh Gold, daß ein jeder von beyden wäge 1326. Pf. 4 Unzen, daß, sage ich, ein solcher Cubischer Schuh Zinn weit grösser in Extensione an der Breite, Lange und Höhe seyn werde, als ein Cubischer Schuh Gold, und so auch mit denen andern Metallen. Das ist, wenn ein güldener, bleyerner, silberner, kupfferner, eiserner, zinnerner Würffel solten einerley Gewicht haben, so würde der zinnerne grösser als der eiserne, dieser grösser als der kupfferne, dieser grösser als der silberne, dieser grösser als der bleyerne, und dieser endlich grösser als der güldene seyn, wie Fig. 7. an denen 6 Cubis zu sehen.

III. Nun supponiret, es wäre die Seite eines zinnernen Würffels, als des allerleichtesten Metalls, 1000 Theiligen groß, so fragt sichs, wie viel solcher Theile wird das Latus eines eisernen, kupffernen, silbernen, ꝛc. Würffels halten, welcher nicht an der Grösse, sondern am Gewicht mit dem zinnernen Würffel gleich ist? dieß wird nun nach der hierbey gesetzten Tabelle also resolviret: **Nehmet nach der** *Regula de Tri* **allezeit zum** 1. **Satz das schwehrste Gewicht unter denen jenigen beyden Metallen, die mit einander verglichen sollen werden.** Hernach zu dem andern Satz setzet allezeit das Zinn, als das allerleichteste, und zu dem dritten Satz nehmet die Zahl 100. als den grösten *Cubum* auf der *Linea Solidorum* des *Proportional*-Cir-

culs, und welche *Linea Solidorum* die Zahl 1000 bedeutet, als worein sie *mente* getheilet stehet, wie alle andere Linien des *Proportional*-Circuls.

Exemplum I.

Ich solte das Eisen, dessen Cubischer Schuh wieget 558 Pfund, mit dem Zinn, dessen Cubischer Schuh 516 Pfund 2 Untzen wiegt, vergleichen, so muß man erstlich alles zu Untzen machen: Da nun 1 Pfund 16 Unzen hat, so werden 558 Pfund Eisen so viel, als 8928 Untzen machen, und 8258 Untzen Zinn sind so viel, als 516 Pfund und 2 Unzen Zinn. Da nun diese Vor-Arbeit geschehen, so saget also: 8928. Unzen Eisen geben 8258. Unzen Zinn, was giebt 100? Resp. Es giebt den vierdten Terminum 93.

Eisen.		Zinn.		
8928	—	8258	—	100.
				100
				825800

'4
6

242
23'24
04 08'4
825800 ('92. 4424
89288 8928
892

Schlägt man nun diesen vierdten Terminum 92 in der Tabula Cuborum auf, so stehet neben ihm die Zahl 973. dafür man 974. annimmt. So groß nemlich muß das Latus eines Cubi von Eisen seyn, wenn

wenn er am Gewicht gleich seyn will dem Cubo von Zinn, dessen Latus für 1000 angenommen worden. Gehet man nun zurück in die Tabulam Metallorum die Problemate XIII. ist gesetzt worden und aus welcher die Linea Metallorum auf den Proportional-Circul getragen worden, so stehen daselbst eben auch 974. Theiligen für das Latus eines eisernen Cubi. Demnach ist so weit die Linea Metallorum richtig.

Exemplum II.

Gold wiegt an einem Cubic-Schuh 1326 Pfund 4 Unzen; Zinn wiegt der Cubic-Schuh 516 Pfund 2 Unzen. Wenn alles zu Unzen reduciret worden, so saget also: 21220 **Unzen Gold geben** 8258 **Unzen Zinn, was geben** 100 ? Resp. Den vierdten Terminum, welcher in der Tabula Cuborum anzeiget, wie groß das Latus eines güldenen Cubi seyn müsse, wenn er gleich seyn soll dem zinnernen Cubo an Gewicht.

Unzen Gold.		Unzen Zinn.
21220	—	8258 — 100
		100
		825800

1
2'64
188'6.
29624
825800 (38 16440
212224 21220
212

Schlaget diesen vierdten Terminum auf in der Linea Cuborum, so stehet neben ihm die Zahl 724,

und wenn nach der Divisione wäre 39 herausgekommen, so stünde neben ihm die Zahl 731. da nun in der Divisione übrig bleibt 16440. so nehmet zwi-

21220.

schen denen Zahlen 724 und 731 die mittlere Zahl dafür an 730. so viel Theiligen muß das Latus eines güldenen Würffels haben, wenn er am Gewicht gleich seyn will dem zinnernen Würffel, dessen Seite 1000 solche Theile hält. Da nun eben auch 730 Theiligen in der Tabelle des Problematis XIII. angenommen worden in Auftragung der Lineæ Metallicæ des Proportional-Circuls, so ist so weit dieselbe richtig.

Exemplum III.

Ein Cubischer Schuh Bley wiegt 802 Pfund und 2 Unzen. Der zinnerne Cubus ist schon bekannt. Demnach reduciret das Bley zu Unzen, und setzet es also:

Bley.		Unzen.	
12834	—	8258	— 100?
		100	
		825800	

4
74
3552
35674
3070 64
825800 (64. 4424
12834
12834
12834

Schla-

Schlaget nun diese 64 in der Tabula Cuborum auf, so wird neben ihm stehen 862. und weil ein Rest übrig bleibt, so nehmet dafür an 863, so viele Theiligen hat die Seite eines bleyernen Cubi, der mit dem zinnernen Cubo am Gewicht gleich, dessen Latus 1000 Theile hat. Da nun eben so viel in dem Problemate XIII. zur Seite des Bleyes auf die Lineam Metallicam nach der Tabelle daselbst genommen worden, so ist es ein Anzeigen, daß die Linea Metallica auch nach dem Bley richtig berechnet und aufgetragen sey.

Exemplum IV.

Ein Cubischer Schuh Silber wiegt 720 Pfund 12 Untzen. Der zinnerne Cubus ist schon bekannt. Wenn demnach die Pfund zu Untzen gemacht worden, so stehet das Exempel also:

Silber.		Zinn.		
11532	—	8258	—	100?

100

825800

1702
2853
15076
825800 (71 — 7028
11322 — 11532
1153

Schlaget diese 71 auf, darneben stehet in der Tabula Cubica 892. so viel Theiligen muß die Seite eines Cubi von Silber haben, wenn er gleich seyn soll am Gewicht dem angenommenen zinnernen Cubo, dessen Seite 1000 solche Theile hat. Da nun unsere

sere Tabelle Problemate XIII. eben so viel hält in Auftragung des Silbers auf die Lineam Metallicam, so ist auch hierinnen diese Linie richtig aufgetragen worden.

Exemplum V.

Verfähret man endlich mit dem küpffernen Cubic-Schuh 627 Pfund 12 Unzen, auch also, so stehet das Exempel wie folgt.

Kupffer. Zinn.

10044 — 8258 — 100?

100

825800

19

20

26·8

825800 (82 2192

100444 10044

1004

Schlägt man 82 in der Tabula Cubica auf, so stehet darneben 936. dafür nehmet 937. so viel Theiligen muß die Seite eines küpffernen Cubi halten, der am Gewicht gleich seyn soll dem zinnernen Cubo, dessen Seite 1000 solche Theiligen begreifft. Da nun eben so viel auch in der Tabula Problematis XIII. heraus kommt, nach welcher die Linea Metallica aufgetragen worden, so muß auch hierinnen dieselbe richtig, und mithin die gantze Linea Metallica accurat seyn. Nota. Was hier mit Cubis angehet, das gilt auch mit denen Diametris der Kugeln, &c.

Scho-

Scholion I.

Wenn man folgende Tabelle zur Hand nimmt, so könnte man auch noch mehrere Metalla und Cörper nach dem Unterscheid ihrer Schwehre auf die Lineam Metallicam tragen, und nach diesem letztern Problemate durch Hülffe der Regula de Tri verfahren, so gehen alle Schwehren darauf.

Schwehre eines Cubischen Schuh.			Eines Cubischen Zolls.		
	Pfund.	Untz.	Untz.	Quintl.	Gran
Gold.	1326.	4.	12	2	52.
Queckſil.	946.	10.	8	6	8.
Bley.	802.	2.	7	3	30.
Silber.	720.	12.	6	5	28.
Kupffer.	627.	12.	5	6	38.
Eiſen.	558.	0.	5	1	24.
Zinn.	516.	2.	4	6	17.
Weiſſer Marm.	188.	12.	1	6	0.
Gehaun Stein.	139.	8.	1	2	4.
Gipß.	85.	0.	0	5	6.
Schieferſt.	150.	0.	1	7	12.
Ziegelſtein.	127.	0.	1	0	18.
Waſſer aus der Seine.	69.	12.	0	5	12.
See-Waſſ.	70.	10.	0	6	0.
Wein.	68.	6.	0	5	5.
Wachs.	66.	4.	0	4	65.
Oel.	64.	0.	0	4	43.

Scholion II.

Auf solche Weise ist es nun leicht, die sechs Haupt-Linien auf den Proportional-Circul zu tragen; wobey noch dieses zu mercken, daß es nicht nöthig ist, sich allemal die Mühe zu geben, welche hier beschrieben ist, so offt man sich einen Proportional Circul machet, sondern man erwehlet sich einmahl vor allemahl eine gewisse Länge des künfftigen Proportional-Circuls, und eine gewisse Grösse aller Linien, die darauf sollen getragen werden. Hernach machet man sich nach der Länge solcher Linien einen accuraten in 100. Theil gehenden Maaßstab, an dessen Accuratesse alles gelegen. Drittens nimmt man ein recht eben geschliffenes Blat Meßing, und trägt darein einen völligen Proportional-Circul, wie in denen Problematibus gewiesen worden, und wie Fig. 2. zu sehen ist. Diesen behält man als ein general-Muster, und von solchen kan hernach durch einen Stangen-Circul allemal, so offt man will, ein neuer Proportional-Circul auf andere darzu aptirte Schenckel getragen werden.

Scholion III.

Es ist auch auf meinem Proportional-Circul Fig. 2. so viel Platz noch gelassen, daß von Centro aus die Linea Fortificatoria gar wohl gegen den äusseren Rand annoch kan gezogen werden. Allein, weilen diese nicht wohl aufzutragen, ohne den Grund-Verstand der Kriegs-Bau-Kunst vorhero zu haben: So habe unterdessen deren Platz auf dem Instrumento leer gelassen, und in dem vierdten Theil soll deren Gebrauch und Auftragung beschrieben werden.

Scholion IV.

Bion in seiner Mathematischen Werckschule beschreibt auch einen Proportional-Circul, durch welchen ein jeder vorgegebener Winckel in drey, fünff, und mehrere Theile getheilet werden könne. Es soll solchen *Thomas Ceva*, ein Italiänischer Jesuit, 1694. erfunden haben. Wiewohl der gelehrte Herr von Tschirnhausen schon 20. Jahr vorhero auf die Gedancken gerathen, und dergleichen Instrument zu verfertigen mühsam war. Jedoch, weil dieses hier zu weitläufftig anzuführen, überdieß dessen Beschreibung loco citato deutlich genug, so verweise ich den curieusen Leser dahin.

Scho-

Scholion V.

Endlich melde noch, daß ich in dem Kupffer-Blat die Lineam Chordarum nicht von Grad zu Grad, sondern von 10 Grad zu 10 Grad nur aufgetragen habe. Eines Theils darum, damit das ungleiche Wachsthum derselben auf der Linie einem Anfänger desto besser in die Augen falle, andern Theils darum, weilen in dem Kupfferstechen selbst die allzu vielen Pünctlein nur eine Verwirrung geben dürfften, Es ist deutlich genug in dem Problemate VIII und IX. gezeiget worden, wie alle Gradus aufzutragen seyn. Wer sich einen Proportional-Circul machen will, der wird daraus schon alle Gradus nach ihren Pünctlein aus dem verjüngten Maaßstab wissen aufzutragen.

Pro-

PROJECT

des Autoris,

Unter was für Conditionen gerechte Pro-portional-Circul bey ihm zu haben.

SIntemahl sich an unterschiedenen Orten Liebhabere finden, die nach der Methode meiner *Mathematischen* Anfangs-Gründe eines Theils den fürtrefflichen Nutzen des *Proportional*-Circuls besser einsehen, andern Theils auch ihr Verlangen an den Tag legen, daß sie gerne von meiner eigenen Hand solche nach allen Puncten derer 6. Haupt-Linien verfertigte Proportional-Circul besitzen möchten; wohl wissende, wie vielen Fehlern diejenige Instrumenta unterworffen, welche von Mechanicis ohne Grund bloß ex mechanismo bereitet werden, da offt nicht einmahl die Linien recht untereinander stehen, von einer Seite zu der andern gerechnet, bald die Linea Chordarum nur einen Quadranten ausmachet, bald die Linea Metallorum præposterè aufgetragen wird, bald andere Haupt-Mängel an diesem so gar wenig Fehler leydendem Instrument anzutreffen: Als hat mich dieses bewogen, in der Vorrede dieses dritten Theils der Mathematischen Anfangs-Gründe dem geneigten Leser meine Dienste auch hierinnen anzubieten: Daß ich nemlich, wo ein hinlänglicher Numerus sich finden solte, gesonnen wäre, um civilen Preiß accurate, alle Proben haltende

Pro-

Proportional-Circul zu verfertigen. Da nun allbereit von mehrern Orten unterschiedliche Freunde der Mathematic bey mir darum Ansuchung gethan: Als habe so wohl zur Beförderung der Mathematischen Wissenschafften, als auch zur Genugthuung dem Verlangen aller Liebhaber, bey dieser Gelegenheit folgendes davon wollen bekannt machen:

I. Verspreche auf alle und jede Proportional-Circul, die ich denen Herrn Liebhabern übersenden werde, alle Puncten mit eigener Hand aufzutragen, deren über die tausend auf ein jedes Instrument kommen, mithin soll alle menschliche Möglichkeit angewendet werden, daß ein jeder Proportional-Circul 1) nach seiner Materie von 2. Meßingernen accuraten Linealen, mit einem Stählernen Stifft in dem Gewind, (welches am besten, weil Stahl und Meßing einander nicht angreiffen,) und beyderseitigen accuraten Centris in dem Stifft, versehen; 2) die Linien, nach allen denen vielen dabey gehörigen Umständen richtig gezogen, und um vieler Problematum willen nett untereinander liegen. 3) Die Puncte alle niedlich, nicht zu schwach und nicht zu starck ausgedruckt, und 4) die Zahlen und Buchstaben deutlich darzu gesetzet werden sollen.

II. Um allen Unterschleiff zu vermeyden, der in solchen Fällen theils aus Neyd, theils aus Gewinnsucht, gerne pfleget unterzulauffen, verspreche jedem mit eigener Hand bey Uebersendung des Proportional-Circuls zu schreiben und solchen mit meinem Pettschafft zu versiegeln.

III. Wenn

III. Wenn die Herrn Liebhabere die Helffte, als nemlich 3. Fl. Rheinisch, prænumeriren, so verheisse allezeit â dato prænumerationis, in einem Viertel-Jahr aufs längste, gegen Uebersendung der andern Helffte der Prænumeration à 3 Fl. Rheinisch, einem jeden den Proportional-Circul zu übermachen, auch wohl mannichmahl eher, nachdeme ich zu Zeiten wenig oder viel in solcher Arbeit gehindert werde. Dahero soll auch ein ordentlich Diarium derer eingelauffenen Brieffe und Gelder gehalten, und bey jedem darauf gesehen werden, daß nach der Zeit der Prænumeration allemahl jeder vor dem spätheren befriediget werde. Wobey jedoch dieses eintzige zum Voraus darunter verstanden werden muß, daß Anfangs, bey Einlauffung etlicher weniger Prænumerationum, mir einige Zeit gelassen werde, indeme diese entsetzlich-mühsame Arbeit für so geringen Preiß, um etlicher weniger Stücke willen, solcher Mühe nicht verlohnete. Die Addressen sind am besten an mich zu stellen, entweder in **Erffurth**, bey dem Verleger dieser Mathematischen Anfangs-Gründe, oder in **Nürnberg** bey Monſ. *Perthes*, Provisore der Wurffbainischen Apothecke, oder in **Anspach** bey Herren **Hassold**, Kayserlichen Post-Halter daselbst. Auch will ich bis **Nürnberg** allemahl die Paquets franqvirt liefern, und bis dahin mir reciproquement die Briefe und Gelder franqvirt ausbitten, überdieß werde zugleich, nebst denen 6. Haupt-Linien nach der Lineam fortificatoriam darauf tragen, ohne den obgedachten Preiß deswegen zu vermehren.

Druck-

Druckfehler

Des

Ersten Theils,

Von der

Arithmetic.

Pagina 16. Linea 2. löschet aus: zu.

Pag. 22. in der vierdten Reyhe, in der dritten Zeil, löschet das Wort Tausend aus, und leset nur Millionen.

Pag. 49. lin. 3. ließ: Decades angezeiget, und wenn ich sage 2 mal 6. ꝛc.

Pag. 50. lin. 25. stehet 712268. ließ 707268. item es stehet dort

2760 2000 setzet 2760 2000

5 5 2000 5 5 0000

Pag. 75. lin. 23. ließ: So verhält sich 4 zu 6. und wie sich verhält 4 zu 6. so verhält sich 6 zu 8.

Pag. 90. Theor. XXXI. statt daß es heisset: aus dem *Quadrat*, ließ, und dem Quadrat der andern Zahl.

Pag. 96. in dem Scholio lin. 2. leset: *Tractatione Numerorum relatorum.*

Pag. 129. gleich oben in dem ersten Exempel stehet quoto proport. leset: *quarta* proport.

Pag. 170. Scholio II. lin. 4. ließ: So ein desto ꝛc.

Pag. 206. Capite I. schreibt oben darüber *Definitio LXII.*

Pag. 244. lin. 15. leset: Linearum *cum* Lineis.

Pag. 247 Exemplo V. lin. 7. leset 4 ☐ Schuh, statt 44. ☐ Schuh.

Pag. 265. linea ult. leset: die *Quarta* Proportionalis für Quota proport.

Pag. 304. lin. 14. setzet nach denen Worten nächst-kleineren, annoch hinzu, oder auch nächst-grösseren.

Pag. 308. numero 5) lin. 5. nach denen Zahlen 6. 205998. setzet hinzu. Dieß gehet auch an, wenn die *Characteristica* in den Tabellen, der *Logarithmus* aber nicht völlig darinnen.

Pag. 318. lin. 5. leset: Der gantzen 6 Zahlen sind, an statt ist.

Druckfehler
Des
Zweyten Theils,
Von der
Geometrie.
Sectione I.

CApite I. *sect.* I. in dem Titul leset, Definitionibus und hypothesibus.

Pagina 20 Axiomate IX. ließ *Semidiameter*, vor Sediameter.

Pag. 24. bey dem Theoremate II. setzet neben hinaus die Worte: *Tab. II. Fig.* 6. Und unten in dem Scholio lin. 1. leset z † x. an statt z † u.

Pag. 26. lin. 2. leset, die Anguli alterni c und f. nicht e und f.

Pag. 27. lin. 4. leset: Demnach wird auch *e k † k l.* an statt c k † k l.

Lin. 5. leset *e d* wird = *e d* seyn, statt c d.

Pag. 29. num. II. lin. 2. leset, angulus *internus*, für externus.

Pag. 32 lin. 2. leset daß *N I* = *H I*. und
lin. 6 leset x = u ist.

Pag. 33. leset *Theorema IX* statt XI.
Lin. 1. Demonstrationis leset, g m = b l. an statt g m — b l.

Pag.

Pag. 39. *Theor.* XVII. Demonstrationis linea 2. leset: so wird auch der Winckel A C B.

Pag. 47. leset allezeit in dem numero II. an statt z. y. oder z x. die Zahl 2. y. oder 2. x.

Pag. 48. setzet neben hinaus bey dem Corollario III. die Worte: *Tab. III. Fig.* 10.

Pag. 52. Probl. IV. num. II. lin. 2. leset: *Fig.* 17. an statt Fig. 12. und linea ultima leset, a s statt a p.

Pag. 58. Scholio lin. 3. ließ *Theoremate*, an statt Problemate, wie auch pag. 59. Scholio I. eben dieß zu corrigiren.

Pag. 87. lin. 1. leset zu f i = c d. an statt f i — c d.

Pag. 102. stehet oben 202. machet daraus 102. und *Probl.* XLVI. num. I. lin. 2. leset, setzet in *b*. vor setzet in a.

Pag. 123. num. III. lin. 5. leset von *a perpendiculariter*.

Pag. 131. Probl. LXXI. Resolut. I. setzet neben hinaus: *Tab. IX. Fig.* 4.

Pag. 140. lin. 6. leset, richtet aus c auf *B*. löschet demnach die Worte, es auch, aus.

Pag. 145. lin. ult. setzet hinzu *num.* 2. daß es heisset: *Tab. X. Fig.* 1. *num.* 2.

Pag. 149. l. 5. sqq. les. rucket den Stab und die Person, die *horizontal* lieget, so lange miteinander; an statt daß es heisset: rucket entweder den Stab, oder die Person, die *horizontal* lieget, so lange von und zu einander.

Pag. 150. num. V. leset, statt i f. die Buchstaben g f.

Pag. 151. num. II. lin. 5. leset B H † f c. vor B. H † f e.

)o(2 Fehler

Fehler
in denen
Kupffer-Stichen,
Sectionis I.

Tab. I. Figura 26. setzet unten bey i den Buchstaben m. und oben über n setzet L. und über den Buchstaben g. muß das c in e verändert werden, und unter f. muß der andere Winckel heisen.

Tab. II. Fig. 11. muß hinter den Winckel bey F. der Buchstaben q an statt des e gesetzet werden, und wo die blinde Linie P s die blinde Linie A c durchschneidet, muß der Buchstaben R stehen

Tab. II. Fig. 11. fehlet I. an der Linie L. welches unten, wo die Linie den Circul berühret, hin gehöret.

Fig. 12 schreibet unten an die Ende des Lineals die Buchstaben E. F.

Fig. 17 löschet das p. in der oberen blinden Linie aus.

Tab. IV. muß die andere Figura in der Reyhe heissen *Fig.* 3.

Tab. V. Fig. 8. fehlet an der mittleren Linie der Buchstaben c. und an der dritten der Buchstaben e. vornen.

Tab. V. Fig 9. ist auf der Linie m n. zu denen zwey Nullen eine Unität zu setzen, also 100. und bey der langen Linie a b. fehlen die Worte: *Fig.* 10. und in der Figura 14. ist auf a x d vergessen b unter i.

Tab. VI. muß bey dem Maaßstab stehen *Fig.* 1. in der Figura 2. heist die media proportionalis c p. nicht e p. und die unterste Figur auf dem Blat ist nicht angezeiget, daß sie sey *Fig.* 6.

Tab. VII. schreibet zu dem Winckel unten, der in 2 Theil getheilet: *Fig.* 10. ferner in der Fig. 13. schreibet zu der Linie f. oben c. und zu der Linie h. oben i. Item Fig. 18. machet aus dem H zwischen B und E ein F.

Tab. IX. Fig. 2. schreibet in die Mitte, unten zwischen das Stativ, den Buchstaben a. unter das o. denn b a c. ist der Winckel. Item Fig. 11. machet in der Linie c g. aus dem g. ein D.

Tab. X. setzet zu der andern Figur, unter der ersten, die Worte Fig. 2. Item schreibet in das Meß-Tischlein von d. gegen B. hinaus, wo die Linien zusammen kommen, den Buchstaben B. und in die Mitte den Buchstaben A. und unten c. Item zu der dritten Figur, von der ersten herunter gerechnet, schreibet Fig. 5. und unten zu dem Stativs-Fuß den Buchstaben D. Item zu der untersten Figura schreibet Fig. 7. Item in der Figura 8. muß in das Centrum des halben Circuls der auf c. stehet, x. und in der andern Station muß o. hineingeschrieben werden. Item wo Fig. 9. stehet, muß Fig. 8. heissen.

Sectio II.

Pag. 163. Definit LXV. leset *Triangulum acutangulum*, vor rectangulum.

Pag. 166 Defin. LXXXIV. lin 2. leset, Fig. 27. vor 22.

Pag. 174. lin. penultim. ließ, daß y = u. vor v = u.

Pag. 175. lin. 6. ließ das dritte *Latus* A D = C D.

Pag. 182. lin. 3. löschet aus die Worte *Num.* 3.

Pag. 184. lin. 14 ließ, B A : B C = B D : B E. und Lin. 16 ließ B A : B D. = B C : B E.

Pag. 187. setzet zu der Demonstratione Theorematis XL. neben hinaus die Worte. *Tab.* I. *Fig.* 45.

Pag. 188. zu unterst leset, das △ *A B C* und *A B D*.

Pag. 190. lin. 13 leset □ E G D A = A C D, und Lin. 19. leset so gilt, an statt so giebt.

Pag. 201. lin. 2. leset † *e B f* † *f B A* = *Triangulis illis*.

Pag. 215. lin. 5. leset 350 statt 250.

Pag. 222. Scholio I. lin. 3. leset: Ziehet aus *b*.

Pag. 247. lin. 9. leset 10000. für 1000.

Pag. 256. Probl. CXXVII. num. II. lin. 3. leset, *Problemate* XXIX. *et* XXX. *Sect.* I.

Pag. 282. num. I. lin. 8 leset des Trianguls *a b c*. statt d b c. und lin. 13 leset, Fig. 15 vor 16.

Pag. 292. Exemplo I. num. 1. lin 2. leſet Trapezia *a b c i.* ſtatt a b c f.

Pag. 295. lin. 1. radiret das Strichlein aus in der Zahl 3,28(3. das es ſtehet 328(3.

Pag. 308. num. V. lin. 4 leſet, zwiſchen 6 und 6. ſtatt, zwiſchen h und b.

Pag. 312. ſtehet oben 212. und dieſer Fehler ſo fort, bis 338. dafür ſetzet allezeit 3. item 340. ſtehet auch 240. corrigatur. item pag. 344.

Pag. 333. num. II. lin. 3. ließ, alle Weyler, vor alle Wege.

Pag. 341. lin. 26. leſet, an denen Schuhen, vor an denen Flächen.

Fehler
Der
Kupffer-Stiche
Sectionis II.

Tab. I. Fig. 27. Ziehet einen Circul um 27. herum.

Tab. I. Fig. 46. Ziehet von c auf B. die Linie, damit ein △ daraus werde.

Fig. 47. ſchreibet zu dem andern vertical-Winckel bey x. den Buchſtaben o.

Tab. II. Fig. 11. num. 1. muß zwiſchen die zwey 5-Eck ein Circul gezogen werden.

Tab. III. Fig. 15. ſetzet zwiſchen x. und a. in die Mitte den Buchſtaben i.

Fig. 23. ſetzet unten zu der Linie a b. des Circuls in die Mitte o.

Fig. 27. iſt die Perpendicularis d e mit Puncten zu ziehen.

Tab. IV. Fig. 20. ſchreibt in das Ende der Linie b f. den Buchſtaben d.

Fig. 9. ſetzet bey *F.* inwendig hinein den Buchſtaben c.

Tab.

Tab. VI. Fig 4. stehet 2mal Diam. novus, setzet nova.
Tab. VII. Fig. 5. num. 1. schreibt in den Triangul hinein A. und unten zur Base schreibet a b.
Tab. VII. Fig. 4. num. 2. schreibet oben zur Spitze des △. den Buchstaben c.
Tab. VIII. Fig. 4. setzet oben auf die Spitze des △ den Buchstaben b.
Tab. IX. Fig. 6. schreibet oben zu dem Winckel den Buchstaben c.

Sectio III.

An statt Pag. 348. & 349. stehet 248. 249. corrige.
Pag. 348. lin. 10. stehet, nicht rechten Winckeln, leset, nicht 4. rechten Winckeln.
Pag. 384. num. V. leset: ziehet hierauf *G x*.
Pag. 393. lin. 2. leset, *a d* sey die Höhe, item lin. 6. leset wieder a d.
pag. 403. num. V. lin. 5. leset: *Con i c e d g*. an statt Con i h m i.
pag. 412. lin. 6 stehet: 12(2. *sexta pars diametri*, radiret das 1 hinweg, daß es also stehe: 3(2. sexta pars Diametri.
pag. 414. Problem. CLXXXII. bey der Resolutione setzet zur Seiten: Tab. III. Fig. 13.
pag. 427. num. II. lin. 3. leset: denn das *Latus*.
pag. 426. leset: Problema, CXC. statt XC. und so corrigiret alle Problemata, bis auf das CXCV.
pag. 440. Cap. VI. leset Problema CCI. statt CI.
pag. 445. lin. 4. leset post subtractionem.
pag. 457. num. IV. leset quartam minorem.
pag. 462. Resolut. II. lin. 5. zertheilet das Wort Besemin und leset Besem in.
pag. 466. *Probl.* CCXV. Resolutionis linea 1. leset Metze *B*, statt *A*. und neben hinaus schreibet: *Tab. IV. Fig.* 7. 8.
pag. 483. *Probl.* CCXXI. num. II. lin. 6. leset g d. vor G.C.
Pag. 484. leset unten in der 4ten Zeil herauf hinten: in der Länge 2. statt: in der Länge 20. Item in der letzten Zeil leset *Diagonales a.g. a.h. a.d.* vor a.g. a.h. a.m.
pag 487. num. II. lin. 2. leset *NB. horizontaliter*, statt NB. orizontaliter.
pag. 490. schreibet unten neben hinaus die Worte: Tab. IV. Fig. 15.

Fehler

Fehler
Der
Kupffer-Stiche,
Sectionis III.

Tab. II. Fig. 2. setzet g. statt q. unter e herunter.

Tab III. Fig. 9. machet Fig. 13. daraus, welche ein hohles Parallelepipedum ist.

Tab. III. Fig. 10. num. 2. schreibet die Buchstaben A B C D E F. um das Prisma triangulare herum.

Tab. V. Fig. 17. stehet bey denen 3 dahin gehörigen Figuren kein Buchstaben, ausser oben d. radiret dieß aus, schreibet unten zur Länge a b. zur Breite b c. zur Höhe c d. An die mittlere Figur schreibet unten zur Länge e f zur Breite f g. zur Höhe g h. An die dritte Figur schreibet unten die Länge i k.

Tab. VI. Fig. 1. punctiret von h auf m. eine Linie.

Figurarum ad Trigonometriam pertinentium

Tabula. I.

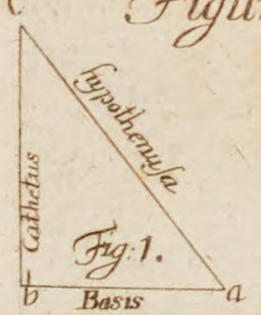


Fig: 1.

Fig: 2

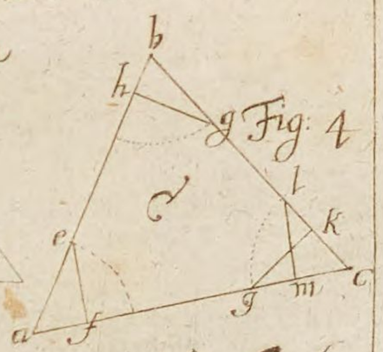
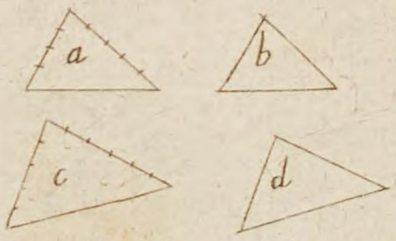


Fig: 4



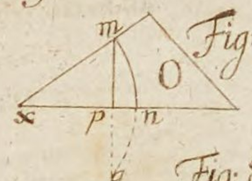
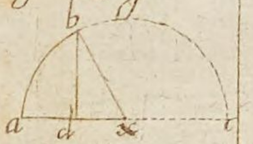
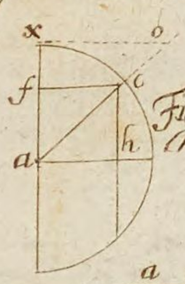
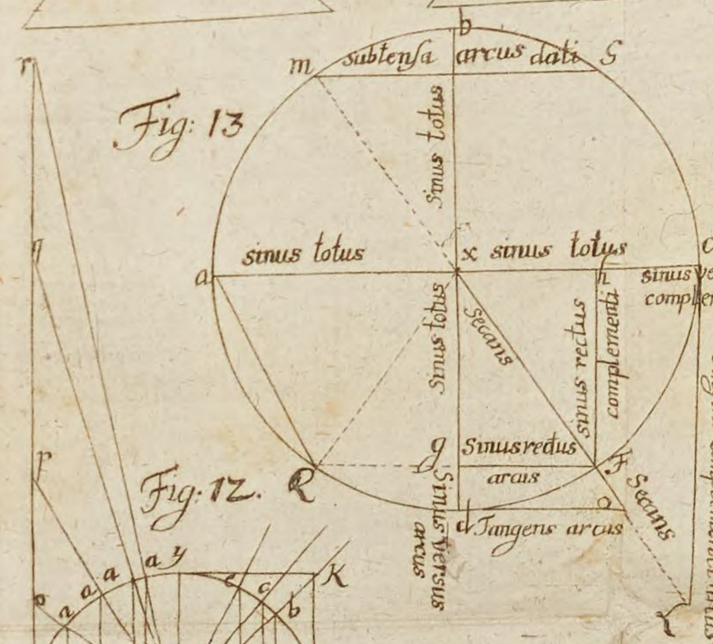
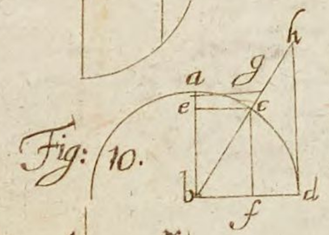


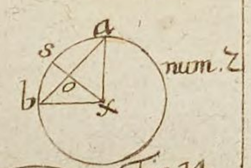
Fig: 3.

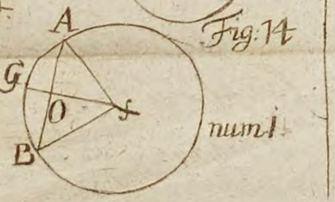


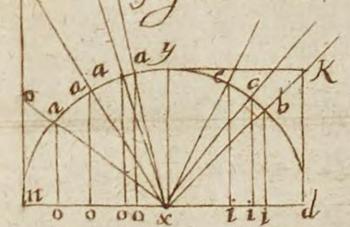




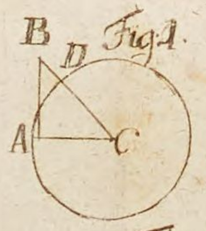


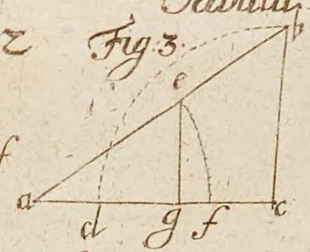


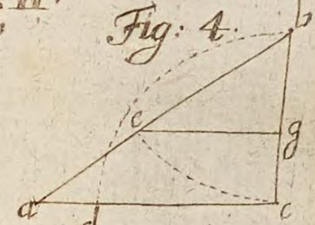


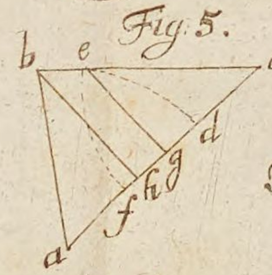


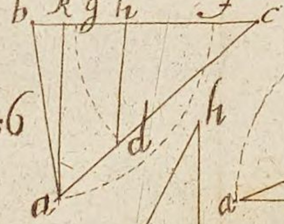
Tabula. III.

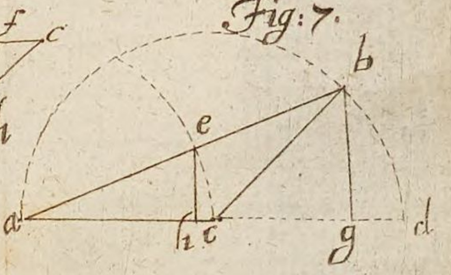


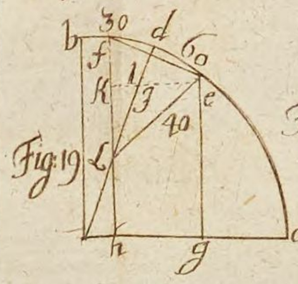


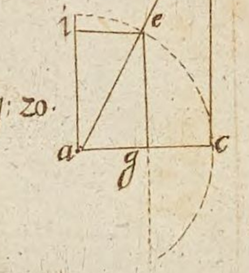


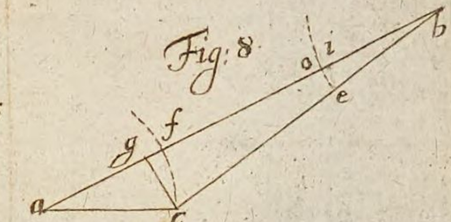


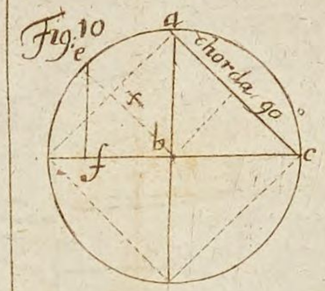


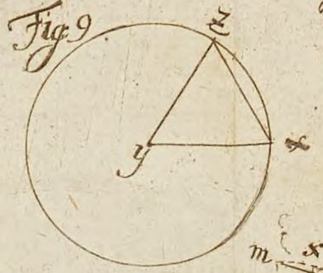


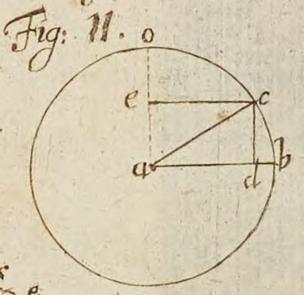


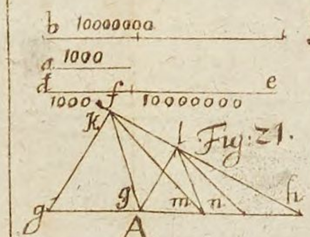


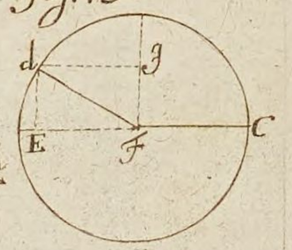


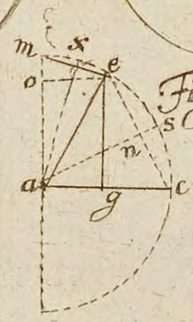


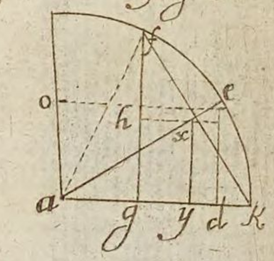


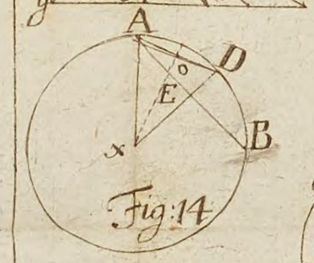


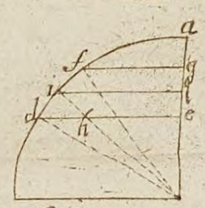


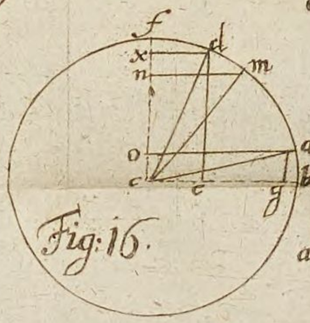


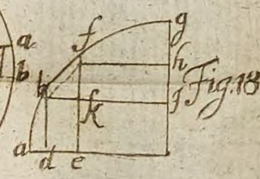


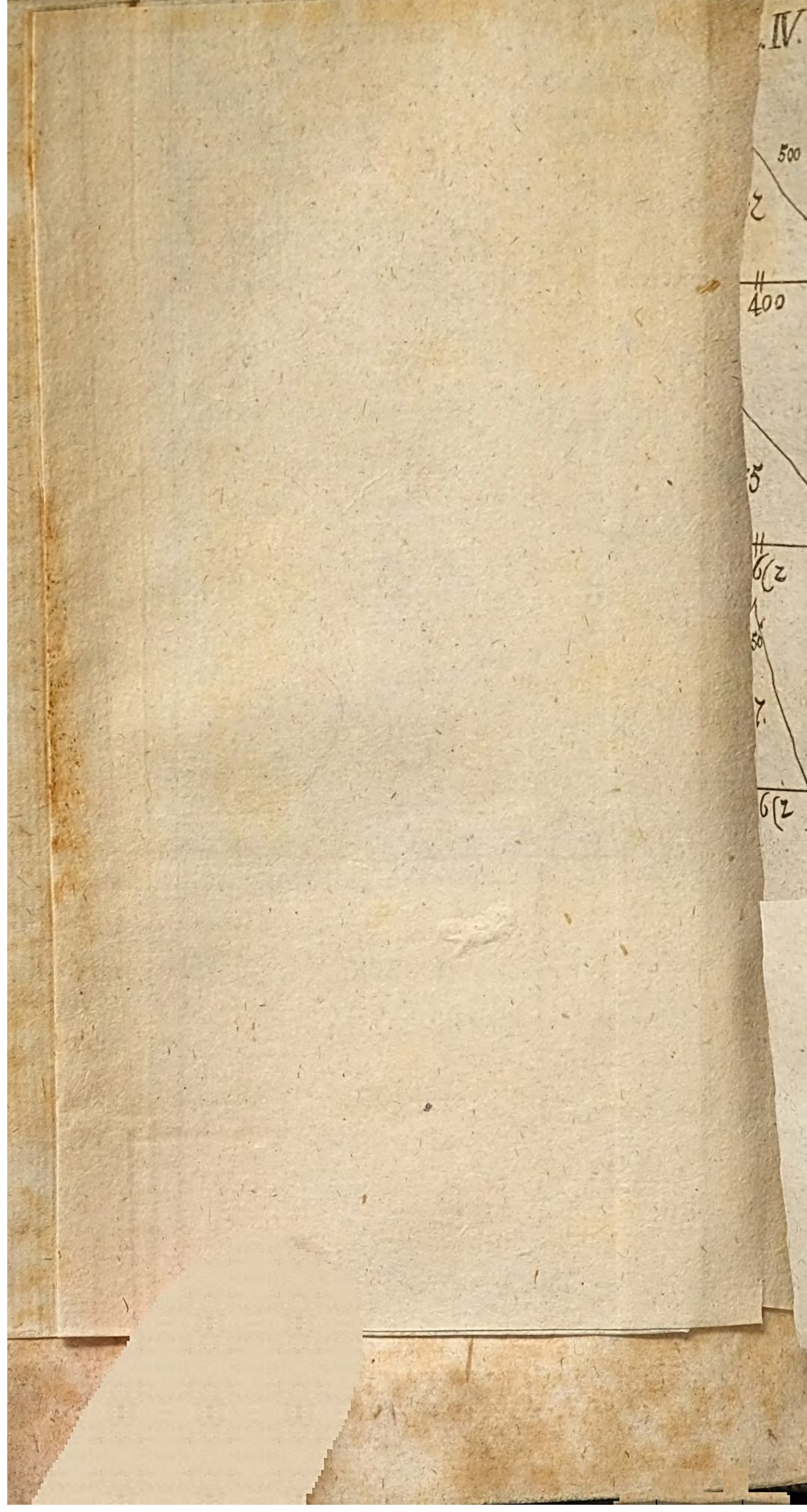











IV.
500
400

Tabula. IV.

Fig: 1

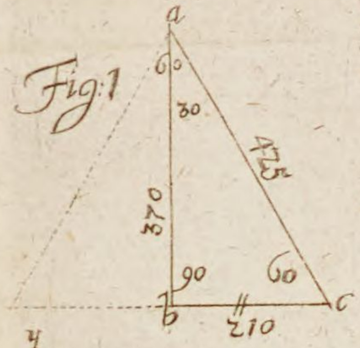


Fig: 2

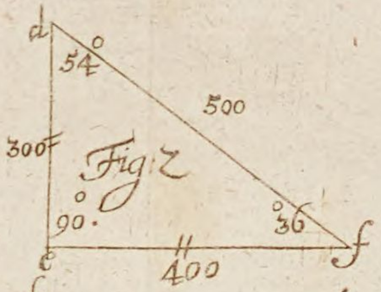


Fig: 3

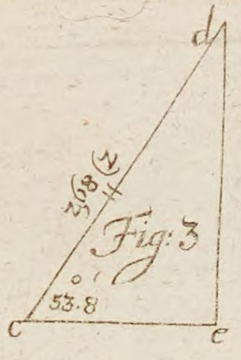


Fig: 4.

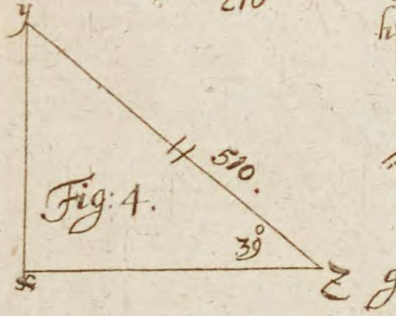


Fig: 5

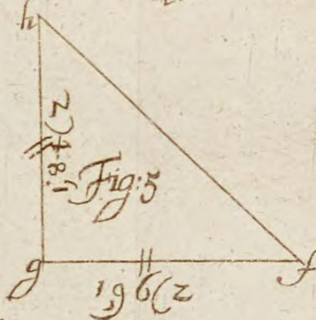


Fig: 6.
num: 1.

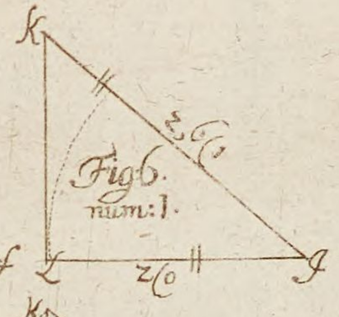


Fig: 8.

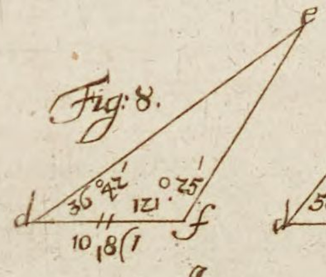
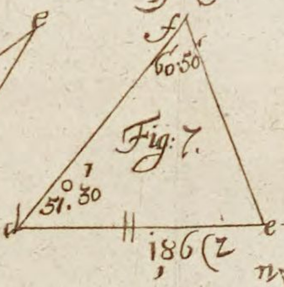


Fig: 7.



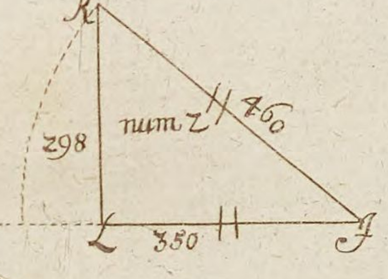


Fig: 9

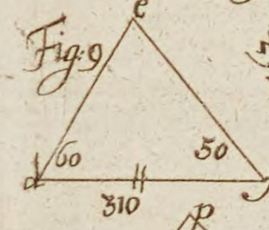


Fig: 10.

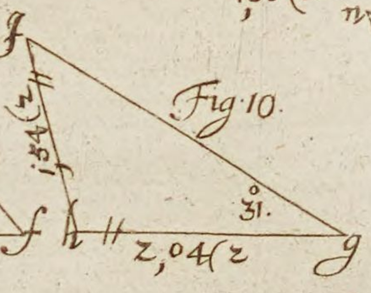


Fig: 11.

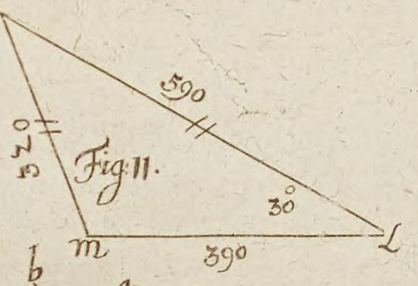


Fig: 12

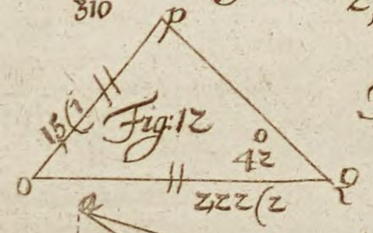


Fig: 13

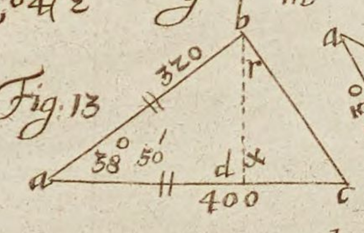


Fig: 14.

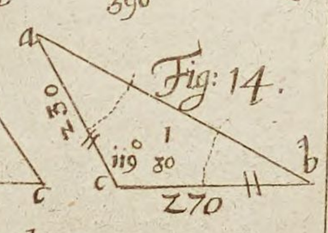


Fig: 15

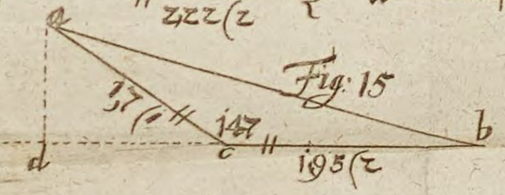
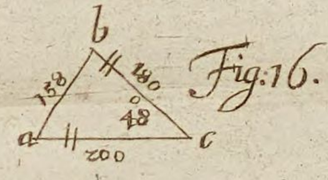


Fig: 16.



Tabula. III

Fig: 1.

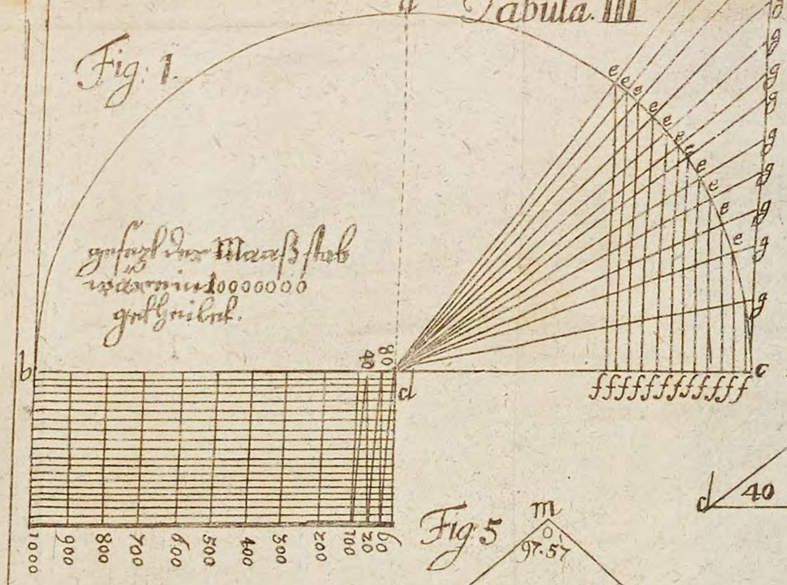


Fig: 2.

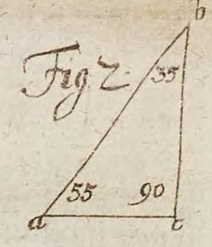


Fig: 3

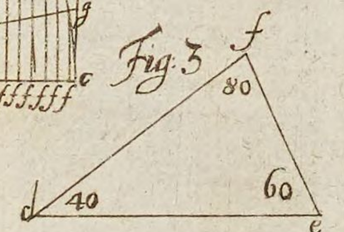


Fig: 5

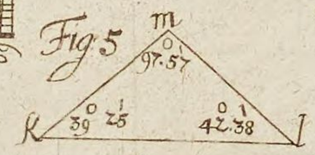


Fig: 6.

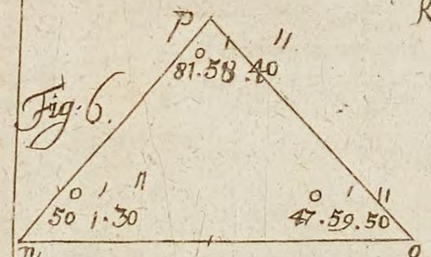


Fig: 4

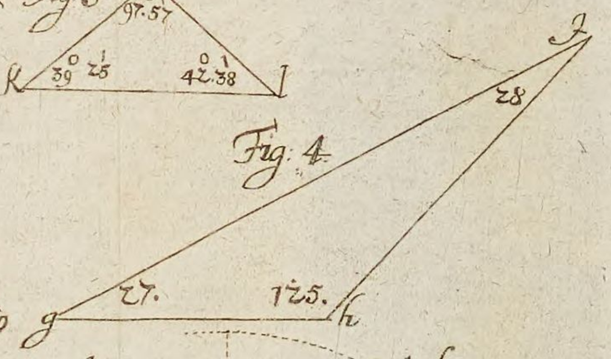


Fig: 7

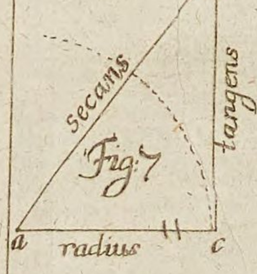


Fig: 8.

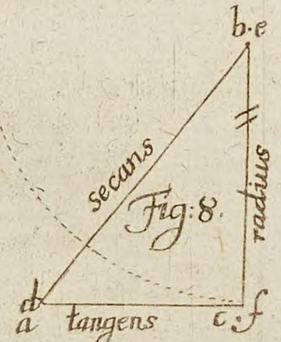


Fig: 9

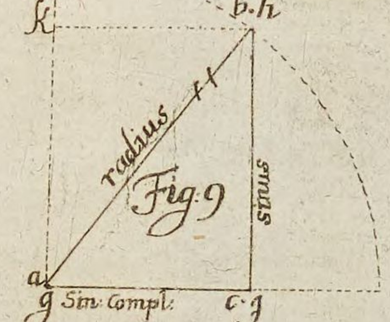


Fig: 10.

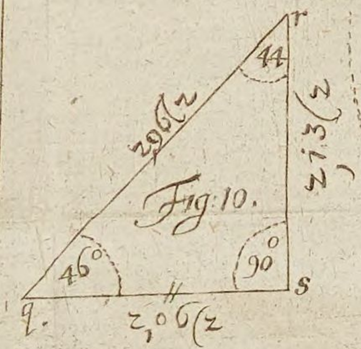
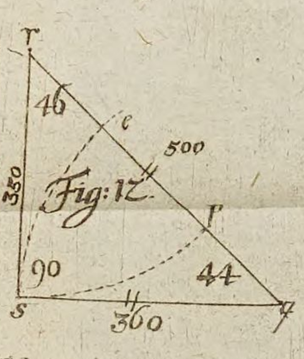


Fig: 11.

Fig: 12.



Tabula V.

Fig: 1

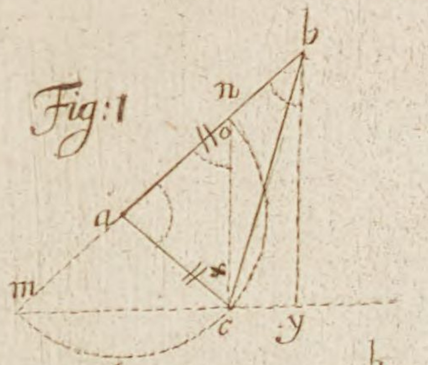


Fig: 2

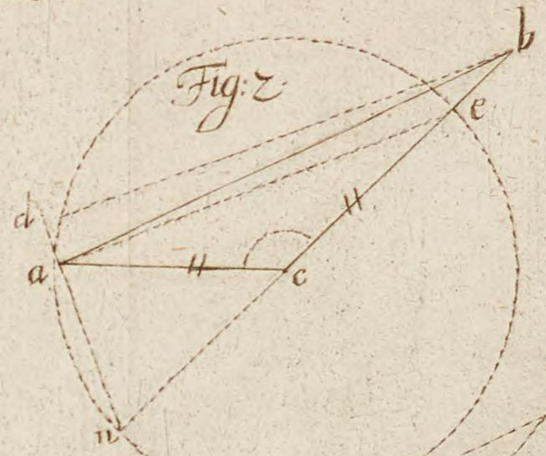


Fig: 3

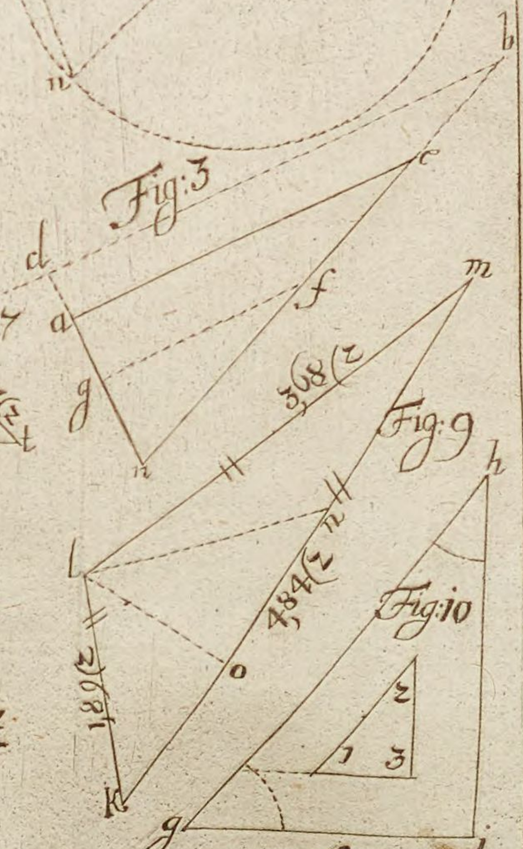


Fig: 4

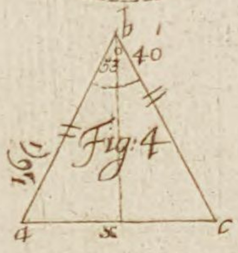


Fig: 5.

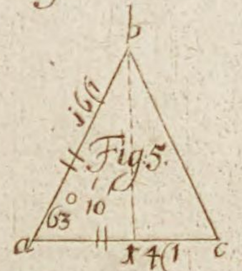


Fig: 6.

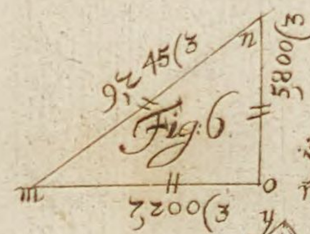


Fig: 7

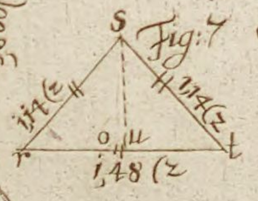


Fig: 8.

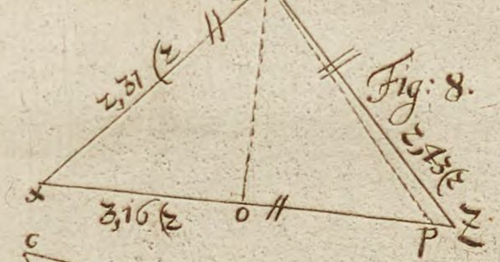


Fig: 9

Fig: 10

Fig: 11.

Fig: 12

Tabula VI.

Fig: 1.

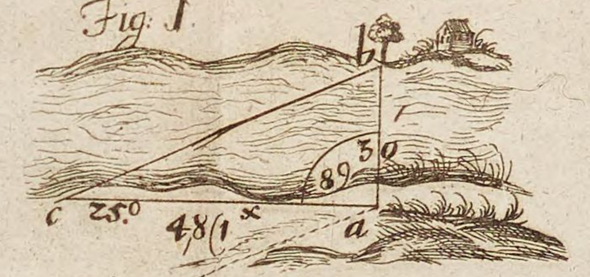


Fig: 2.

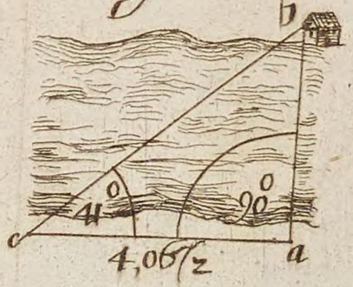


Fig: 3

Fig: 4

Fig: 5.

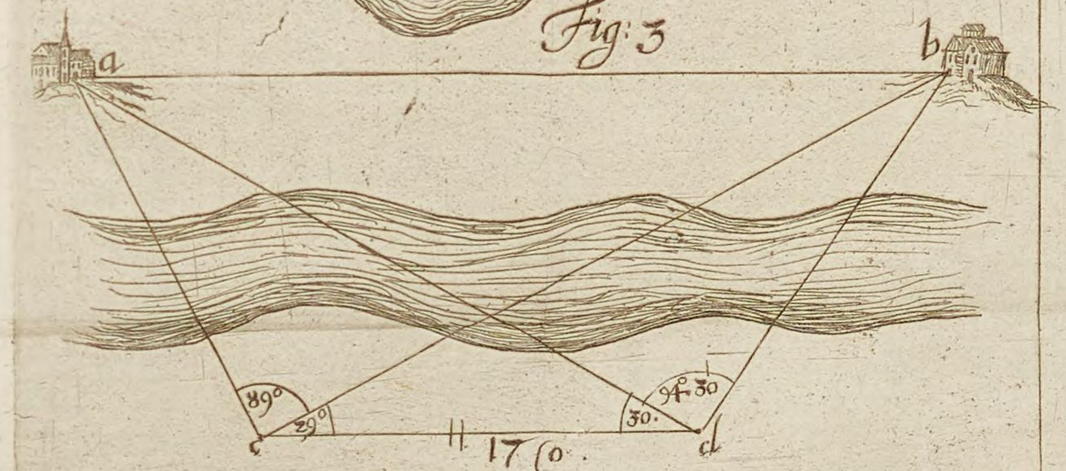
Fig: 6.

Tab: VII.

Fig: 1

Fig: 2.

Fig: 3



Tabula VIII.

Fig: 1

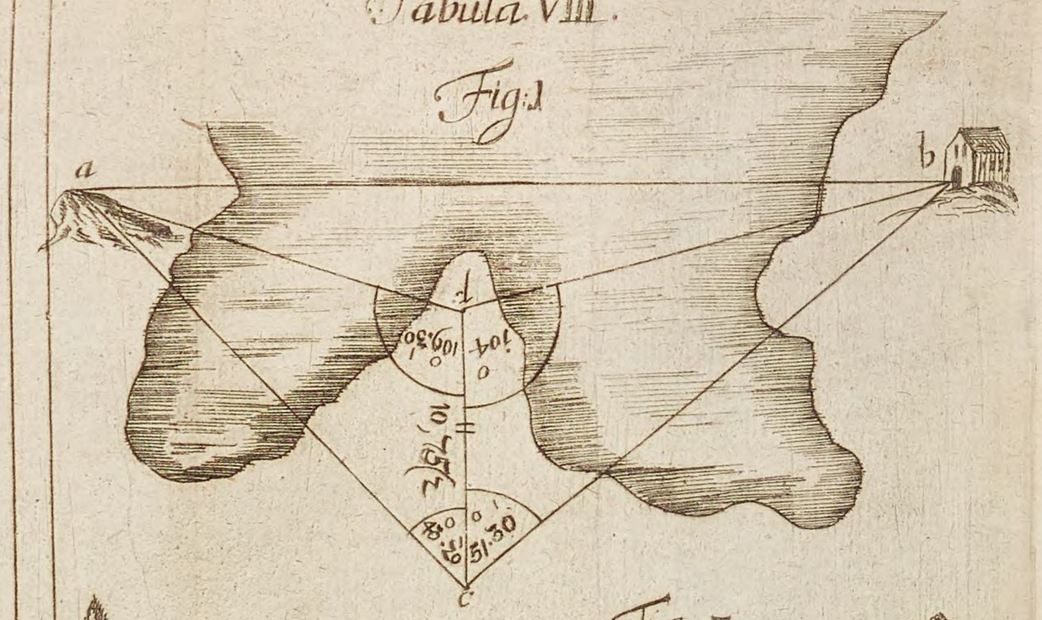
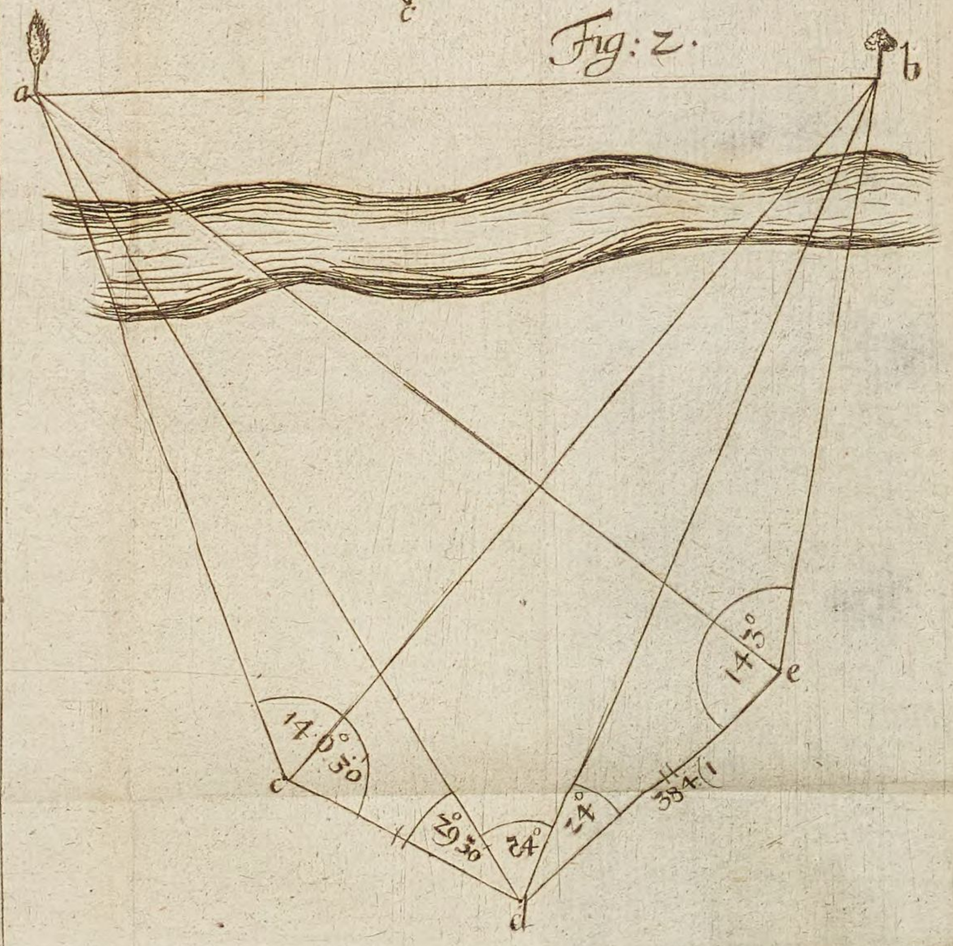


Fig: 2.



Tab X.

Tabula X.

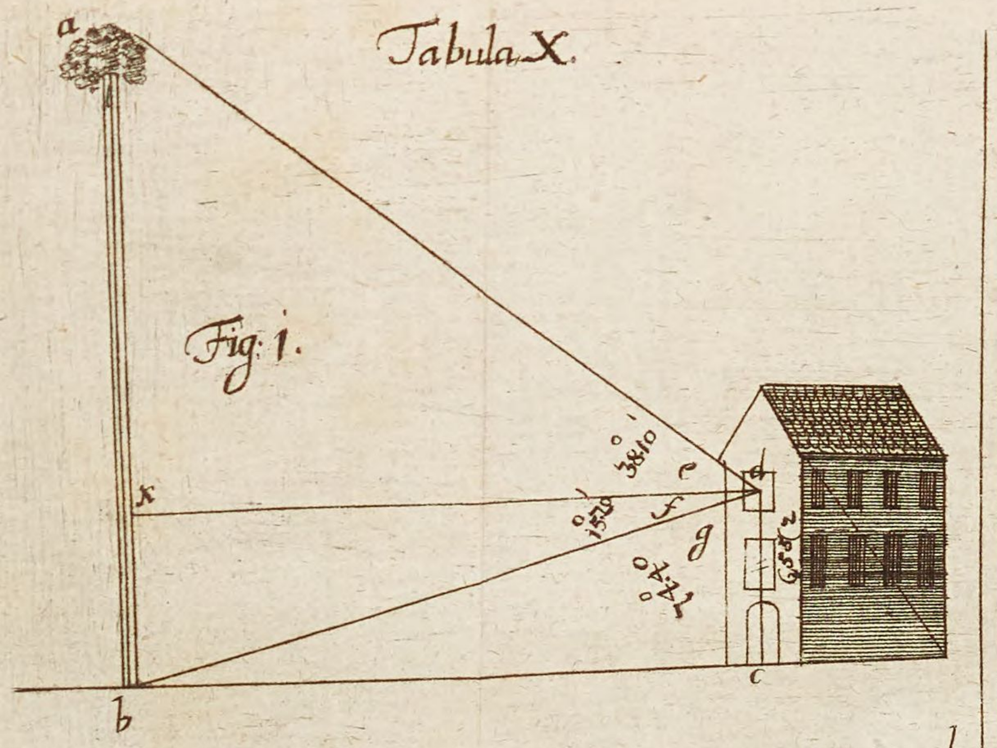


Fig: 1.

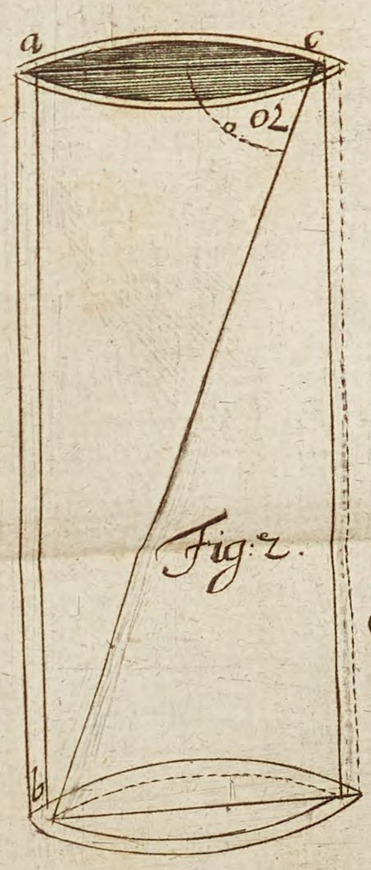


Fig: 2.

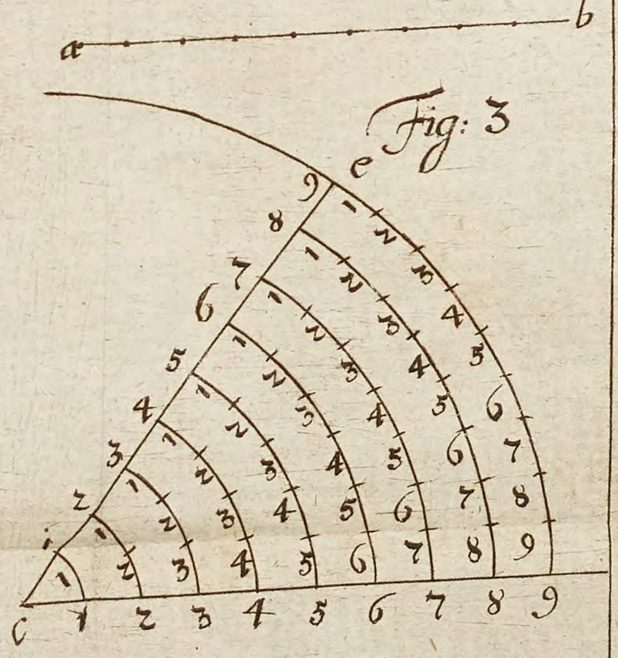


Fig: 3

Tabula IX.

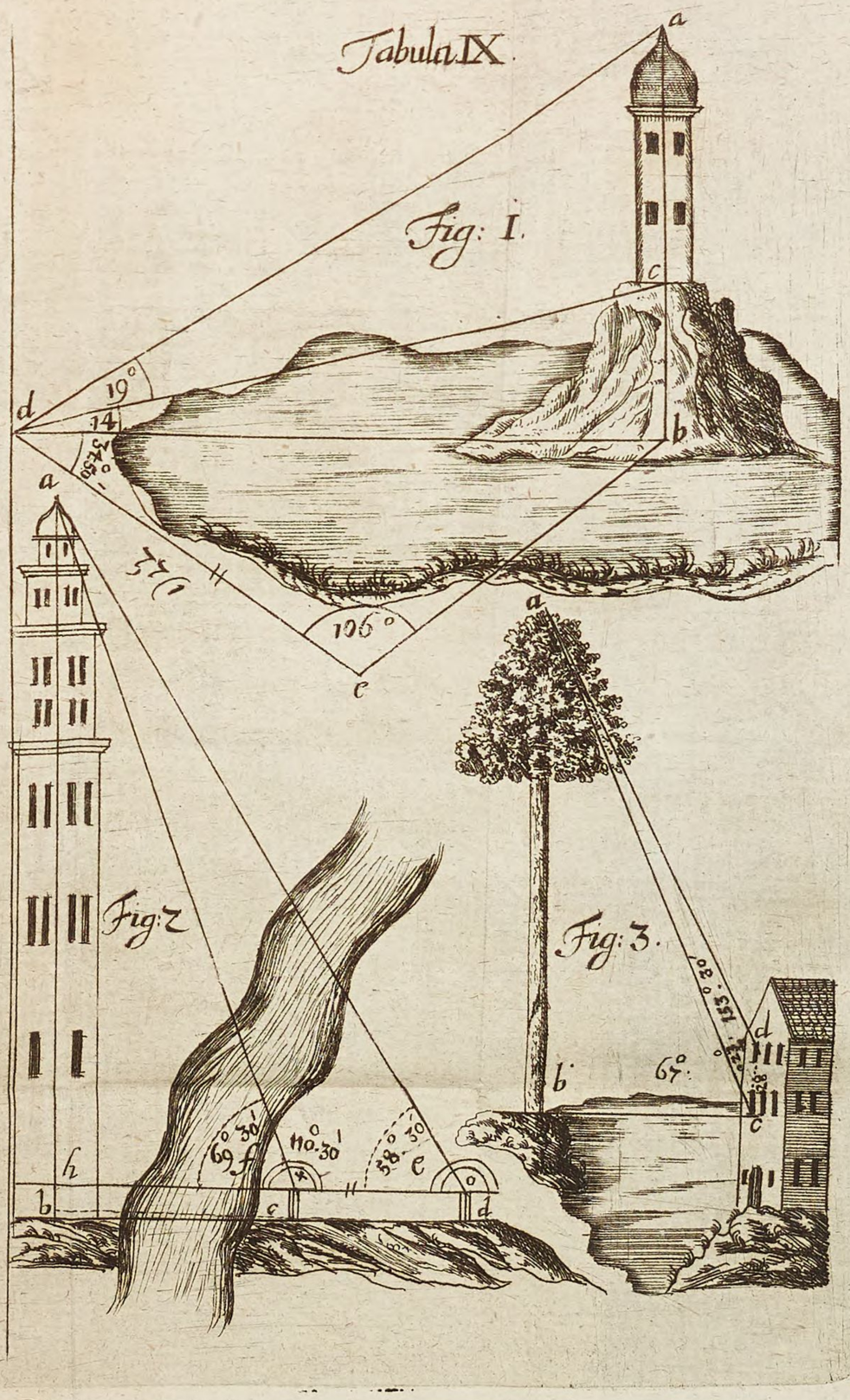


Fig: 1.

Fig: 1

Fig: 2

Fig: 4

Fig: 3.

Fig: 6

Fig: 7

Fig: 5

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Merklein, Albrecht Daniel,

M. Albert. Daniel Merckleins Mathematischer Anfangs-Gründe ... Theil

Bd.: 3

Franckfurt [u.a.] 1734

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.41(2#1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739728-5
VD18 8017048X-001